



UNIVERZITET U BANJOJ LUCI  
MAŠINSKI FAKULTET



Milovan Kotur

**MATEMATIČKI MODEL ZA  
ODREĐIVANJE VEKTORA BRZINE ZA  
SONDE SA ĆETIRI SENZORA HOT-  
WIRE ANEMOMETRA KONSTANTNE  
TEMPERATURE**

DOKTORSKA DISERTACIJA

Banja Luka, 2018.



UNIVERSITY OF BANJA LUKA  
FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING



**Milovan Kotur**

**MATHEMATICAL MODEL FOR  
DETERMINING THE VELOCITY  
VECTOR BY CONSTANT  
TEMPERATURE HOT-WIRE  
ANEMOMETERS WITH FOUR  
SENSORS**

DOCTORAL DISSERTATION

Banja Luka, 2018.

*Zahvaljujem se svom mentoru doc. dr Viktoru Šajnu na nesebičnoj pomoći i podršci tokom izrade disertacije, radnim kolegama i posebno akademiku dr Petru Vukoslavčeviću na pomoći pri provođenju eksperimentalnih mjerena. Veliku zahvalnost dugujem i svojoj porodici, ocu, majci, sestri i bratu na pomoći i podršci bez koje ne bi bilo ni ovog istraživanja, supruzi i posebno sinu Aleksandru koji me je potaknuo da ubrzam završetak disertacije.*

*U Banjoj Luci, april, 2018. godine.*

<b>Mentor</b>	dr Viktor Šajn, docent, Univerzitet u Ljubljani, Mašinski fakultet, Ljubljana
<b>Komentor</b>	dr Pero Petrović, redovni profesor, Univerzitet u Banjoj Luci, Mašinski fakultet, Banja Luka
<b>Nalov doktorske disertacije</b>	Matematički model za određivanje vektora brzine za sonde sa četiri senzora <i>hot-wire</i> anemometra konstantne temperature
<b>Rezime</b>	<p>U disertaciji je predstavljen matematički model rada <i>hot-wire</i>-a konstante temperature koji se sastoji od dva podprograma. Matematički model može biti zasnovan na različitim jednačinama kojima se opisuje zavisnost između promjene napona na senzoru <i>hot-wire</i>-a i promjene intenziteta i pravca vektora brzine fluida. Rad matematičkog modela je testiran numerički i eksperimentalno. Rezultati rada numeričkog testa su predstavljeni kroz niz ranije publikovanih radova, a dijelom i novim testovima prezentovanim u ovoj disertaciji. Rezultati rada matematičkog modela <i>hot-wire</i>-a nad podacima dobijenim tokom eksperimentalnih mjerena u disertaciji su predstavljeni kroz dva testa.</p> <p>U prvom testu komparirana je uspješnost identifikacije komponenti vektora brzine i vektora brzine kad je drugi podprogram matematičkog modela zasnovan na jednačinama <i>King</i>-a i <i>Jorgensen</i>-a odnosno <i>generalisanom zakonu hlađenja</i>. Veću tačnost prilikom određivanja komponenti vektora brzine i vektora brzine pokazao je matematički model zasnovan na <i>generalisanom zakonu hlađenja</i>.</p> <p>U drugom testu komparirana je tačnost rezultata dobijenih obradom eksperimentalnih rezultata pomoću drugog podprograma analiziranog matematičkog modela sa rezultatima jednog od najboljih poznatih metoda prilikom određivanja <math>U</math> komponente vektora brzine u opsegu mogućih napadnih uglova <math>-30^\circ \leq \xi \leq +30^\circ</math> odnosno <math>-35^\circ \leq \xi \leq +35^\circ</math> i za <math>\vartheta = 45^\circ</math>. Oba metoda bila su zasnovana na <i>generalisanom zakonu hlađenja</i>. Pokazalo se da oba metoda daju približno istu tačnost u opsegu mogućih napadnih uglova <math>-30^\circ \leq \xi \leq +30^\circ</math>, dok je u opsegu napadnih uglova <math>-35^\circ \leq \xi \leq +35^\circ</math> matematički model pokazao veću tačnost u odnosu na komparirani metod u većini mjernih tačaka.</p> <p>Provedeni numerički testovi i rezultati obrade eksperimentalnih mjerena dokazali su postavljene hipoteze u disertaciji.</p>

Koncipirani matematički model rada *hot-wire*-a stvorio je osnovu za dalja numerička i eksperimentalna istraživanja ponašanja vektora brzine fluida na granici oblasti jedinstvenosti.

<b>Ključne riječi</b>	Matematički model, <i>hot wire</i> konstantne temperature, algoritam “tri protiv jedan”, King-ov zakon, jednačina Jorgensena, generalisani zakon hlađenja.
<b>Naučna oblast</b>	Termotehnika
<b>Naučno polje</b>	Mašinsko inženjerstvo
<b>Klasifikaciona oznaka</b>	T 200
<b>Tip odabrane licence</b>	CC BY-NC-ND
<b>Kreativne zajednice</b>	

<b>Mentor</b>	Ph.D. Viktor Šajn, assistant professor, University in Ljubljana, Faculty of Mechanical Engineering, Ljubljana
<b>Co-mentor</b>	Ph.D. Pero Petrović, full-time professor, University in Banja Luka, Faculty of Mechanical Engineering Banja Luka
<b>Title of Doctoral dissertation</b>	Mathematical model for determination of velocity vector by constant temperature hot-wire anemometers with four-sensors
<b>Abstract</b>	A mathematical model for a constant temperature hot-wire anemometer that consists of two subroutines is presented in this doctoral dissertation. The mathematical model can be based on different equations which describe the dependence between output voltages on hot-wire anemometer sensors and the changes of intensity and direction of the fluid velocity vector. The mathematical model was tested numerically and experimentally. The results of the numerical test are presented through the series of published papers and partly in the new tests presented in this dissertation. The results of the mathematical model of hot-wire and the data obtained during experimental measurements are present in the dissertation by means two tests.
	The comparison of calculated values of fluid velocity vector components and the fluid velocity vector obtained by second subroutine of the mathematical model when it is based on King and Jorgensen equations and on generalised hot-wire cooling law and induced (nominal) values is presented in the first test. The test with generalized hot-wire cooling law shows better results in comparison to the test based on King-Jorgensen equations.
	The second test compared the accuracy of the results obtained by processing the experimental data using the second subroutine of the analysed mathematical model with the results of one of the best known methods for determining the $U$ component of velocity vector, when $\vartheta = 45^\circ$ and in the range of possible angles $-30^\circ \leq \xi \leq +30^\circ$ i.e. $-35^\circ \leq \xi \leq +35^\circ$ respectively. Both methods were based on generalised law of hot-wire cooling, and showed

similar accuracy in the range of possible angles  $-30^\circ \leq \xi \leq +30^\circ$ , while in the range of possible angles  $-35^\circ \leq \xi \leq +35^\circ$ , the mathematical model is more accurate in most measurement points.

By testing the mathematical model (numerical tests and tests with processing data of experimental measurements) the hypotheses have been proved in the dissertation. Also, the concept of the mathematical model of hot-wire created the basis for further numerical and experimental study of the behaviour of fluid velocity vector around the border of uniqueness domain.

<b>Key Words</b>	Mathematical model, constant temperature hot-wire anemometer, King's equation, Jorgensen equation, generalized law of hot-wire cooling.
<b>Scientific area</b>	Thermotechnics
<b>Scientific field</b>	Mechanical Engineering
<b>Classification code</b>	T 200
<b>Type selected license</b>	CC BY-NC-ND
<b>Creative Commons</b>	

## SPISAK TABELA

Tabela 5.I Identifikovane granice oblasti jedinstvenog rješenja numeričkim testovima prezentovanog matematičkog modela rada *hot-wire-a* zasnovanog na jednačinama *King-a* i *Jorgensen-a* za sonde sa četiri senzora

Tabela 5.II. Izmjerene vrijednosti napona na senzorima *hot-wire-a*, mart 2016

Tabela 5.III Izračunate vrijednosti koeficijenata  $A_i$  i  $B_i$  iz *King-ovog zakona hlađenja* i koeficijenata  $k_i$  i  $h_i$  iz *Jorgensen-ove jednačine* za svaki od senzora *hot-wire-a*, za opseg napadnih uglova vektora brzine  $\vec{V}_R$ ,  $\xi = -30 \div 30^\circ$

Tabela 5.IV Izračunate vrijednosti koeficijenata  $a_{im}$  i  $b'_{im}$  iz „*generalisanog zakona hlađenja*“ za svaki od senzora *hot-wire-a*, za opseg napadnih uglova vektora brzine  $\vec{V}_R$   $\xi = -30 \div 30^\circ$

Tabela 5.V Izračunate vrijednosti koeficijenata  $a_{im}$  i  $b'_{im}$  iz *generalisanog zakona hlađenja* za svaki od senzora *hot-wire-a*, za opseg napadnih uglova vektora brzine  $\vec{V}_R$   $\xi = -35 \div 35^\circ$

## SPISAK SLIKA

- Sl. 1.1. *Hot – wire* senzor
- Sl. 1.2. Normalna ( $\vec{V}_n \equiv \vec{U}$ ), tangencijalna ( $\vec{V}_t \equiv \vec{W}$ ) i binormalna  $\vec{V}_b \equiv \vec{V}$  komponenta vektora brzine fluida na senzoru *hot-wire*
- Sl. 1.3. Konfiguracije *hot-wire* sondi sa jednim senzorom, a. sonda sa normalnim senzorom, b. sonda sa nagetim senzorom [15]
- Sl. 1.4. Neke kombinacije *hot-wire* sondi sa dva senzora, a. VP-2v, b. VP-2x [15]
- Sl. 1.5. Neke konfiguracije sondi sa tri senzora, a. „T“ konfiguracija, b. ortogonalna konfiguracija [15]
- Sl. 1.6. Konfiguracije sondi sa četiri senzora a. VP-4+, b. VP-4q [15]
- Sl. 1.7. Specijalne konstrukcije sondi za mjerjenje vrtložnih strujanja, a) WP-12+, [15], b) 4-X [39]
- Sl. 1.8. Zavisnost  $k$  od odnosa  $l/d$ .  $Re_\infty = 11,7$ ;  $V_{R\infty} = 35$  m/s;  $a_T = 0,80$ ;  $\circ$ , Pt senzor,  $5 \mu m$ ;  $\square$  W senzor,  $5 \mu m$ ;  $\triangle$  Pt presvučeni senzor,  $5 \mu m$ ;  $\diamondsuit$  W senzor,  $3,8 \mu m$ ; [21]
- Sl. 1.9. Varijacije tangencijalnog koeficijenta  $k$  sa ugлом  $\xi$ . Ugao nagiba senzora u odnosu na *yaw* ravan  $\theta = 0^\circ$ ,  $0 < Re < 5,0$ ;  $\square$ , DISA 55P11;  $\triangledown$ , DISA 55P11 [60];  $\diamondsuit$ , DISA 55F31 [59], [58]
- Sl. 1.10. Varijacije parametra  $k$  i  $1+a_1$ , sa  $Re$ . Ugao nagiba senzora u odnosu na *yaw* ravan  $\theta = 0^\circ$ ,  $\xi = 21,6^\circ$ ;  $\square$  DISA 55P11;  $\times$ , DISA 55P01 (modifikovana);  $+$ , DISA 55P01;  $\diamondsuit$ , DISA 55F31 [59];  $\triangledown$ , [61];  $\blacktriangle$ ,  $1+a_1$  [58]
- Sl. 1.11. Varijacije parametra  $h$  i  $1+a_1$ , sa  $Re$ . Ugao nagiba senzora u odnosu na *yaw* ravan  $90^\circ$ ,  $\xi = 37,8^\circ$ ;  $\square$  DISA 55P11;  $\diamondsuit$ , *Directional sensitivity of wire and fiber film probes*, [59];  $\triangledown$ , S.F.B. 80 Report No. M-170 [60];  $\blacktriangle$ ,  $1+a_1$  [58]
- Sl. 1.12. Odziv na promjenu *yaw* ugla sonde 55P11, pri različitom uglu zakretanja sonde u odnosu na *yaw* ravan (ugao  $\theta$ , sl. 1.1, 1.2 i 1.13).  $Re=4,28$ ,  $\theta : +,0^\circ$ ;  $\diamondsuit, 45^\circ$ ;  $\triangle, 90^\circ$  [58]
- Sl. 1.13. Sonda sa nagetim senzorom u prostorno fiksiranom koordinatnom sistemu, definicija uglova  $\varphi$  i  $\theta$  [41]

- Sl. 1.14. Odziv na *yaw* sonde sa nagetim senzorom, pri različitoj vrijednosti  $\theta$  uglova, *pitch* ugao  $0^\circ$ , Re=4,32.  $\theta$ :  $\diamondsuit, 0^\circ; \square, 25^\circ; \blacktriangle, 45^\circ; \triangledown, 62^\circ; \circ, 90^\circ$  [41]
- Sl.1.15. Varijacije  $\xi_{cr}$  sa  $\theta$ , *pitch* ugao  $0^\circ$ , Re=4,32; idealan senzor;  $\blacklozenge$  eksperiment [41]
- Sl. 1.16. Tipične varijacije  $k$  sa *yaw* uglom.  $\bullet$  „*Directional sensitivity of wire and fiber film probes*“, tip P55F11, sa krajevima presvučenim zlatom; [59] $\circ$ , senzor 1;  $\otimes$ , senzor 2;  $\oplus$  senzor 3, [34]
- Sl. 1.17. Tipične varijacije  $h$  sa *pitch* uglom. Simboli su kao na sl. 1.16. [34]
- Sl. 1.18. *Yaw* koeficijent (*a*) sonda sa „X“ rasporedom senzora i (*b*) sonda sa tri senzora pri različitim brzinama:  $\triangle, \blacktriangle, 6 \text{ m/s}; \square, \blacksquare, 11 \text{ m/s}; \circ, \bullet, 19 \text{ m/s}; \diamondsuit, \blacklozenge$ , sonda sa jednim senzorom, rezultati pri  $12,5 \text{ m/s}$  i  $12 \text{ m/s}$  radi usporedbe. Granice greške pokazuju 2 standardne devijacije (preko 12 očitavanja) [66]
- Sl. 1.19. *Pitch* koeficijent (*a*) sonda sa „X“ rasporedom senzora i (*b*) sonda sa tri senzora pri različitim brzinama:  $\triangle, \blacktriangle, 6 \text{ m/s}; \square, \blacksquare, 11 \text{ m/s}; \circ, \bullet, 19 \text{ m/s}; \diamondsuit, \blacklozenge$ , sonda sa jednim senzorom, rezultati pri  $12,5 \text{ m/s}$  i  $12 \text{ m/s}$  radi usporedbe. Granice greške pokazuju 2 standardne devijacije (preko 12 očitavanja) [66]
- Sl. 1.20. Varijacije u  $k$  i  $h$  za grešku od  $\pm 1^\circ$  u *yaw* uglu i *pitch* uglu pri  $6 \text{ m/s}$ .  $\triangle$  rezultati za sondu sa „X“ rasporedom senzora;  $\blacktriangle$  rezultati za sondu sa tri senzora [66]
- Sl.1.21. Procenat greške izračunate brzine na osnovu različitih vrijednosti  $k$  za sondu sa tri senzora,  $\triangle, 6 \text{ m/s}; \circ, 19 \text{ m/s}$ ; Granice pogreške pokazuju 2 standardne devijacije [66]
- Sl. 1.22. Procenat greške izračunate brzine na osnovu različitih vrijednosti  $h$  za sondu sa tri senzora,  $\blacktriangle, 6 \text{ m/s}; \bullet, 19 \text{ m/s}$ ; Granice pogreške pokazuju 2 standardne devijacije [66]
- Sl. 2.1. Položaj svih mogućih vektora brzina koji daju isti napon na beskonačno dugom senzoru [89]
- Sl. 2.2. Presjek površina dva ortogonalna cilindra sa različitim prečnikom [89]
- Sl. 2.3. Presjek površina tri ortogonalna cilindra sa različitim prečnicima daje osam presječnih tačaka presjeka cilindara. Četiri presječne tačke su prikazane na slici, a preostale četiri nalaze se ispod prikazanih tačaka [89]
- Sl. 2.4. Grafička prezentacija pune jednačine *Jorgensen-a*, za sondu sa jednim senzorom [90]

- Sl. 2.5. Grafička prezentacija za ortogonalnu sondu sa „X“ rasporedom senzora (nacrtana je samo gornja polovina) [90]
- Sl. 2.6. Grafička prezentacija za ortogonalnu sondu sa tri senzora (nacrtana je samo gornja polovina) [90]
- Sl. 2.7. Grafički prikaz sonde sa četiri senzora (prikazan je samo jedan presječni par) [90]
- Sl. 2.8. Efekat uticaja *pitch* koeficijenta  $h$  na veličinu oblasti jedinstvenog rješenja za simetričnu tetraedalnu sondu, ugao između senzora  $60^\circ$ , uglovi nagiba senzora u sondi su  $35,3^\circ$  i  $45^\circ$  [36]
- Sl. 2.9. Simetrale  $s_1$  i  $s_2$  kod sonde sa četiri senzora
- Sl. 2.10. Linije  $V_{eff,3,4} / V_{eff,1,2} = const.$  za sondu sa četiri senzora. —  $V_{eff,3} / V_{eff,1} = const.$  --  $V_{eff,4} / V_{eff,2} = const.$  — oblast jedinstvenog rješenja, -- oblast jedinstvenog rješenja „*Method for analyzing four-hot-wire probe measurements*“ [95], [94]
- Sl. 2.11. Sonda sa četiri senzora, geometrija nosača senzora [32]
- Sl. 2.12. a. Vektor brzine u Kartezijevim i sfernim koordinatama. b. Oblast jedinstvenog rješenja i konus jedinstvenosti rješenja sonde sa više senzora [81]
- Sl. 2.13. a. Oblast jedinstvenog rješenja idealne sonde ( $\alpha = 45^\circ, h = 1$ ):—○—, za „T“ sondu, i —●— za „L“ sondu. b. Kombinacija „T“ i „L“ senzora, koje formiraju „2V“ sondu sa četiri senzora. Oblast jedinstvenog konusa je prikazana sa - - - [79]
- Sl. 2.14. Polovina ugla konusa jedinstvenog rješenja  $\xi_{cr} = f(h, \alpha_e)$ : a. „T“ i „L“ senzore, b. ortogonalna sonda sa tri senzora, c. sonda sa četiri senzora u „2V“ rasporedu, d.  $\xi_{op} = f(h)$ , za ortogonalnu sondu sa tri senzora. Simboli: —,  $h = 1$ ; □,  $h = 1,1$ ; ■,  $h = 1,2$ ; ○,  $h = 1,3$ ; ●,  $h = 1,4$  [79]
- Sl. 2.15. Zavisnost oblasti konusa jedinstvenog rješenja definisanog polovinom ugla  $\xi$  od *yaw* koeficijenta  $k$ , za različite vrijednosti *pitch* koeficijenta  $h$ , sonde sa četiri senzora sa nagibom senzora od  $45^\circ$ . Simboli su kao na sl. 2.14
- Sl. 2.16. Zavisnost oblasti polovine ugla konusa jedinstvenog rješenja od različitih sondi „T“ konfiguracija, od efektivnog ugla  $\alpha_{e1}$  i  $\alpha_{e2} = \alpha_{e3}$ , za različite *pitch* koeficijente: a.  $h = 1,0$ ; b.  $h = 1,1$ ; c.  $h = 1,4$ ; d.  $h = 1,6$  [96]
- Sl. 2.17. Polje rezultata testiranja rada algoritma za određivanje vektora brzine fluida [97]

- Sl. 2.18. Dispozicija senzora u sondi [98]
- Sl. 2.19. Zavisnost  $V_{effi} / V_R$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) od ugla  $\varphi$  za poznatu vrijednost ugla  $\psi$  na a. senzoru 1, b. senzoru 2, c. senzoru 3 i d. senzoru 4 [98]
- Sl. 2.20. Zavisnost  $V_{effi} / V_R$  od ugla  $\psi$  za poznatu vrijednost ugla  $\varphi$  na a. senzoru 1, b. senzoru 2, c. senzoru 3 i d. senzoru 4 [98]
- Sl. 2.21. Algoritam matematičkog modela rada *hot-wire-a* za pronalazak fizikalno ispravnog rješenja [98]
- Sl. 2.22. Grafička prezentacija različitih vrijednosti  $V_{eff} / V_R = const.$  u koordinatnom sistemu  $\varphi\psi$ , i rezultati prvog testa matematičkog modela rada *hot-wire-a* na a. senzoru 1 i b. senzoru 3 [98]
- Sl. 2.23. Grafička interpretacija rezultata dobijenih tokom prvog testa rada matematičkog modela rada *hot-wire-a*, pogled sa strane [98]
- Sl. 2.24. Grafička interpretacija dobijenih rezultata tokom drugog testa matematičkog modela rada *hot-wire-a* upotrebom samo jednog iterativnog ciklusa a. prvog b. drugog i c. upotrebom oba iterativna ciklusa [98]
- Sl. 2.25. Grafička interpretacija rada matematičkog modela a.  $h = 1,0$ , b.  $h = 1,1$  [99]
- Sl. 4.1. Definisanje položaja vektora brzine
- Sl. 4.2. Senzori mjernog uređaja
- Sl. 4.3. Transformacija koordinatnog sistema  $x, y, z$  u sistem  $x'', y'', z''$ , pomoću uglova rotacije  $-\varphi$  i  $\psi$
- Sl. 4.4. Transformacija koordinatnog sistema  $x, y, z$  u sistem  $x_{s1}, y_{s1}, z_{s1}$ , za ugao rotacije  $-\alpha_y$
- Sl. 5.1. Numerički testovi matematičkog modela rada *hot-wire-a* zasnovanog na tzv. *King/Jorgensen-ovom* modelu ponašanja senzora. *Yaw* koeficijent  $k_i = k = 0$ ,  $i = 1,2,3,4$ ; *Pitch* koeficijent  $h_i = h = 0$ ,  $i = 1,2,3,4$ . a. ugao nagiba senzora  $30^\circ$ ,  $-60^\circ \leq \varphi \leq 60^\circ$ ;  $-60^\circ \leq \psi \leq 60^\circ$ ; b. ugao nagiba senzora  $35^\circ$ ,  $-55^\circ \leq \varphi \leq 55^\circ$ ;  $-55^\circ \leq \psi \leq 55^\circ$ ; c. ugao nagiba senzora  $40^\circ$ ,  $-50^\circ \leq \varphi \leq 50^\circ$ ;  $-50^\circ \leq \psi \leq 50^\circ$ ; d. ugao nagiba senzora  $45^\circ$ ,  $-45^\circ \leq \varphi \leq 45^\circ$ ;  $-45^\circ \leq \psi \leq 45^\circ$ ;
- Sl. 5.2. Komponente vektora brzine fluida  $\vec{V}_R$  na senzorima „2“ i „4“, za slučaj napadnog ugla vektora brzine fluida  $\psi = 0^\circ$ ,  $\varphi \neq 0^\circ$

- Sl. 5.3. Komponente vektora brzine fluida  $\vec{V}_R$  na senzoru „1“ za slučaj napadnog ugla vektora brzine fluida  $\psi = 0^\circ, \varphi \neq 0^\circ$
- Sl. 5.4. Sonda sa dva senzora u “V” rasporedu korišćena tokom eksperimenta  
a. skica, b. fotografija sonde
- Sl. 5.5. Šematski prikaz pribora za kalibraciju i pozicioniranje sonde u odnosu na tok fluida
- Sl. 5.6. Šematski prikaz oblasti u kojoj su provedena eksperimentalna mjerena
- Sl. 5.7. Grafički prikaz odnosa  $V_{eff}/V_R$ , za slučaj da je efektivna brzina hlađenja na nekom od senzora *hot-wire-a* definisana obrascem *Jorgensen-a*, ugao nagiba senzora  $\alpha = 34^\circ$  a. senzor „1“,  $k_1 = 0,15, h_1 = 1,18$ ; b. senzor „2“,  $k_2 = 0,105, h_2 = 1,15$ ; c. senzor „3“,  $k_3 = 0,09, h_3 = 1,2$ ; d. senzor „4“  $k_4 = 0,165, h_4 = 1,5$
- Sl. 5.8. Grafički prikaz odnosa  $V_{eff}/V_R$ , za slučaj da je efektivna brzina hlađenja na senzorima *hot-wire-a* definisana obrascem *Jorgensen-a*, za sva četiri senzora *hot-wire-a*
- Sl. 5.9. Oblast jedinstvenog rješenja za sondu korišćenu u eksperimentu na osnovu podataka iz tab. 5.III
- Sl. 5.10. Intenziteti  $U$  komponente vektora brzine  $\vec{V}_R$ , određeni pomoću prvog iteracionog ciklusa drugog podprograma matematičkog modela rada *hot-wire-a* za različite vrijednosti uglova  $\theta$  i  $\xi$  i eksperimentalne podatke tabele 5.II. a.  $\theta = 0^\circ$ ; b.  $\theta = 90^\circ$ ; c.  $\theta = 45^\circ$ ; d.  $\theta = -45^\circ$
- Sl. 5.11. Rješenja četiri podsistema jednačina (4.32) za  $U$  komponente vektora brzine  $\vec{V}_R$ , (rješenja su označena sa  $S_1, S_2, S_3$  i  $S_4$ ), nominalno ( $U_{nom}$ ) i finalno rješenje ( $U_{cal}$ ), dobijeni pomoću algoritma „*tri protiv jedan*“ zasnovanog na *generalisanom zakonu hlađenja* (1.35)
- Sl. 5.12. Intenziteti  $V$  komponente vektora brzine  $\vec{V}_R$ , određeni pomoću prvog iteracionog ciklusa drugog podprograma prezentovanog matematičkog modela rada *hot-wire-a* za različite vrijednosti uglova  $\theta$  i  $\xi$  i eksperimentalne podatke iz tabele 5.II. a.  $\theta = 0^\circ$ ; b.  $\theta = 90^\circ$ ; c.  $\theta = 45^\circ$ ; d.  $\theta = -45^\circ$
- Sl. 5.13. Intenziteti  $W$  komponente vektora brzine  $\vec{V}_R$ , određeni pomoću prvog iteracionog ciklusa drugog podprograma prezentovanog matematičkog modela rada *hot-wire-a* za različite vrijednosti uglova  $\theta$  i  $\xi$  i eksperimentalne podatke

iz tabele 5.II. a.  $\theta = 0^\circ$ ; b.  $\theta = 90^\circ$ ; c.  $\theta = 45^\circ$ ; d.  $\theta = -45^\circ$

- Sl. 5.14. Relativna greška  $\varepsilon$  pri određivanju intenziteta vektora brzine  $\vec{V}_R$ , pomoću prvog iteracionog ciklusa drugog podprograma prezentovanog matematičkog modela rada *hot-wire-a* za različite vrijednosti uglova  $\theta$  i  $\xi$  i eksperimentalne podatke iz marta 2016. a.  $\theta = 0^\circ$ ; b.  $\theta = 90^\circ$ ; c.  $\theta = 45^\circ$ ; d.  $\theta = -45^\circ$
- Sl. 5.15. Poređenje tačnosti određivanja  $U$  komponente vektora brzine  $\vec{V}_R$  dobijenih pomoću algoritma „*tri protiv jedan*“ ( $U_{cal}$ ) i metoda prezentovanog u [15] ( $U_{[15]}$ ) za  $\theta = 45^\circ$ : a. u opsegu  $-30^\circ \leq \xi \leq 30^\circ$ , b. u opsegu  $-35^\circ \leq \xi \leq 35^\circ$

# SADRŽAJ

UVOD .....	3
1. PRINCIP RADA HOT-WIRE ANEMOMETRA KONSTANTNE TEMPERATURE (CTA).....	5
1.1. Efektivna brzina hlađenja.....	12
1.2. Različite konfiguracije <i>hot-wire</i> -a i njihova namjena .....	15
1.3. Neke dobre i loše osobine <i>hot-wire</i> anemometara .....	19
1.4. Kalibracija sondi .....	20
1.5. Istraživanje zavisnosti koeficijenata $A, B, p, k$ i $h$ .....	23
1.6. Efekat promjene temperature fluida.....	41
1.7. Neki od faktora koji utiču na pouzdanost <i>hot-wire</i> mjerjenja .....	44
1.7.1. Rektifikacija.....	45
1.7.2. Dropout .....	46
1.7.3. Efekat <i>yaw</i> parametra $k$ .....	46
1.7.4. Blizina čvrste površine (zida) .....	46
1.7.5. Nejednaka raspodjela srednje brzine duž senzora .....	47
1.7.6. Elektronski „ <i>cross-talking</i> “.....	47
1.7.7. Zaprljanje senzora .....	48
1.7.8. Ostali faktori .....	48
2. OBLAST JEDINSTVENOG RJEŠENJA .....	50
2.1. Granice oblasti jedinstvenog rješenja različitih konstrukcija <i>hot-wire</i> sondi .....	50
3. HIPOTEZE DISERTACIJE .....	79
4. MATEMATIČKI MODEL RADA HOT-WIRE-A .....	80
4.1. Struktura matematičkog modela rada <i>hot-wire</i> -a .....	81
4.2. Opis prvog podprograma matematičkog modela .....	82
4.2.1. Određivanje komponenti vektora brzine $U$ , $V$ i $W$ .....	82
4.2.2. Određivanje efektivne brzine hlađenja na senzorima <i>hot-wire</i> -a .....	85
4.3. Opis drugog podprograma matematičkog modela rada <i>hot-wire</i> -a (program za određivanje vektora brzine).....	89
4.3.1. Selekcija numeričkih rješenja – algoritam „ <i>tri protiv jedan</i> “ .....	92
5. NUMERIČKE ANALIZE I EKSPERIMENT .....	96
5.1. Numerička analiza rada matematičkog modela <i>hot-wire</i> -a.....	96

---

5.2.	Obrada eksperimentalnih podataka drugim podprogramom matematičkog modela rada <i>hot-wire-a</i> .....	98
5.2.1.	Određivanje koeficijenata $A$ i $B$ iz <i>King</i> -ovog zakona.....	99
5.2.2.	Određivanje <i>yaw</i> ( $k$ ) i <i>pitch</i> ( $h$ ) koeficijenta.....	100
5.2.3.	Određivanje koeficijenata u <i>generalisanom zakonu hlađenja</i> .....	103
5.3.	Opis eksperimentalnih mjerena.....	103
5.4.	Eksperimentalna mjerena.....	105
5.5.	Rezultati obrade podataka eksperimentalnih mjerena prvog testa.....	108
5.5.1.	Vrijednosti koeficijenata u matematičkim modelima zasnovanim na jednačinama <i>King</i> -a i <i>Jorgensen</i> -a i <i>generalisanog zakona hlađenja</i> .....	108
5.5.2.	$U$ komponenta brzine .....	112
5.5.3.	$V$ komponenta brzine.....	115
5.5.4.	$W$ komponenta brzine .....	116
5.5.5.	Relativna greška određivanja intenziteta vektora brzine $\vec{V}_R$ na osnovu izračunatih vrijednosti njenih komponenti .....	117
5.6.	Rezultati obrade podataka eksperimentalnih mjerena drugog testa.....	119
5.6.1.	Izračunate vrijednosti koeficijenata u matematičkom modelu zasnovanom na <i>generalisanom zakonu hlađenja</i> .....	119
6.	ZAKLJUČAK I NOVI ISTRAŽIVAČKI ZADACI .....	123
6.1.	Poređenje dobijenih rezultata numeričkih simulacija i eksperimentalnih mjerena sa postavljenom hipotezom.....	123
6.2.	Praktični i teorijski doprinos provedenih istraživanja.....	124
6.3.	Novi istraživački zadaci .....	124
7.	LITERATURA .....	126
	P R I L O G .....	134
	Dokaz o ispunjenosti dodatnih uslova za odbranu doktorske disertacije na Univerzitetu u Banjoj Luci.....	135

## UVOD

Termički anemometri sa zagrijanim senzorom (*hot-wire*) u nauci i praksi prisutni su gotovo jedan vijek. Njihova široka primjena u istraživanju velikog broja prirodnih fenomena omogućila im je da još uvijek predstavljaju atraktivno polje i koristan alat za dalja istraživanja o čemu svjedoči i veliki broj naučnih radova objavljenih i u posljednjih 10 godina (npr. [1], [2], [3], itd.). U [4] se navodi da su „*hot-wire anemometri značajan instrument za mjerjenje u lamlarnim, prelaznim i turbulentnim strujanjima zbog njihove tačne interpretacije signala i jednostavnosti u upotrebi*“, a u [5], da su „*eksperimentalna istraživanja turbulentnih strujanja izvedena u posljednjem vijeku, u velikoj mjeri zahvaljujući hot-wire anemometriji koja je bez premca u odnosu na druge tehnike, posebno zbog velikog frekventnog odziva i vremenske rezolucije. Stoga se očekuje da se nastavi njen korišćenje u dolazećim dekadama za studije dinamike fluida, a takođe i da predstavlja referencu za ostale eksperimentalne metode*“.

Prema [6] i [7], prvi rad o termalnim anemometrima publikovan je 1817. godine (*Dulong et Petit*). Od tada pa do 1914. godine, kad je objavljen rad *King-a*, (koji se u većini do danas objavljenih istraživačkih radova citira kao jedna od prvih referenci), prema navedenoj bibliografiji objavljeno je još 38 drugih radova povezanih sa termalnom anemometrijom. U svom radu, *King* [8], je u suštini definisao zavisnost prenosa toplote sa tankog zagrijanog senzora izloženog strujanju vazduha od brzine vazduha koji okružuje senzor. Međutim prema [9], kao osnova za rad *King-a* iz 1914. godine poslužila je ranija studija „*An equation for the phenomena of heat convection and an estimate of the cooling power of fluids*“ [10] iz 1905. godine kojom je analiziran prenos toplote sa usijanog senzora. Ovi rezultati prošireni su od strane *King-a* koji je pokušao eksperimentalno da verifikuje njegove rezultate.

Danas, istraživački broj radova povezanih sa *hot-wire*-om prelazi nekoliko hiljada. Postoji više vrsta različitih tipova *hot-wire*-a za čije se principe rada može reći da su relativno jednostavni. Električnom energijom zagrijavan senzor, izloži se strujanju fluida pri čemu nastupa njegovo hlađenje. Mjerenjem nekih električnih veličina na samom senzoru (npr. promjene napona, jačine električne energije), mogu se izmjeriti neke karakteristike fluida (npr. brzina strujanja, temperatura). Međutim, na putu realizacije ove jednostavne ideje, nailazilo se na potrebu identifikacije i objašnjenja velikog broja složenih fenomena od kojih neki i danas zaokupljaju naučnu javnost.

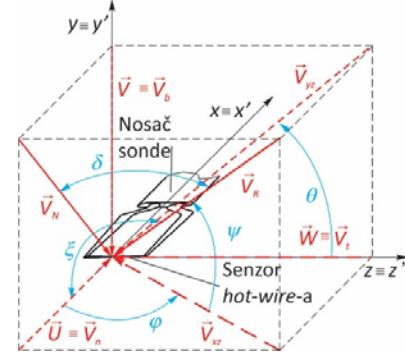
Tokom vremena razvijeno je više konstrukcija *hot-wire-a* (konstantne struje-CCA, konstantne temperature-CTA, konstantnog napona-CVA), koje se koriste za veliki broj različitih mjerjenja (temperature, brzine fluida, termičke konduktivnosti materijala npr. keramike [11], mjerjenja strujanja u blizini čvrstih površina, itd.). U principu primjena neke konstrukcije *hot-wire-a* zavisi od veličina koje je potrebno izmjeriti. Mjerjenja *hot-wire-om* se mogu provoditi u jednofaznom, ali i u dvofaznom mediju [12].

Prvi anemometri su bili konstantne struje (*Constant Current Anemometer – CCA*), potom su se pojavili anemometri konstantne temperature (*Constant Temperature Anemometer – CTA*), a u posljednjim decenijama XX vijeka konstruisani su i anemometri konstantnog napona (*Constant Voltage Anemometer – CVA*).

## 1. PRINCIP RADA HOT-WIRE ANEMOMETRA KONSTANTNE TEMPERATURE (CTA)

Na sl. 1.1, šematski je prikazan izgled *hot-wire* sonde sa jednim, normalnim senzorom, na kojeg nastrujava fluid. Pravac strujanja fluida, predstavljen je vektorom  $\vec{V}_R$ . Komponente vektora brzine  $\vec{V}_R$ , se obično definišu ili u odnosu na koordinatni sistem vezan za osu nosača sonde ( $x, y, z$ ), tj. komponente  $U, V$  i  $W$ , ili u odnosu na koordinatni sistem vezan za osu senzora ( $x', y', z'$ ) tj. komponente  $V_n, V_t$  i  $V_b$ . Normalna komponenta  $\vec{V}_n$ , vektora brzine  $\vec{V}_R$ , predstavlja komponentu brzine okomitu na osu senzora i paralelnu sa nosačima senzora. Tangentna komponenta  $\vec{V}_t$  vektora brzine  $\vec{V}_R$ , paralelna je sa osom senzora, a binormalna komponenta  $\vec{V}_b$ , okomita je na osu senzora i na nosače senzora. Položaj vektora brzine  $\vec{V}_R$  u prostoru se obično definiše sa dva ugla (npr.  $\varphi$  i  $\psi$ , ili  $\xi$  i  $\theta$  sl.1.1 i sl. 1.2). Zbir normalne komponente  $\vec{V}_n$  i binormalne komponente  $\vec{V}_b$  vektora brzine  $\vec{V}_R$  označava se sa  $\vec{V}_N$  i takođe naziva normalnom komponentom vektora brzine  $\vec{V}_R$  na senzor.

Uopšteno gledano, princip rada anemometara konstantne temperature (CTA) je veoma jednostavan. Električnom energijom zagrijavan senzor (sl. 1.1), izložen strujanju fluida, razmjenjuje toplotu sa svojom okolinom zračenjem (radijacijom), konvekcijom i kondukcijom (provođenjem). U većini primjena *hot-wire* uređaja dominantan je konvektivno odan toplotni tok. Prema navodima više autora [13], [14], [15], toplotni tok odan zračenjem u odnosu na konvektivno odani toplotni tok, odnosno toplotu generisanu *Joul*-ovim efektom u senzoru je relativno mali izuzev u mjerenjima provedenim u razređenim gasovima ili u blizini čvrstih površina u kojima zračenjem izmjenjeni toplotni tok može biti dominantniji. Ukoliko je odnos dužina/prečnik senzora ( $l/d$ ), dovoljno veliki [14], [15], provođenje toplote na nosače senzora se može zanemariti.



Sl. 1.1. *Hot - wire* senzor

Količina topline predana konvekcijom sa senzora na okolni fluid može se odrediti iz jednačine:

$$Q = \alpha_k A_s (T_s - T_f) \quad (1.1)$$

gdje su:

$Q$  [W] – količina topline predana sa senzora na okolni fluid,

$\alpha_k$  [W/m<sup>2</sup>K] – koeficijent prelaza topline sa senzora na okolni fluid,

$A_s$  [m<sup>2</sup>] – površina senzora,

$T_s$  [K] – temperatura senzora (temperatura površine senzora),

$T_f$  [K] – temperatura okolnog fluida.

U jednačini (1.1), najveći problem je određivanje koeficijenta prelaza topline sa senzora na okolni fluid  $\alpha_k$ . Koeficijent  $\alpha_k$  treba da obuhvati svu složenost mehanizma izmjene topline između senzora i okolnog fluida. Njegova vrijednost zavisi od karakteristika fluida, režima strujanja, dimenzija senzora itd, a određuje se posredno, prethodnim određivanjem *Nusselt*-ovog broja.

*Corossin* je 1963. godine [14], [15], predložio sljedeći uopšteni izraz za određivanje *Nusselt*-ovog broja:

$$Nu = Nu \left( Re, Pr, Ma, Gr, Kn, \frac{l}{d}, a_T, \frac{c_p}{c_v}, \delta \right) \quad (1.2)$$

gdje su:

$Re$  - *Reynold*-sov broj,

$Pr$  - *Prandtl*-ov broj,

$Ma$  - *Mach*-ov broj,

$Gr$  - *Grashof*-ov broj,

$Kn$  - *Knudsen*-ov broj,

$$a_T = (T_s - T_f) / T_f, \text{ faktor pregrijanja,}$$

$c_p, c_v$  [kJ/(kg K)] - specifične topote pri konstantnom pritisku i zapremini, i

$\delta$  - ugao između vektora brzine  $\vec{V}_R$  i normalne komponente brzine  $\vec{V}_N$  (sl. 1.1).

U većini primjena, broj zavisnih parametara navedenih u jednačini (1.2) se značajno može smanjiti. Tako se npr. efekat kompresibilnosti može zanemariti pri vrijednostima  $Ma < 0,3$  [7], [14], [15], [16]. Hot-wire anemometri se obično koriste u strujanjima sa brzinama pri kojima nastupa prinudna konvekcija. Analizirajući trendove podataka sa porastom Reynolds-ovog broja, Collis i Williams [15], [17], [18], su zaključili da se efekat potiska za vazduh može zanemariti ako je ispunjen uslov:

$$\text{Re} > Gr^{1/3}. \quad (1.3)$$

Prema [14], ovaj uslov za vazduh je ispunjen pri brzinama strujanja od oko 5 cm/s, odnosno prema [15], pri brzinama strujanja od 20 cm/s, tj. vrijednostima  $\text{Re}_{kr} \geq 0,07$ .

Ovo ukazuje da se *Grashof*-ov broj može zanemariti u većini slučajeva, isto kao i *Knudsen*-ov broj koji je relativno mali jer je slobodna putanja molekule u vazduhu pri standardnim uslovima relativno mala. Uticaj odnosa  $\frac{l}{d}$  se može minimizirati pod pretpostavkom da je senzor dovoljno dug, odnosno da su toplotni gubici u suštini dvodimenzionalni [14]. Uz pretpostavku konstantnosti specifičnih toplota pri konstantnom pritisku,  $c_p$  i zapremini  $c_v$ , faktora pregrijanja  $a_T$ , konstantnog napadnog ugla vektora brzine  $\delta$ , jednačina (1.2) se može zapisati u obliku:

$$Nu = Nu(\text{Re}, \text{Pr}). \quad (1.4)$$

Prema [15] *Kramers* je dobio sljedeću zavisnost:

$$Nu = 0,42 P_r^{0,26} + 0,57 P_r^{0,33} \text{Re}^{0,50}, \quad (1.5)$$

za zagrijani element u struji vazduha, ulja i vode. S obzirom da je za većinu gasova, vrijednost  $P_r$  konstantna za datu temperaturu fluida (za vazduh  $P_r = 0,72$ ), jednačina (1.4) prelazi u oblik:

$$Nu = M + N \text{Re}^P \quad (1.6)$$


---

Pri čemu je King [8] naveo da je  $p = 0,5$ .

Vezu između promjene električnog otpora senzora i brzine strujanja fluida uspostavimo prema metodologiji izloženoj u [15].

Generalno, toplota generisana u senzoru *hot-wire* uređaja Joule-vim efektom može se definisati jednačinom:

$$P = I E = I^2 R, \quad (1.7)$$

gdje su:

$P$  [W] – indukovana toplota u provodniku Joule-vim efektom,

$I$  [A] – električna energija koja prolazi kroz provodnik,

$E$  [V] – napon na krajevima provodnika,

$R$  [ $\Omega$ ] – električni otpor senzora.

Za poznati materijal senzora veza između električnog otpora  $R$  i temperature senzora  $T_s$ , pod pretpostavkom linearne zavisnosti može se uspostaviti jednačinom:

$$R = R_o \left[ 1 + \lambda_R (T_s - T_o) \right], \quad (1.8)$$

gdje su:

$R_o$  [ $\Omega$ ] – električni otpor senzora pri referentnoj temperaturi  $T_o$ , koja obično iznosi 293 K,

$\lambda_R$  [1/K] – temperaturni koeficijent električnog otpora materijala senzora, čije su vrijednosti u tabelama obično navedene za temperaturu od 293 K. Ukoliko se referentna temperatura mijenja, vrijednost temperaturnog koeficijenta električnog otpora materijala senzora treba izračunati pomoću jednačine:

$$\lambda_{R_{20}} = \frac{R_o}{R_{20}} \lambda_R [1/K]. \quad (1.9)$$

Kao posljedica generisanja topline u jedinici vremena u senzoru dolazi do promjene unutrašnje energije senzora ( $U_E$ ), pri čemu je promjena unutrašnje energije  $\frac{dU_E}{dt}$  jednaka razlici topline generisane Joule-vim efektom i konvektivno odane topline sa senzora toku fluida koji struji oko senzora tj.:

$$\frac{dU_E}{dt} = P - Q, \quad (1.10)$$

pri čemu je:

$$\frac{dU_E}{dt} = mc \left( \frac{dT_s}{dt} \right), \quad (1.11)$$

gdje su:

$m$  [kg] – masa senzora,

$c$  [J/kgK] – specifični toplotni kapacitet senzora.

Iz jednačine (1.8) slijedi da je:

$$\frac{dT_s}{dt} = \frac{dR}{dt} \frac{1}{R_o \lambda_R}, \quad (1.12)$$

pa jednačina (1.10), uvrštavanjem izraza za  $\frac{dU_E}{dt}$  iz jednačine (1.11), kao i izraza za

$\frac{dT}{dt}$  iz jednačine (1.12) poprima oblik:

$$mc \frac{dR}{dt} \frac{1}{R_o \lambda_R} = P - Q. \quad (1.13)$$

*Reynold*-sov broj se može definisati jednačinom:

$$\text{Re} = \frac{V_N d}{\nu}, \quad (1.14)$$

a *Nusselt*-ov broj:

$$Nu = \frac{\alpha_k d}{\lambda_f}, \quad (1.15)$$


---

u kojima su:

$V_N$  [m/s] – normalna brzina strujanja fluida na senzor,

$\nu$  [m<sup>2</sup>/s] – kinematska viskoznost fluida,

$\lambda_f$  [W/(mK)] – termička provodnost fluida,

$d$  [m] – prečnik senzora.

Uvrštavanjem vrijednosti za koeficijent prelaza topline  $\alpha_k$  iz jednačine (1.15), i  $(T_s - T_f)$  iz (1.8) u jednačinu (1.1), jednačina (1.1) prelazi u oblik:

$$Q = \frac{Nu \lambda_f}{d} A(T_s - T_f) = \left[ M + N \text{Re}^p \right] \frac{\lambda_f A}{d} \frac{R - R_f}{\lambda_R R_o}. \quad (1.16)$$

Uvrštavanjem dobijenih izraza za  $P$  iz jednačine (1.7),  $Q$  iz jednačine (1.16) i  $\text{Re}$  iz jednačine (1.14) u jednačinu (1.13) dobijamo jednačinu:

$$mc \frac{dR}{dt} \frac{1}{R_o \lambda_R} = I^2 R - \left[ M + N \left( \frac{V_N d}{\nu} \right)^p \right] \frac{\lambda_f A}{d} \frac{R - R_f}{\lambda_R R_o}, \quad (1.17)$$

odnosno:

$$mc \frac{dR}{dt} \frac{1}{R_o \lambda_R} = I^2 R - (R - R_f)(X + Y V_N^p), \quad (1.18)$$

pri čemu sa  $X$  i  $Y$  možemo definisati izraze:

$$X = \frac{\lambda_f A}{d \lambda_R R_o} M, \quad (1.19)$$

$$Y = \frac{\lambda_f A}{d \lambda_R R_o} \left( \frac{d}{\nu} \right)^p N. \quad (1.20)$$

Uz sve navedene aproksimacije, izraz (1.18) je i dalje dovoljno tačan za analizu ponašanja hot-wire-a. Za konstantnu temperaturu senzora  $T_s$ , konstantan će biti i otpor senzora tj. iz toga slijedi da je  $dR / dt = 0$ , pa jednačina (1.15) prelazi u oblik:

$$I^2 R = (R - R_f)(X + YV_N^p), \quad (1.21)$$

odnosno:

$$E^2 = R(R - R_f)(X + YV_N^p), \quad (1.22)$$

ili u opštem slučaju:

$$E^2 = A + BV_N^p. \quad (1.23)$$

Jednačina (1.23) je u nauci poznata pod nazivom *King-ov zakon hlađenja*. U izvedenom izrazu pošlo se od pretpostavke da hlađenje izaziva samo normalna komponenta vektora brzine fluida  $V_N$ . Međutim, nizom provedenih eksperimenata na različitim konstrukcijama senzora dokazano je da to u opštem slučaju nije tačno, odnosno da je hlađenje senzora uzrokovano nekim vektorom brzine strujanja fluida koji uzima u obzir sve tri komponente vektora brzine, a koji je nazvan efektivna brzina hlađenja ( $V_{eff}$ ), tako da se jednačina (1.23) može predstaviti u obliku:

$$E^2 = A + BV_{eff}^p. \quad (1.24)$$

Jednačina (1.24) pokazuje da između izlaznog napona  $E$  i brzine koju „osjeća“ senzor  $V_{eff}$ , postoji nelinearna zavisnost. Treba istaći i da su koeficijenti  $A$  i  $B$  suštinski funkcije koeficijenata  $X$  (1.19) odnosno  $Y$  (1.20), otpora senzora  $R$  kao i njegovog otpora pri temperaturi fluida  $R_f$ . Stoga je prije provođenja bilo kog eksperimenta neophodno tačno identifikovati vrijednosti koeficijenata  $A$ ,  $B$  i  $p$ .

Prema [19] „efektivna brzina hlađenja predstavlja brzinu koja ukoliko je normalna na senzor u ravni sonda, daje isti efekat hlađenja kao i trenutni proizvoljno nageti vektor brzine“. Postoji više analitičkih izraza za definisanje efektivne brzine hlađenja od kojih su najviše korištene jednačine tzv. *kosinusnog zakona, Hinze-a i Jorgensen-a*.

Treba istaći da se pored stepenskog zakona kojim se izražava zavisnost napona na krajevima senzora od brzine strujanja fluida navedenog u jednačinama (1.23) odnosno u (1.24) koriste i drugi izrazi kojim se izražava veza između brzine strujanja fluida i promjene napona na senzoru *hot-wire*, kao npr. prošireni stepenski zakon, *generalisani*

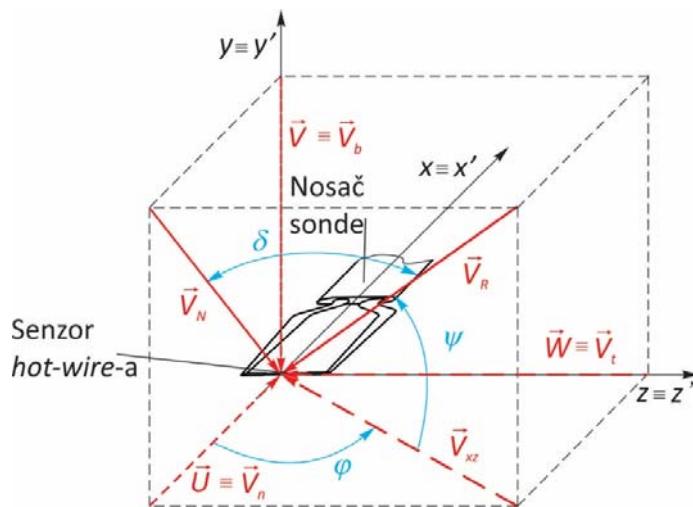
zakon hlađenja itd, a koji su korišteni i analizirani u velikom broju radova (npr. u [20], itd.).

### 1.1. Efektivna brzina hlađenja

Zbog složenosti fenomena prenosa topote sa senzora na okolni fluid, treba istaći da nijedna do sad korišćena jednačina za definisanje efektivne brzine hlađenja ne daje u potpunosti tačne rezultate u cijelokupnom opsegu razmatranih uglova strujanja fluida. Potraga za odgovarajućom jednačinom kojom bi se tačno definisao prenos topote sa senzora u zavisnosti od intenziteta brzine i pravca strujanja fluida, rezultovala je većim brojem različitih izraza za definisanje vrijednosti efektivne brzine. Jedna od najprostijih jednačina je tzv. *kosinusni zakon*, definisana za beskonačno dug senzor, sa uniformnom raspodjelom temperature duž senzora koji se nalazi u strujnom polju konstantne brzine i temperature (sl. 1.2)

$$V_{\text{eff}} = V_N = V_R \cos \delta \quad (1.25)$$

Iz jednačine *kosinusnog zakona* slijedi da samo normalna komponenta ( $\vec{V}_N$ ) vektora brzine  $\vec{V}_R$  uzrokuje hlađenje senzora. Prema [7], “*u mnogim proračunima i eksperimentima, jednačina (1.25) je adekvatna, odražava jednostavnost, i zavisno od konstrukcije sonde i senzora, može biti prilično tačna*”.



Sl. 1.2. Normalna ( $\vec{V}_N \equiv \vec{U}$ ), tangencijalna ( $\vec{V}_t \equiv \vec{W}$ ) i binormalna ( $\vec{V}_b \equiv \vec{V}$ ) komponenta vektora brzine fluida na senzoru *hot-wire-a*

Jednačina (1.25) ukazuje da na tzv. efektivnu brzinu, odnosno na hlađenje senzora (a time i na izlazni napon sa anemometra), ne utiče tangencijalna komponenta vektora brzine ( $\vec{V}_t \equiv \vec{W}$ ). Ova tvrdnja nije u potpunosti tačna. Iz izraza (1.25), takođe slijedi da beskonačan broj vektora brzine, različitog intenziteta i pravca, može da prouzrokuje istu efektivnu brzinu tj. efekat hlađenja senzora, a time na osnovu jednačine (1.24) i isti pad napona na krajevima senzora. U slučaju realne sonde, konačna dužina senzora, raspodjela temperature duž senzora koja nije uniformna kao i poremećaji u strujanju uzrokovani nosačem senzora i sondom prouzrokuju odstupanje od tzv. *kosinusnog zakona*.

Mnogi istraživači su testirali tačnost jednačine (1.25) i pokušavali da dođu do izraza koji tačnije definiše efektivnu brzinu hlađenja senzora. Tako je Hinze, [7], [14], [21], [22], predložio izraz koji je za određivanje efektivne brzine hlađenja uključivao i vrijednost tangencijalne komponente vektora brzine (sl. 1.2):

$$V_{\text{eff}} = |V_R| (\cos^2 \varphi + k \sin^2 \varphi)^{1/2}, \quad (1.26)$$

pri čemu je sa  $k$  u jednačini (1.26) označen tzv. *yaw* koeficijent čija se vrijednost određuje eksperimentalno tokom kalibracije.

Validnost izraza (1.26) analizirana je u [22], pri čemu se na osnovu provedenih istraživanja na analiziranim senzorima (variran je odnos dužina/prečnik senzora-  $l/d$ , a mjerjenje je provedeno za različite brzine strujanja), došlo do zaključka da se srednje vrijednosti koeficijenta  $k$ , mogu dobiti u opsegu  $k = 0,20 \pm 0,01$ , uz napomenu da ove vrijednosti zavise od intenziteta brzine  $V_R$  i da prema Hinze-u opadaju sa porastom brzine. Pored jednačine (1.26) kojom se navodi tzv. *yaw* zavisnost u obliku:

$$f(\alpha) = (\cos^2 \varphi + k \sin^2 \varphi)^{1/2}, \quad (1.27)$$

pojavio se još čitav niz sličnih jednačina za definisanje efektivne brzine hlađenja, a koje su uzimale u obzir i tangencijalnu komponentu vektora brzine, odnosno jednačine sa tzv. *yaw* zavisnošću, kao npr. jednačine:

*Davies i Bruun* [23], [24], [25]:

$$f(\alpha) = \cos^m \varphi, \quad (1.28)$$


---

Friehe i Schwarz [23], [24], [25]:

$$f(\alpha) = \left[ 1 - b(1 - \cos^{1/2} \varphi_e) \right]^2, \quad (1.29)$$

ali i Brandshaw-a [15], [25]:

$$f(\alpha) = \cos \varphi_e, \quad (1.30)$$

koja je definisana preko tzv. *efektivnog ugla hlađenja*  $\varphi_e$ . Efektivni ugao hlađenja predstavlja virtualni ugao, dimenzionisan tako da u sebi obuhvati uticaj na hlađenje senzora tangencijalne komponente vektora brzine fluida:

Poređenje ugaone oblasti validnosti jednačina (1.28) – (1.30) u tzv. *yaw* testu između ostalih, prezentovana su u [25].

Jednačina (1.25), kao i (1.26) ukazuju da je odziv senzora rotaciono simetričan. Međutim, kao što je navedeno u [7], brojna istraživanja su pokazala da „*aerodinamički efekti od nosača senzora i od tijela sonde utiču na očitanja, sa minimalnim uticajem na očitanja, kad je sonda paralelna sa tokom, a maksimalnim kad je sonda okomita na tok*“. U cilju uzimanja u obzir i ovih efekata, Jorgensen [26], [27], [28], [29], je predložio sljedeći izraz za određivanje efektivne brzine hlađenja:

$$V_{eff}^2 = V_n^2 + k^2 V_t^2 + h^2 V_b^2 \quad (1.31)$$

U jednačini (1.31) je sa  $V_b$  označena tzv. binormalna komponenta vektora brzine tj. komponenta brzine okomita na ravan u kojoj leže nosači senzora i senzor. Uticaj ove komponente karakterisan je tzv. *pitch* koeficijentom  $h$ , kojim se uzimaju u obzir razni aerodinamički efekti uzrokovani strujanjem fluida preko nosača senzora, tijela sonde itd. Vrijednost koeficijenta  $h$ , određuje se eksperimentalno prije mjerjenja, a niže su za sonde sa presvućenim krajevima senzora. Koeficijenti  $k$  i  $h$  suštinski uključuju u sebe sve nepoznate uticaje koji utiču na odziv *hot-wire*. Prema navodima u [30], rezultati istraživanja Jorgensen-a su pokazali da su tipične vrijednosti koeficijenata  $k \sim 0,2$  i  $h \sim 1,08$ .

Treba uočiti da ukoliko je *pitch* koeficijent  $h=1$ , jednačina Jorgensen-a (1.31) prelazi u jednačinu Hinz-a (1.26), a za veoma male vrijednosti *yaw* koeficijenta  $k \approx 0$ , jednačina Hinz-a prelazi u *kosinusni zakon hlađenja* (1.25).

---

Pored navedenih, veza između izlaznog napona na krajevima senzora mjernog uređaja i efektivne brzine hlađenja može se uspostaviti i drugim relacijama. Jednu takvu možemo naći u [15], u kojoj je predstavljen tzv. *generalisani zakon hlađenja*. Ako sa  $U, V$  i  $W$  (sl. 1.1), označimo komponente vektora brzine  $\vec{V}_R$  vezane za koordinatni sistem povezan sa sondom *hot-wire-a*, a sa:  $V_n, V_t$  i  $V_b$  normalnu, tangencijalnu i binormalnu komponentu vektora brzine na senzoru mjernog uređaja u koordinatnom sistemu vezanom za senzor *hot-wire-a*, tad se polazeći od empirijske jednačine *Joregensen-a* (1.31), za proizvoljan položaj senzora, efektivna brzina hlađenja može izraziti jednačinom:

$$V_{\text{eff}}^2 = V_n^2 + k^2 V_t^2 + h^2 V_b^2 = c_1 U^2 + c_2 V^2 + c_3 W^2 + c_4 UV + c_5 UW + c_6 VU. \quad (1.32)$$

Koeficijenti  $c_r$  ( $r = 1, 2, \dots, 6$ ) u sebe uključuju i geometrijske i termičke karakteristike sonde odnosno *hot-wire-a*. Dijeljeći prethodnu jednačinu sa  $c_1$ , dobijamo jednačinu:

$$V_{\text{eff},G}^2 = U^2 + a_1 V^2 + a_2 W^2 + a_3 UV + a_4 UW + a_5 VW. \quad (1.33)$$

Ukoliko se umjesto *King-ovog zakona* (1.24), veza između efektivne brzine hlađenja i izlaznog napona uspostavi polinomom četvrтog stepena:

$$\sum_{m=1}^5 b_m E^{m-1} = V_{\text{eff}}^2, \quad (1.34)$$

tad se izjednačavanjem jednačine (1.32) i (1.34) i dijeljenjem sa koeficijentom  $c_1$ , za svaki senzor *hot-wire-a* dobija sljedeća jednakost:

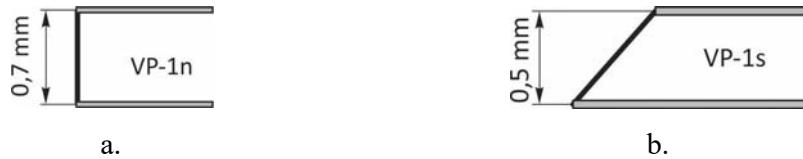
$$\sum_{m=1}^5 b'_m E^{m-1} = U^2 + a_1 V^2 + a_2 W^2 + a_3 UV + a_4 UW + a_5 VW. \quad (1.35)$$

Koeficijenti  $b'_m$  i  $a_m$  ( $i = 1, 2, \dots, 5$ ) se određuju putem kalibracije za svaki senzor.

## **1.2. Različite konfiguracije *hot-wire-a* i njihova namjena**

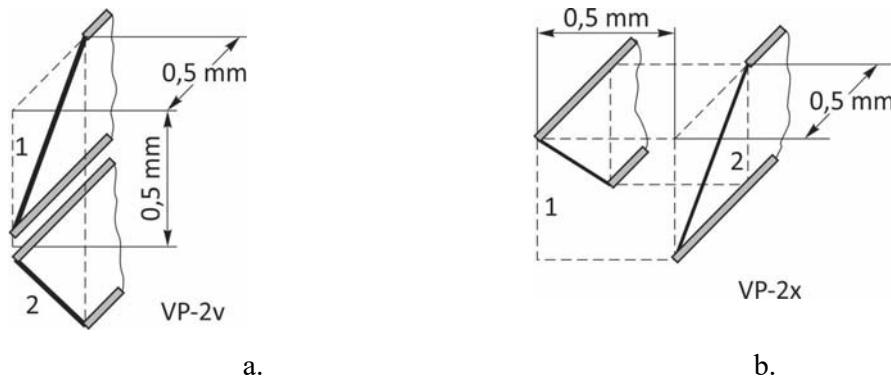
Postoji veliki broj različitih konfiguracija *hot-wire* sondi, koji u sebi mogu da sadrže jedan ili više senzora. Izgled i dimenzije sondi *hot-wire-a* kao i potreban broj senzora zavise od namjene samog uređaja.

Sonde sa jednim senzorom se pojavljuju u obliku sa „normalnim“ senzorom i „nagetim“ senzorom (sl.1.3). Ugao nagiba senzora može biti različit, ali je on najčešće  $45^\circ$ . Namjenjene su uglavnom za mjerjenje jedne komponente brzine i to u pravcu preovladavajućeg strujanja. U odnosu na ostale vrste sondi, po pravilu imaju najmanje dimenzije. Osnovni nedostatak je zanemarivanje druge dvije komponente brzine pri mjerenu.



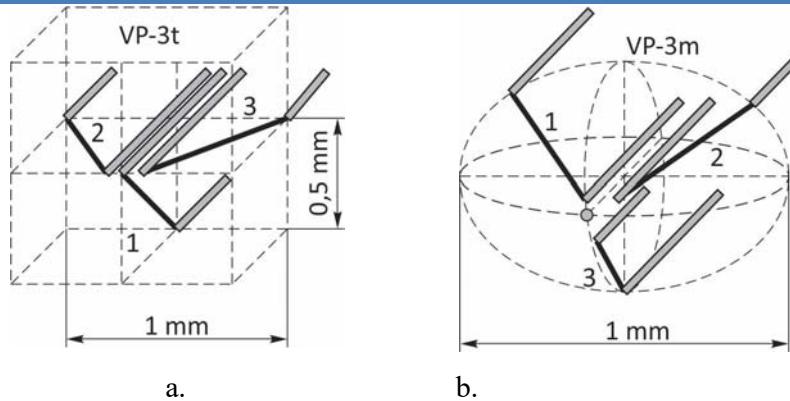
Sl.1.3. Konfiguracije *hot-wire* sondi sa jednim senzorom, a. sonda sa normalnim senzorom, b. sonda sa nagetim senzorom [15]

Sonde sa dva senzora omogućavaju mjerjenje dviju komponenti brzina u ravni paralelnoj senzorima. Mogu da se izrađuju u različitim oblicima, a najčešće konfiguracije su prikazane na sl. (1.4.).



Sl.1.4. Neke kombinacije *hot-wire* sondi sa dva senzora, a. VP-2v, b. VP-2x [15]

Sonde sa tri senzora omogućavaju mjerjenje sve tri komponente brzine. Tako npr. u [31], se navodi da „*kompletan opis turbulentnog brzinskog polja u tački, u suštini zahtijeva mjerjenje tri trenutne komponente brzine u toj tački. Iz toga je onda moguće odrediti srednje vrijednosti, komponente Reynolds-ovog tenszora naprezanja, spektar i vremenske koleracije bilo kog reda. Kako su turbulentni tokovi trodimenzionalni, neophodan je istovremen snimak tri linearne nezavisne signala brzine. Ovo očigledno zahtijeva primjenu sondi sa najmanje tri senzora*“. Postoji više konfiguracija sondi sa tri senzora od kojih su neke prikazane na sl. 1.5.

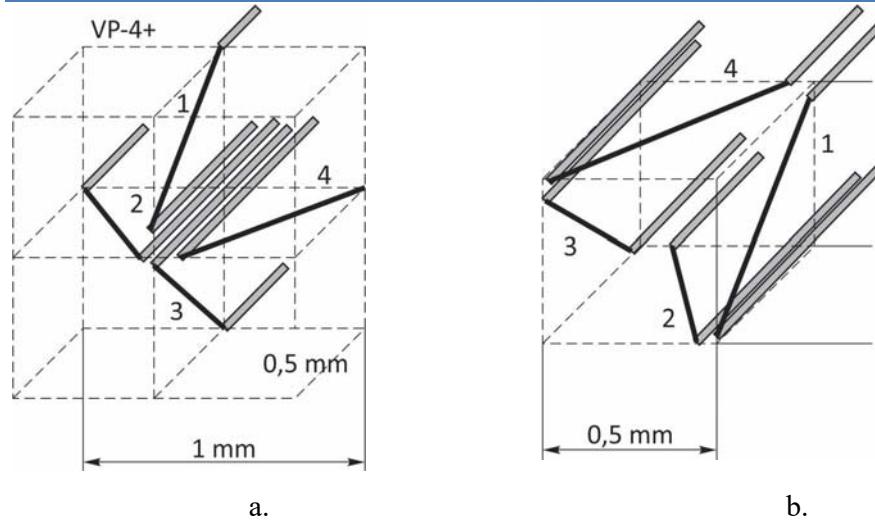


Sl. 1.5. Neke konfiguracije sondi sa tri senzora, a. „T“ konfiguracija, b. ortogonalna konfiguracija [15]

Prema [32], „*tipična konfiguracija sondi sa tri senzora čini ih osjetljivim na greške u brzinskim gradijentima posebno onim povezanim sa vrtloženjima u pravcu glavne komponente brzine*“. Problemima mjerena i kalibracije sondi sa tri senzora posvećen je veliki broj radova (npr. [33], [34], [35], [36] itd.).

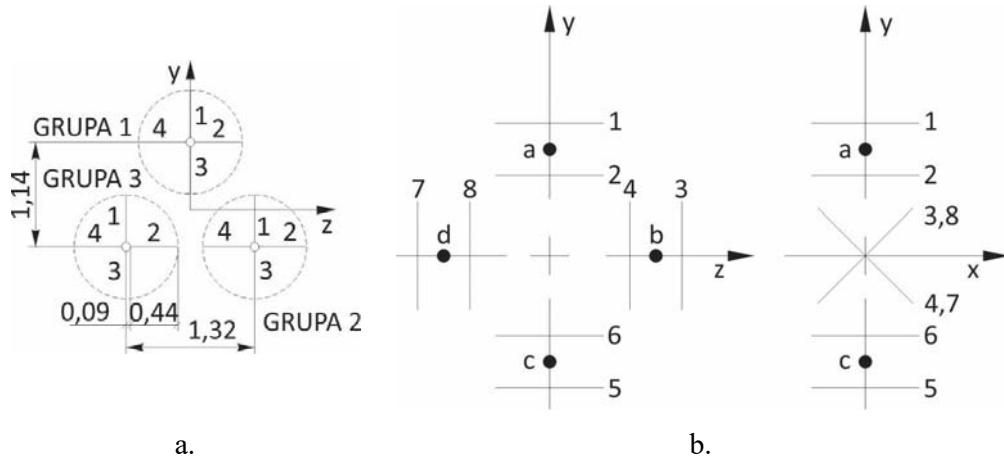
Kao i sonde sa 3 senzora, tako i sonde sa 4 senzora omogućavaju mjerena sve tri komponente brzine. Međutim, u odnosu na sonde sa tri senzora, sonde sa četiri senzora omogućavaju mjerena vektora brzine u širem opsegu napadnih uglova, a takođe i veću tačnost. Prema [32], „*sonde sa četiri senzora koje se sastoje od dvije sonde sa „X“ rasporedom senzora su sposobne da istovremeno mjere tri komponente brzine iz relativno kompaktnog mjernog volumena i izgleda da preovladavaju neke od problema u greškama gradijenata koje su povezane sa sondama sa tri senzora*“. Neke od konfiguracija sondi sa četiri senzora su prikazane na sl. 1.6.

Kod mjerena sondom sa četiri senzora, sam oblik sonde može da utiče i na rezultate mjerena. U [37], navedeno je da su u radu „*Quadruple hot-wire probes in a simulated wall flow*“ [38] istraživane sonde sa četiri senzora eksperimentalno i numerički, pri čemu je zaključeno da su „*velike greške u mjerenu Reynolds-ovog tensora posljedica velikog mjernog volumena i velikih trenutnih brzinskih gradijenata, stoga se pri konačnom izboru konfiguracije sonde treba voditi konfiguracijom toka*“.



Sl. 1.6. Konfiguracije sondi sa četiri senzora a. VP-4+, b. VP-4q [15]

Pored navedenih postoji još čitav niz različitih konstrukcija sondi *hot-wire* uređaja sa različitim brojem senzora (pet, šest, osam, devet, dvanaest, itd) sl. 1.7, koje su korišćene u različitim istraživanjima (npr. [15], [39] itd.). U suštini, broj i raspored senzora u sondi trebalo bi da zavisi od specifične namjene sonde.



Sl. 1.7. Specijalne konstrukcije sondi za mjerjenje vrtložnih strujanja, a. WP-12+, [15], b. 4-X [39]

Istaknimo i da je jedan od parametara koji utiču na tačnost mjerjenja brzine sa grupom senzora i zanemarivanje brzinskih gradijenta preko prostora kojeg oni pokrivaju. Uticaj brzinskih gradijenata zavisi od prostorne rezolucije, broja i rasporeda senzora. Prema [40], a na osnovu ranije provedenih istraživanja za različite sonde sa dva, tri i četiri senzora, „čak i sa prostornom rezolucijom koja je bliska ili bolja od onih koje su korištene u dosadašnjim eksperimentima, ove konfiguracije mogu rezultirati velikim

*greškama mjerena statističkih brzinskih komponenti pri turbulentnom strujanju u blizini zidova“.*

Prema [41] kao jedna od tehnika za tačkasta mjerena trodimenzionalnih tokova može se upotrijebiti i „sonda sa jednim nagetim senzorom (ili sonda sa dva senzora) koja je rotirana oko centralne linijske ose u nekoliko različitih orijentacija, i to obično pri konstantnim ugaonim intervalima“. Na ovaj način se u principu simulira mjerena sa hot-wire sondama sa više senzora.

### **1.3. Neke dobre i loše osobine hot-wire anemometara**

Kao i svaki mjerni instrument, tako i hot-wire anemometar ima neke prednosti i nedostatke u odnosu na druge mjerne instrumente, na osnovu kojih se može definisati oblast njegove upotrebe.

U [37] se navodi da su hot-wire anemometri široko prepoznati kao najpraktičnija i najekonomičnija tehnika kod strujnih tokova uz zidove sa visokim Reynolds-ovim brojevima.

U poređenju sa hot-wire-om prema [42], mjerena sa LDA (*Laser Doppler Anemometry*) i PIV (*Particle Image Velocimetry*) je „obično skuplje, komplikovanije, nema dovoljnu osjetljivost u niskoj turbulentnoj okolini, a obrada njihovih diskontinualnih izlaza je sa teškoćama“.

U [7] se navodi da su: „najčešća i najlakša mjerena sa termičkim anemometrima u gasovima konstantne temperaturе bliskom atmosferskom pritisku, pri relativno malim intenzitetima turbulencije i pri brzinama strujanja dovoljno niskim da je adekvatna prepostavka o nekompresibilnosti, ali se takođe kad je to potrebno, dobra mjerena mogu provesti preko znatno šireg opsega uslova“, a takođe se napominje da u „slučajevima visokih temperatura, kretanja objekata u toku, blizine zida, nečistoća u toku, visokih intenziteta turbulencije itd. koje otežavaju primjenu termalnih anemometara treba razmotriti upotrebu LDA“ odnosno drugih mjernih uređaja. Kao primarna ograničenja u primjeni termičkih anemometara, u [7] se navodi lomljivost senzora i njihova osjetljivost na kontaminaciju, a sa teorijskog stajališta, se navode sljedeća ograničenja:

1. „Brzina se ne mjeri direktno već se izvodi iz mjeranja konvektivnog prelaza topline sa senzora.
2. Normalne konfiguracije ograničavaju intenzitet turbulencije koji se može tačno mjeriti.
3. Gubici topline sa senzora koji nisu uzrokovani konvekcijom mogu prouzrokovati grešku“.

Takođe kao jedan od nedostataka koji je dugo vremena ograničavao primjenu *hot-wire*-a je i činjenica da *hot-wire*-i nisu omogućavali mjerjenje obrnutih strujanja, mada danas postoje tehnike koje omogućavaju i ovakva mjerjenja.

#### **1.4.Kalibracija sondi**

Prije provođenja bilo kog mjerjenja odnosno eksperimenta potrebno je utvrđivanje tačne zavisnosti između izlaznog napona na krajevima senzora mjernog uređaja i karakteristike koja se mjeri (u našem slučaju vektora brzine fluida), odnosno kalibracija mjernog uređaja. Odabir najboljeg metoda kojim se izražava zavisnost između brzine i izlaznog napona na krajevima senzora, a time i postupka kalibracije, nije tako jednostavan, posebno ako se ova zavisnost definiše putem analitičke funkcije (npr. jednačina 1.27-1.30). Naime, sva dosadašnja istraživanja pokazala su da nijedna analitička funkcija kojom se opisuje rad *hot-wire*-a ne opisuje u cijelokupnom opsegu razmatranih napadnih uglova i intenziteta brzina u potpunosti tačno zavisnost između izlaznog napona i vektora brzine fluida koji tu promjenu napona prouzrokuje.

Zbog velikog broja faktora koji mogu da utiču na rezultate mjerjenja pomoću *hot-wire*-a kalibraciju uređaja je potrebno provesti prije svakog mjerjenja. Kako se navodi u [43] „*mnogi detalji na sondi i anemometarskoj konstrukciji utiču na karakteristike hot-wire-a. Mi nismo u mogućnosti da izračunamo ponašanje hot-wire sonde iz njene geometrije sa neophodnom tačnošću pod laboratorijskim uslovima. Nadalje, kalibracija bi se trebala provesti u istom opsegu brzina i pod što bližim uslovima (npr. temperatura), koji su korišćeni pri mjerenu jer su ekstrapolacije karakteristika sondi u drugom opsegu brzina i temperatura povezane sa nepouzdanošću i mogu dovesti do znatnih grešaka*“.

U [33], navedeno je da se „*zbog kompleksnosti fenomena prenosa topline sa hot - wire-a na okolni medijum, u literaturi ne može pronaći precizno istraživanje ovog fenomena.*

---

*Analiza nekih ranijih radova o prenosu topote sa zagrijanog senzora pokazala je da se mogu pronaći samo približna rješenja i da postoje različite opcije u vezi sa upotrijebljenim pristupom. Treba naglasiti da čak i ako se izvedu tačna teorijska istraživanja, ona neće moći uzeti u obzir uslove u kojima se provodi individualna kalibracija hot-wire-a, jer će geometrija sonde biti sadržana u analitičkom izrazu (npr. dužina i prečnik senzora, što će očigledno biti prekompleksno da bi se mjerio). Osim toga, dodatne poteškoće se pojavljuju iz činjenice da fizičke karakteristike okolnog fluida i senzora za sebe ostaju velika nepoznanica. Nadalje, nečistoće i starenje senzora hot-wire-a, koji su oboje neizbjegni, donose daljnje probleme, čiji uticaj je nemoguće u potpunosti uzeti u obzir. Stoga teorijski izvedene jednačine, posjeduju samo indikativnu moć za opis ponašanja hot-wire-a u strujnom mediju i ne mogu da zamijene odnosno izbjegnu nužnost kalibracije pojedinog hot-wire-a“.*

Upravo su zaprljanjem senzora česticama prašine u [44], objašnjene različite vrijednosti kalibracionih konstanti za istu sondu dobijeni kalibracijom u više uzastopnih dana uprkos gotovo identičnim uslovima za mjerjenje.

U osnovi razlikujemo dvije tehnike kalibracije poznate pod nazivom *statička* odnosno *dinamička* kalibracija.

Kod statičke kalibracije sonda se postavlja u struju fluida određene poznate brzine strujanja i niskog intenziteta turbulencije ili je struja fluida u stanju mirovanja, a kroz nju se konstantnom brzinom kreće sonda, pri čemu se uspostavlja empirijska veza između izlaznog napona i srednje brzine strujanja. Diferenciranjem odnosa između napona i brzine dobije se statički kalibracioni koeficijent ili osjetljivost *hot-wire-a* na male fluktacije brzine oko neke brzine [45].

Kod dinamičke kalibracije, sonda se postavlja u tok uniformne brzine, a potom se provodi pomjeranje (mahanje) senzora najčešće sinusoidalno pri niskim frekvencijama (1-15 Hz) [14]. Ovako pomjeranje uzrokuje promjene brzine i napona na senzoru za neku vrijednost, na osnovu koje se može utvrditi osjetljivost promjene napona na promjenu brzine.

Prema navodima [45], ukoliko je nivo poremećaja dovoljno mali i ukoliko tokom ciklusa poremećaja svo vrijeme postoji termička ravnoteža između senzora i nosača senzora, u odsustvu irelevantnih mehaničkih i električnih efekata statički i dinamički

koeficijenti kalibracije trebali bi biti jednaki. Do sličnih zaključaka u analiziranim slučajevima, došli su mnogi istraživači (npr. [46], [47], itd.), a pregled nekih od radova kojima su analizirani ovi fenomeni navedeni su u [43].

Treba istaći da je navedena pretpostavka u suprotnosti sa navodima u [48], odnosno [49] koji su u svojim istraživanjima statičke kalibracione procedure za mjerjenje apsolutnih intenziteta turbulencije, a nakon niza testova sa anemometrom konstantne temperature, ustanovili ozbiljne razlike u rezultatima između statičke i dinamičke kalibracije. Stoga su oni predložili dinamički metod kalibracije kao tačniji i konzistentniji u odnosu na konvencionalnu proceduru.

Suprotno od navedenog u [45] se navodi da se „*statička i dinamička kalibracija međusobno slažu unutar eksperimentalno standardne greške od 2% u opsegu brzina 3-32 m/s, osim pri malim brzinama gdje je tačnost bila ograničena mikromanometrom pri mjerenu brzine sa pitot cijevi*“. Kao jedno od zaključnih razmatranja u svom radu u kome su poređili statičku i dinamičku kalibraciju, u [45] je navedeno da se u „*pogledu veće jednostavnosti statičkog kalibracionog metoda, njegova daljnja upotreba je preporučena pod uslovom da je upotrijebljen odgovarajući empirijski zakon hlađenja u opsegu brzina od interesa*“. Kao razlog neslaganja rezultata dobijenih statičkom i dinamičkom kalibracijom sa DISA hot-wire sondom navedenih u [48], u [47] se navodi loša aproksimacija statičkih kalibracionih podataka preko velikog opsega brzina sa konstantnom vrijednošću eksponenta stepenskog zakona.

U [47], je pokazano da nijedan stepenski zakon sa konstantnim eksponentom stepenskog zakona neće biti dobra aproksimacija statičkih kalibracionih podataka preko velikog opsega brzina.

Statičku kalibraciju u osnovi možemo provesti na dva načina. Prvi način zasniva se na snimanju određenog broja podataka o odzivu senzora za određeni broj napadnih uglova i brzina strujanja fluida koji bi se mogli pojaviti, a potom se na osnovu ovih podataka formira tzv. *look up* tabela (kao npr. u [50] )

Drugi način zasniva se na uspostavljanju analitičke zavisnosti između izlaznog napona sa anemometra sa intenzitetom i pravcem brzine, a preko efektivne brzine hlađenja. Ovaj drugi pristup primjenjuje se mnogo češće, mada se može reći je zbog

nesavršenosti konstrukcije sonde zahtjevniji, jer su prvim pristupom ove nesavršenosti sadržane u dobijenim rezultatima mjerena.

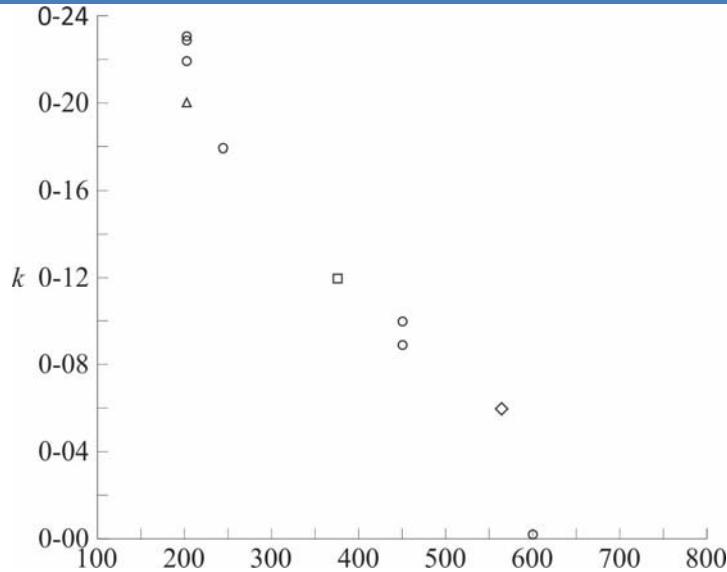
U stručnoj literaturi publikovan je veći broj radova u kojima su demonstrirane različite metode za kalibraciju sondi sa više senzora (npr. [51], [52], [53] itd).

### **1.5.Istraživanje zavisnosti koeficijenata $A, B, p, k$ i $h$**

Koeficijenti u jednačinama *King-a* (1.24) i *Jorgensen-a* (1.31), pored ostalog, zavisni su od intenziteta brzine strujanja, ali i od promjene ugla nastrujavanja fluida (*directional sensitivity*). Međutim u pojedinim slučajevima, može se usvojiti i njihova konstantna vrijednost za određen opseg brzina strujanja ili napadnih uglova. Istraživanju ponašanja navedenih koeficijenata posvećen je veliki broj istraživačkih radova, od kojih ćemo pomenuti samo nekoliko njih.

U preliminarnim istraživanjima predstavljenim u [20], provedenim sa DISA sondama sa normalnim senzorima (55P01 sa presvučenim krajevima senzora i 55P11 sa nepresvučenim krajevima senzora), između ostalog analiziran je i uticaj broja kalibracionih tačaka na tačnost fitovane krive ili izračunate kalibracione konstante (jednačina (1.21)). U tu svrhu sprovedena je kalibracija u opsegu brzina 4-40 m/s. Navedeni opseg brzina je prvo bio podijeljen na 40 tačaka, a potom 2 x 20 tačaka i na kraju 4x10 tačaka. Dobijeni rezultati primjenom jednačine (1.21) su demonstrirali slično dobre krive fita sa 10, 20 ili 40 kalibracionih tačaka ukoliko su vrijednosti za koeficijente  $A$  i  $B$ , odnosno eksponent  $p$  ostale virtuelne konstante. Iz toga je slijedilo da je u ovom opsegu brzina, opravdana upotreba manjeg broja kalibracionih tačaka da bi se redukovalo neophodno vrijeme za kalibraciju.

Zavisnost *yaw* koeficijenta  $k$  u jednačini (1.26), od vrijednosti *Reynold*-sovog broja i odnosa  $l/d$  anaizirana je u [21]. Istraživanja su provedena na senzorima izrađenim od platine (Pt) i volframa (W). Konstatovano je da za isti senzor pri istom temperaturnom opterećenju, nije primjećen značajni uticaj *Reynolds*-ovog broja na *yaw* koeficijent  $k$  (analiza je provedena za dva različita *Re* broja). Potpuno suprotan efekat je imao odnos  $l/d$ . Sa porastom odnosa  $l/d$  opadala je vrijednost *yaw* koeficijenta  $k$ , da bi pri vrijednostima  $l/d = 600$  bila gotovo jednaka nuli (sl. 1.8), tj. iz prezentovanih izraza, slijedi da bi jednačina *Hinze-a* (1.26) prelazila u *kosinusni zakon* (1.25).



Sl. 1.8. Zavisnost  $k$  od odnosa  $l/d$ .  $\text{Re}_\infty = 11,7$ ;  $V_{R\infty} = 35$  m/s;  
 $a_T = 0,80$ ; ○, Pt senzor,  $5 \mu\text{m}$ ; □ W senzor,  $5 \mu\text{m}$ ; △ Pt  
 presučeni senzor,  $5 \mu\text{m}$ ; ◇ W senzor,  $3,8 \mu\text{m}$ ; [21]

U provedenoj analizi kalibracione procedure i metoda interpretacije signala u slučaju sondi sa jednim normalnim i jednim nagetim senzorom kad se koriste u turbulentnim strujanjima, u [54] je pokazano da su za sonde sa jednim normalnim senzorom koeficijenti  $k$ ,  $m$  i  $b$  iz jednačina (1.27) – (1.29) zavisni i od brzine i od  $yaw$  ugla, te da ne postoji jedan kriterijum koji će dati najbolju vrijednost  $yaw$  parametra u svim slučajevima. U slučajevima sondi sa nagetim senzorima (DISA 55P12), prilikom određivanja  $yaw$  koeficijenta dobijene su negativne vrijednosti za koeficijent  $k$ . Stoga je zaključeno da u opštem slučaju, nije moguće tretirati sondu sa nagetim senzorom kao nagetu sondu sa normalnim senzorom.

Dodatno u [25], za slučaj sonde sa „X“ rasporedom senzora, pored  $yaw$  zavisnosti definisane jednačinom Hinzea-a (1.26), razmatrane su i zavisnosti definisane jednačinama (1.27)–(1.30). Na osnovu provedene analize došlo se do zaključka da za vrijednosti  $yaw$  ugla do  $70^\circ$ , jednačine (1.27)–(1.29) daju tačnost sa sličnim rezultatima, dok je metod sa efektivnim uglom (jednačina, 1.30), nešto slabiji dajući grešku od 2% pri  $70^\circ$ . Za razliku od drugih jednačina, greške sa jednačinom (1.26) iznosile su  $\approx 3\%$  pri  $80^\circ$  i  $15\%$  pri  $90^\circ$ , pri čemu su mjerena provedena sa Dantec „X“ sondom (55P51).

U [55] navodi se da je koncept sa efektivnim uglom hlađenja (1.30) validan samo za strujanja niskog intenziteta turbulencije kad trenutni vektor brzine ne odstupa više od približno  $\pm 10^\circ$  od ose sonde.

U novijim istraživanjima koncepta efektivnog ugla hlađenja (1.30), i njegove zavisnosti od brzine strujanja, u [56], konstatuje se da je „efektivni ugao virtualno nezavisan od brzine za brzine strujanja  $V_N > 6 \text{ m/s}$ “, tj. da se njegova vrijednost vrlo malo mijenja sa promjenom brzine strujanja, ali i da „rapidno opada sa opadanjem brzine strujanja ispod  $V_N < 6 \text{ m/s}$ “. Ovo ukazuje da koncept fiksnog efektivnog ugla ima smisla pri relativno većim brzinama strujanja“.

Validnost kosinusnog zakona (tj. jednačine (1.25)) u odnosu na druge jednačine ((1.27) do (1.30)) prezentovana je u [57]. Istraživanje je provedeno na različitim tipovima sondi (sa po jednim normalnim i nagetim senzorom, i senzorima u „X“ konfiguraciji) pri čemu je zaključeno da:

- „kalibracioni podaci demonstriraju zavisnost brzine od yaw ugla kao što je i očekivano,
- kosinusni zakon dobro fituje kalibracione podatke u opsegu napadnih uglova manjim od  $\pm 70^\circ$ , a ovaj opseg opada sa opadanjem brzine,
- kalibracioni podaci odstupaju od svih yaw metoda za određivanje efektivne brzine strujanja obuhvaćenih studijom u opsegu većem od  $\pm 70^\circ$  zbog uticaja nosača senzora,
- yaw parametri su pokazali zavisnost i od yaw ugla i od brzine strujanja,
- upotreba jedne vrijednosti za yaw parametar, ne garantuje da će se funkcija osjetljivosti na promjenu pravca strujanja fluida („directional sensitivity“) nekog primjenjenog yaw metoda (jednačine za yaw zavisnost (1.27)-(1.30)) pokazati boljom od kosinusnog zakona, posebno za uglove manje od  $\pm 50^\circ$  i više brzine strujanja,
- primjećena odstupanja yaw metoda pri višim yaw uglovima (veće od  $\pm 50^\circ$ ) vjerovatno će biti manja od onih prezentovanih u studiji, jer se oblasne korekcije obično provode sa izborom optimalnog yaw parametera“.

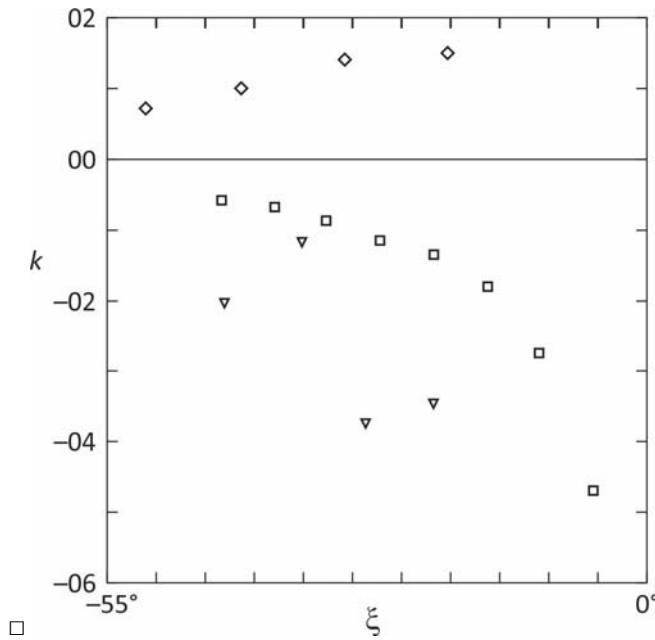
Osnovni zaključak je da „*kosinusni zakon reprezentuje anemometarski odziv jednako dobro kao i kompleksni yaw parametarski modeli, za opseg yaw uglova manjih od  $\pm 70^\circ$  i više brzine strujanja*“. Za niže brzine strujanja i/ili za yaw uglove veće od  $\pm 70^\circ$ , predlažu se kompleksniji metodi jer oni bolje reprezentuju anemometarski odziv podešavanjem njihovih yaw parametara.

Interesantna su i istraživanja predstavljena u [58] na sondama sa normalnim odnosno u [41] na sondama sa nagetim senzorom.

Pri proučavanju sondi sa normalnim senzorom čiji krajevi nisu bili presvučeni, konstatovano je da dotadašnji radovi nisu mnogo razmatrali odziv na yaw normalnih senzora koji nisu niti normalni niti leže u yaw ravni, odnosno koji su orijentisani pod različitim uglom u odnosu na yaw ravan. Ovakva mjerena su veoma važna u mjerjenjima sa sondama koje se rotiraju oko njihove ose simetrije, a i davala su osnovu za analizu modela odzivnih karakteristika kompleksnih sondi npr. sa tri nageta senzora. Drugi cilj navedenih istraživanja bio je ustanoviti validnost modela efektivne brzine hlađenja definisane jednačinom *Jorgensen-a* (1.31), u slučajevima kada varijacije pravca toka nisu male, odnosno kad je senzor pod uticajem tangencijalnog i binormalnog efekta hlađenja. Kako je navedeno „*posebna pažnja je poklonjena pitanju da li su koeficijenti k i h zaista zavisni o vrijednostima brzine i yaw ugla i ako jesu, kolike su vrijednosti ovih parametara pod različitim uslovima strujanja*“. Za istraživanje je upotrijebljena sonda sa normalnim senzorom DISA 55P11. Vrijednosti Reynolds-ovog broja kretale su se u opsegu  $Re = 0,572 \div 13,04$ , odnosno kako je navedeno u radu bile su iznad i ispod kritičnih vrijednosti navedenih od Hinze-a pri kojima postaju značajni efekat slobodne konvekcije ( $Re = 0,5$ ), odnosno pri kojoj počinje stvaranje vrtloga iz kružnog cilindra ( $Re = 44$ ). Istraživanja su provedena za tri nagiba senzora,  $0^\circ$  (senzor leži u tzv. yaw tj. xz ravni sl. 1.1,),  $90^\circ$  (senzor leži u tzv. pitch tj. xy ravni sl. 1.1), i za ugao nagiba senzora od  $45^\circ$  pri čemu se mijenja ugao  $\xi$ .

Za ugao  $\theta = 0^\circ$  tj. kad senzor leži u tzv. yaw ravni (sl. 1.9), konstatovano je da dolazi do varijacije yaw koeficijenta zavisno od promjene yaw ugla  $\xi$ , a takođe i da njegova varijacija zavisi od sonde koja je upotrijebljena. Navedeno je da ovo ukazuje da je koeficijent  $k$  osjetljiv na geometriju sonde, čistoću spojeva senzori-nosači senzora i vjerovatno aeroelastično ponašanje zagrijane senzorske niti. Radi usporedbe u [58] su

na slici prikazani i rezultati predstavljeni u „*Directional sensitivity of wire and fiber film probes*“ [59] ( $\diamond$ ) i *Report No. M-170* [60] ( $\nabla$ ). Zbog samog načina određivanja koeficijenta  $k$ , konstatovano je da pri uglovima  $\xi$  bliskim  $0^\circ$ , dolazi do odnosa dviju veličina malog reda, pa su dobijani rezultati sa velikom nepouzdanošću. Stoga je za ove uglove predložen drugačiji način određivanja koeficijenta  $k$  koji se može naći u ([58]).



Sl. 1.9. Varijacije tangencijalnog koeficijenta  $k$  sa uglom  $\xi$ .

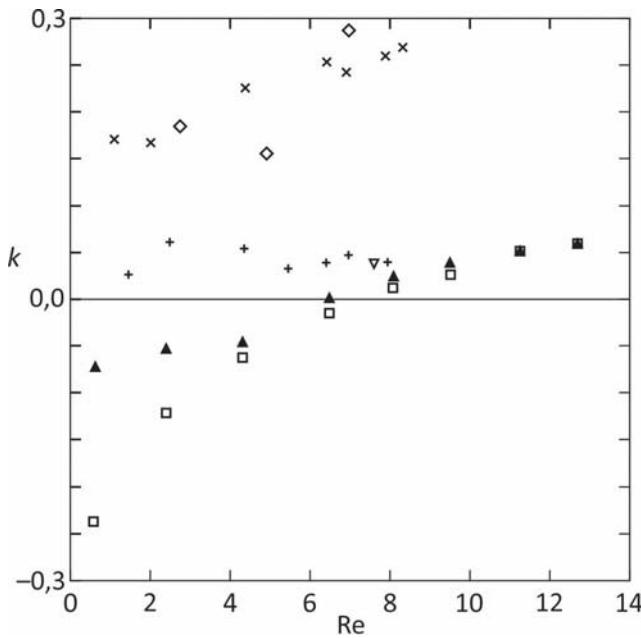
Ugao nagiba senzora u odnosu na *yaw* ravan  $\theta = 0^\circ$ ,  
 $0 < \text{Re} < 5,0$ ;  $\square$ , DISA 55P11;

$\nabla$  DISA 55P11 [60];  $\diamond$  DISA 55F31 [59], [58]

Varijacije tangencijalnog koeficijenta hlađenja  $k$  sa promjenom *Reynolds*-vog broja  $\text{Re}$ , i njegova zavisnost od geometrije sonde je prikazana je na sl. 1.10. Vrijednosti koeficijenta  $k$  dobijene za prezentovana mjerena su izračunate za *yaw* ugao  $\xi = 21,6^\circ$ . Radi usporedbe, navedno je da su na crtežu prikazani i neki od rezultata objavljeni u „*Directional sensitivity of wire and fiber film probes*“ [59] ( $\diamond$ ) i vrijednost  $k = 0,04$  sugerisana u [61] ( $\nabla$ ).

Sa sl. 1.10, poređenjem parametra  $k$  za modifikovanu DISA 55P01 sondu sa rezultatima prezentovanim u „*Directional sensitivity of wire and fiber film probes*“ [59], mogu se uočiti dobra slaganja, pri čemu su vrijedosti za  $k$  uvijek pozitivne unutar

cjelokupnog opsega testiranih  $Re$  brojeva. Međutim u slučaju sonde 55P11 vrijednost koeficijenta  $k$  ostaje negativna unutar opsega  $0,572 < Re < 7,97$ . Na sl. 1.10, takođe je prikazana varijacija parmetra  $1+a_1$ , koji je korišćen za određivanje vrijednosti koeficijenta  $k$  pri malim vrijednostima ugla  $\xi$ .

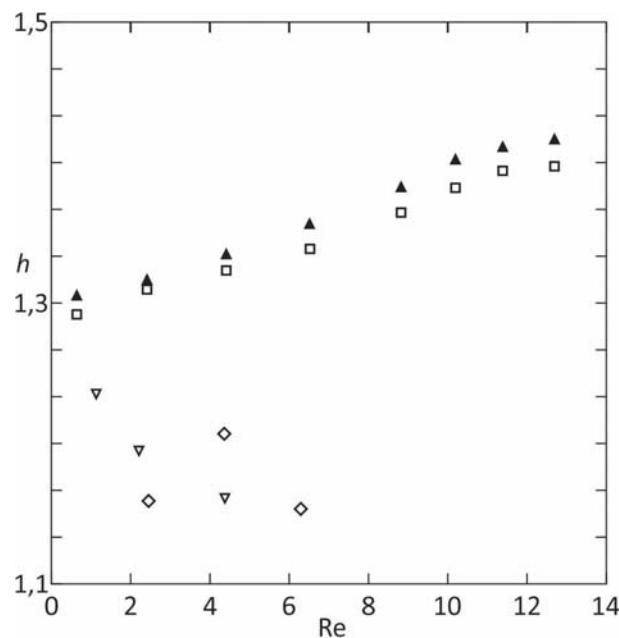


Sl. 1.10. Varijacije parametra  $k$  i  $1+a_1$ , sa  $Re$ . Ugao nagiba senzora u odnosu na *yaw* ravan  $\theta = 0^\circ$ ,  $\xi = 21,6^\circ$ :  
 □ DISA 55P11; ×, DISA 55P01 (modifikovana); +, DISA 55P01; ◇ DISA 55F31 [59]; ▽ [61]; ▲,  $1+a_1$  [58]

Za vrijednost ugla od  $\theta = 90^\circ$ , tj. kad je senzor okomit na tzv. *yaw* ravan, kao i za  $\theta = 0^\circ$ , primjećena je zavisnost binormalnog koeficijenta hlađenja  $h$  od *yaw* ugla  $\xi$ . Ovo se kako je navedeno razlikuje od rezultata navedenih u „*Directional sensitivity of wire and fiber film probes*“ [59] koji su bili neosjetljivi na promjenu *yaw* ugla. Binormalni koeficijent hlađenja  $h$ , naveden u ovom radu je rastao sa porastom pozitivnog *yaw* ugla i opadao sa porastom negativnog *yaw* ugla. Istaknuto je da je na promenu *yaw* ugla, koeficijent  $h$  manje osjetljiv od koeficijenta  $k$ , ali bi bilo neodgovarajuće označiti ga kao konstantu.

Na sl. 1.11, prikazane su varijacije koeficijenta  $h$  sa promjenom *Reynolds*-ovog broja, i to za vrijednost ugla  $\xi = 37,8^\circ$  (sl. 1.11). Takođe su prikazani i rezultati predstavljeni u „*Directional sensitivity of wire and fiber film probes*“ [59] (◇) i u „*S.F.B. 80 Report No.*

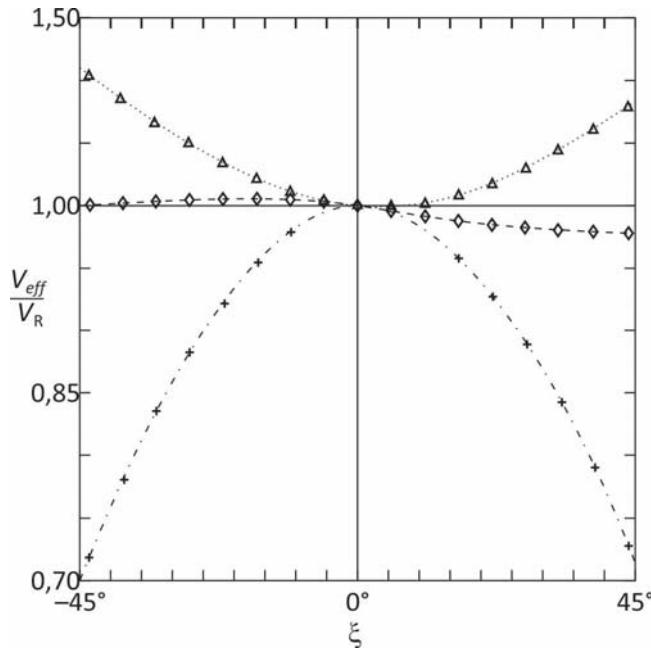
*M-170*“ [60] (V). Prema prezentovanim rezultatima, koeficijent  $h$  raste monotono sa porastom brzine (Re broja) i obrnuto. Istaknuto je da su i rezultati perzentovani u [59] i [60] varirali sa *Reynolds*-ovim brojem. Navedeno je da se porast koeficijenta  $h$ , sa porastom brzine (pri konstantnoj vrijednosti yaw ugla  $\xi=const.$ ), može objasniti sa porastom ubrzanja toka u blizini senzora kada prolazi preko međuprostora ograničenog sa nosačima senzora i tijelom sonde, što dovodi do povećnaja konvektivnog prenosa toplote sa senzora na okolinu. Istaknuto je da je ovo obrazloženje u saglasnosti sa istraživanjima [62], koja su pokazala da porast prostora između nosača senzora redukuje binormalni efekat hlađenja.



Sl. 1.11. Varijacije parametra  $h$  i  $1+a_1$ , sa Re. Ugao nagiba senzora u odnosu na yaw ravan  $90^\circ$ ,  $\xi=37,8^\circ$ ;  
 □ DISA 55P11; ◇ Directional sensitivity of wire and fiber film probes, [59]; ▽, S.F.B. 80 Report No. M-170 [60]; ▲,  $1+a_1$  [58]

Za sondu pod uglom od  $\theta=45^\circ$ , očigledno je da će oba efekta i binormalnog i tangencijalnog hlađenja uticati na krajnji odziv senzora. Vizuelno poređenje tri bezdimenzionalne karakteristike odziva za ugao senzora  $0^\circ$ ,  $90^\circ$  i  $45^\circ$  prikazano je na sl. 1.12. Kao što se može vidjeti, normalni senzor je najosjetljiviji kad se vrši njegova rotacija u tzv. yaw ravni, odnosno pri uglu nagiba sonde od  $\theta=0^\circ$ . Zakretanjem sonde za  $90^\circ$ , njena osjetljivost (zavisnost promjene odnosa  $V_{eff}/V_R$ ) se smanjuje 30-33%, a za

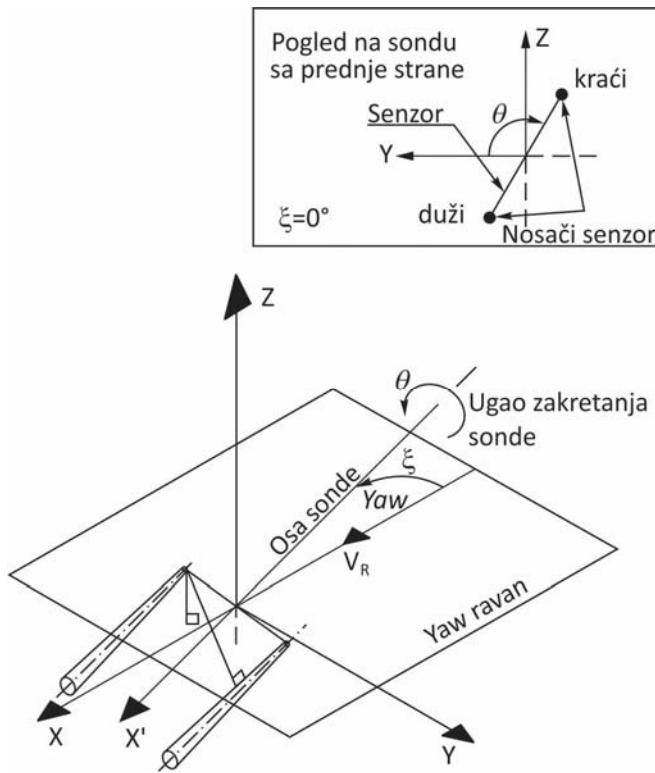
ugao nagiba od  $45^\circ$ , odziv senzora je gotovo neosjetljiv na promjenu yaw ugla unutar opsega uglova  $|\xi| < 43,2^\circ$ .



Sl.1.12. Odziv na promjenu yaw ugla sonde 55P11, pri različitom uglu zakretanja sonde u odnosu na yaw ravan (ugao  $\theta$ , sl. 1.1, 1.2 i 1.13).  $Re=4,28$ ,  $\theta : +, 0^\circ; \diamond, 45^\circ; \Delta, 90^\circ$  [58]

Pri proučavanju sondi sa načetim senzorima čiji krajevi nisu bili presvučeni, u [41] analizirali su odziv na yaw pri čemu su sonda bile postavljene pod različitim uglom u odnosu na yaw ravan. Istraživanje je provedeno sa DISA 55P12 sondom sa jednim načetim senzorom, sondom sa „X“ rasporedom senzora i sondom sa tri senzora načeta pod uglom od  $45^\circ$ , pri čemu su senzori međusobno zatvarali ugao od  $120^\circ$ . U eksperimentalnim istraživanjima osjetljivosti sonda sa jednim načetim senzorom i sa nepresvučenim krajevima senzora, dobijeni rezultati su jasno pokazali da yaw odziv ovih sondi zavisi od ugla nagiba ravni koju formiraju nosači senzora-senzor u odnosu na yaw ravan (tj. ugla  $\theta$  sl. 1.13), te da dolazi do opadanja odziva za neki yaw ugao sa porastom vrijednosti ugla  $\theta$ . U zaključku istraživanja se navodi „*kad su obje ravni poravnate jedna sa drugom pri  $\theta=0^\circ$ , karakteristike konstantnih brzina su monotone funkcije yaw ugla  $\xi$ , ukazujući na jedinstvenu zavisnost između izlaznog signala i pravca strujanja. Pri bilo kojoj drugoj vrijednosti ugla  $\theta$ , u kojoj dvije ravni (ravan koju formiraju nosači senzora i senzor, i ravan u kojoj leži sonda za ugao  $\theta=0^\circ$ ), nisu poravnate postoji oblast yaw uglova u kojoj izlazni signal postaje nejedinstveno*

povezan sa vrijednošću ugla  $\xi$  (tj. jednom odnosu  $V_{\text{eff}} / V_R$  odgovaraju dvije vrijednosti ugla  $\xi$ , sl. 1.14.). Veličina ove oblasti zavisi od vrijednosti ugla  $\theta$ ; on raste sa porastom  $\theta$  i obrnuto“.

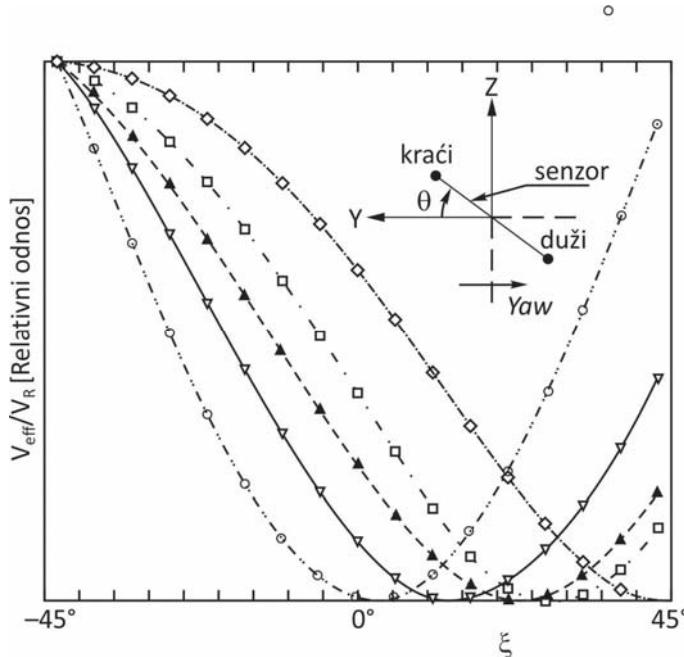


Sl. 1.13. Sonda sa nagetim senzorom u prostorno fiksiranom koordinatnom sistemu, definicija uglova  $\varphi$  i  $\theta$  [41]

U [41] se navodi da je očigledno da je nejedinstvena relacija između  $V_{\text{eff}} / V_R$  i yaw ugla  $\xi$  (sl. 1.15), za datu brzinu strujanja i ugao nagiba ravni nosači senzora-senzor u odnosu na yaw ravan, za  $\theta > 0^\circ$ , uzrokovana kombinacijom dva efekta koji su suprotni jedan drugom i to:

- „zakretanjem niti senzora u yaw ravni (iz pozicije u kojoj je gotovo okomita na kalibracioni tok ( $-43,2^\circ$ ), na poziciju u kojoj je gotovo paralelna sa kalibracionim tokom ( $+43,2^\circ$ ), dovodi do opadanja normalne komponente hlađenja, što dovodi do opadanja bezdimenzionalnog odnosa ( $V_{\text{eff}} / V_R$ )),
- kad je ugao između ravni koju formiraju nosači senzora-senzor i yaw ravni različit od  $0^\circ$  (sl. 1.14), zakretanjem senzora odnosno sonde u yaw ravni od  $0^\circ$  do  $43,2^\circ$ , povećava se uticaj binormalnog efekta hlađenja što dovodi do porasta

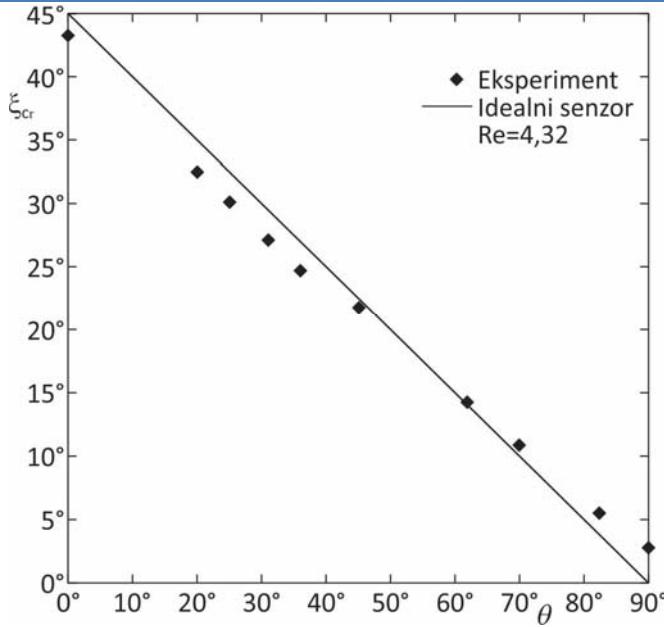
bezdimenzionalnog odziva ( $V_{eff} / V_R$ ). Unutar opsega  $0 < \xi < -43,2^\circ$  trend oba efekta hlađenja je isti“.



Sl. 1.14. Odziv na yaw sonde sa nagetim senzorom, pri različitoj vrijednosti  $\theta$  uglova, pitch ugao  $0^\circ$ ,  $Re=4,32$ .  
 $\theta$ :  $\diamond, 0^\circ$ ;  $\square, 25^\circ$ ;  $\blacktriangle, 45^\circ$ ;  $\triangledown, 62^\circ$ ;  $\circ, 90^\circ$  [41]

Vrijednost yaw ugla  $\xi$  pri kojoj je primjećena startna nejedinstvenost je definisana kao kritična vrijednost yaw ugla  $\xi_{cr}$ , i ona je očigledno zavisna od ugla nagiba između ravni nosača senzora-senzor i yaw ravni tj. ugla  $\theta$  (sl. 1.15). Dobijena zavisnost  $\xi_{cr}$  od ugla  $\theta$  pri  $Re = 4,2$  prikazana je na sl. 1.15.

Za idealno nageti senzor pod uglom od  $45^\circ$ , u odnosu na osu sonde maksimalna vrijednost  $\xi_{cr}$  mogla bi se očekivati pri  $\theta = 0^\circ$ , i ona bi trebala da iznosi  $\xi_{cr} = 45^\circ$ , dok bi pri  $\theta = 90^\circ$  očekivana, kritična vrijednost yaw ugla trebala da bude  $\xi_{cr} = 0^\circ$ . Pod prepostavkom linearne zavisnosti između kritične vrijednosti yaw ugla od nagiba ravni nosači senzora-senzor u odnosu na yaw ravan, na sl. 1.15 prikazana su odstupanja testnih rezultata od očekivane linearne zavisnosti. U [41], se navodi da su u „Hot-wire Anemometry“ [63] ovakva odstupanja pripisana lokalnom savijanju senzora koja su rezultat produženja senzorskog elementa tokom zagrijanja.



Sl.1.15. Varijacije  $\xi_{cr}$  sa  $\theta$ , pitch ugao  $0^\circ$ ,  $Re=4,32$ ;  
- idealni senzor;  $\blacklozenge$  eksperiment [41]

Takođe je naglašeno da su vrijednosti kritičnog yaw ugla ( $\xi_{cr}$ ) zavisne ne samo od ugla nagiba između ravni nosača senzora-senzor, već takođe i od vrijednosti *Reynolds*-ovog broja, tj. od brzine strujanja. Sa porastom brzine strujanja, odnosno *Reynolds*-ovog broja „redukuje se osjetljivost na promjenu yaw ugla sonde sa nagetim nepresvučenim senzorom, čime dolazi do porasta oblasti u kome odzivni signali poprimaju slične vrijednosti za dva različita yaw ugla,“ odnosno do porasta oblasti nejedinstvenog rješenja. Stoga je konstatovano da „zavisnost kritičnog yaw ugla  $\xi_{cr}$  od *Re* broja, ali i ugla između ravni nosača senzora-senzor i yaw ravni (tj. ugla  $\theta$ ) ukazuje da je za posmatrani sondi sa nagetim senzorom veoma teško odrediti granice yaw ugaone oblasti (da bi se izbjegla nejedinstvenost izlaznih signala), bez sprovodenja cijelokupne kalibracije sonde“.

Slična zapažanja su konstatovana i kod sondi sa „X“ rasporedom senzora odnosno sondi sa tri nageta senzora. Istaknuta je činjenica da mjerena upotrebom sonde sa „X“ rasporedom senzora mogu da uđu u probleme nejedinstvenosti, i da su o tome već izvještavali u nekoliko eksperimenata različiti istraživači. Tako je npr. u radu “Survey and new measurements of turbulent structure near the wall“ [64], navedeno “ovaj problem nastaje kad nagib vektora brzine pređe opseg strujnih uglova (pravaca) ograničenog bilo normalama na dva senzora ili dva senzora međusobno (zavisno od

toga koji je manji“. Takođe je istaknuto da prema „*mišljenjima navedenim u „Has a small - scale structure in turbulence been experimentally verified“, [65] problem nejedinstvenosti nastaje zbog konfiguracije nosača senzora koji nose senzor i utiču na tok u blizini sonde. Stoga se nejedinstvenosti mogu pojaviti i pri manjim uglovima*“. Studija [41] ne isključuje ove mogućnosti, ali je „*demonstrirala da problem nejedinstvenosti primarno nastaje zbog odstupanja u nagibu ravni u kojoj leže senzori sa yaw kalibracionom ravni*“.

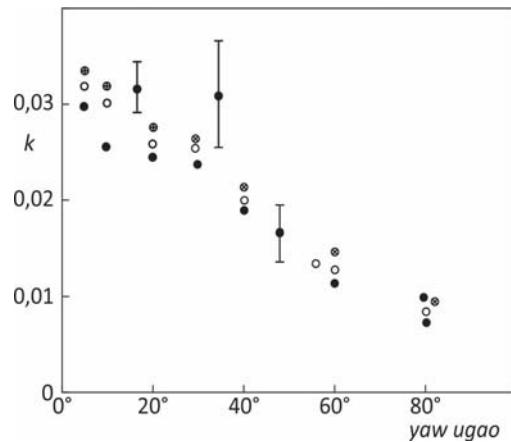
Prema [41], „*mnogo komplikovanija situacija se susreće kad se koriste sonde sa tri senzora. Zbog specijalnog rasporeda senzora u sondi, najmanje dva senzora od tri su u vijek zakrenuti u odnosu na kalibracionu ravan. Stoga je jedini efektivni metod za izbjegavanje dvostrislenih rezultata u ovom slučaju da se ograniči upotreba sondi sa tri senzora na eksperimentalno predefinisani opseg strujnih uglova*“. Na osnovu prezentovanih istraživanja slijedila su još dva zaključka za sonde sa tri senzora:

- a. „*svaki pokušaj porasta strujnih uglova u jednom pravcu će odmah uticati na opseg u drugim pravcima,*
- b. „*suštinsko poboljšanje u performansama sondi sa tri senzora, koje se sastoje od nepresvučenih senzora, ne može se postići mijenjanjem orijentacije (zakretanjem) sonde*“.

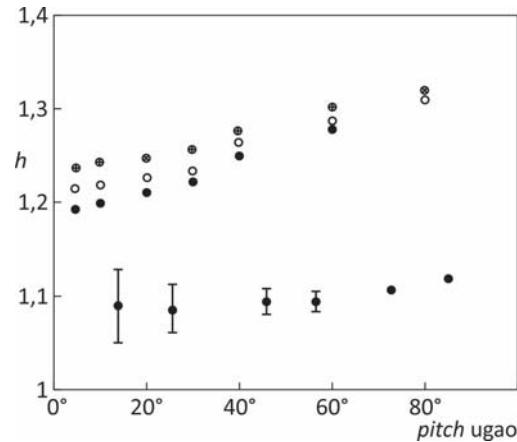
U [24], pored ostalog, eksperimentalno je analizirana osjetljivost *hot-wire* sonde sa normalnim senzorom sa presvučenim krajevima senzora, na promjenu pravca strujanja fluida (tzv. *directional sensitivity, directional response*). Zaključeno je da su „*faktori koji određuju pitch odziv aerodinamički poremećaji uzrokovani nosačima senzora i tijelom sonde kao i zakrivljenošću senzora. Yaw odziv takođe određuju aerodinamički poremećaji, konvektivni prenos topline zbog strujanja fluida paralelno sa senzorom i konduktivni gubici na krajevima. Aerodinamički poremećaji u blizini senzora su uzrokovani graničnim slojem formiranim od nosača senzora i tijela sonde kao i oblastima separacije toka iza nosača senzora koji mogu biti nestabilni*“. Na osnovu provedenih eksperimenata za više različitih sondi u cilju provjere validnosti Jorgensenove jednačine (1.31), za kombinovani *yaw* i *pitch* zaključeno je da „*ona dobro reprezentuje odziv senzora na promjenu pravca strujanja ukoliko se koeficijenti k i h određuju odvojeno u čistoj yaw i čistoj pitch kalibraciji i ukoliko jednačina tačno reprezentuje čisti yaw i čisti pitch odziv*“.

---

Istraživanje zavisnosti *yaw* i *pitch* koeficijenta za sonde sa tri ortogonalna senzora detaljnije je analizirano u [34]. Analizirana je ortogonalna sonda sa tungstremovim senzorima pri čemu su krajevi senzora bili presvučeni zlatom. Konstatovano je da se ukoliko se želi postići dobra tačnost, mora uzeti u obzir zavisnost *yaw* koeficijenta  $k$ , i *pitch* koeficijenta  $h$ , od *yaw* i *pitch* ugla, kao i da te vrijednosti variraju od senzora do senzora. „*Za najbolje rezultate, preporučeno je da se vrijednosti koeficijenata  $k$  i  $h$  izaberu nakon individualne kalibracije svakog senzora na *pitch* i *yaw* uglove*“. Neke tipične varijacije  $k$  i  $h$  prikazane su na sl. 1.16 i sl 1.17.



Sl. 1.16. Tipične varijacije  $k$  sa *yaw* uglom. ● „*Directional sensitivity of wire and fiber film probes*“, tip P55F11, sa krajevima presvučenim zlatom; [59] ○, senzor 1; ⊗, senzor 2; ⊕ senzor 3, [34]



Sl. 1.17. Tipične varijecije  $h$  sa *pitch* uglo. Simboli su kao na sl. 1.16. [34]

Nadalje je istaknuto da „*poredenjem sl. 1.16. i sl. 1.17. sa tipičnim rezultatima Jorgensen-ove studije [59] upotreboom normalnog senzora i prezentovanih rezultata za sonda sa tri senzora ukazuje da vrijednosti koeficijenata  $k$  i  $h$  donekle zavise od geometrije nosača senzora. Vrijednosti za koeficijent  $k$  su nešto manje od onih za normalni senzor zbog specijalnog oblika sonda sa tri senzora. U Joregensen-ovom eksperimentu sa normalnim senzorom, nosači senzora su paralelni, sa konstantnim rastojanjem od 3 mm, a u prezentovanom slučaju, nosači svakog senzora su bili odvojeni 3,25 mm na njihovim vrhovima, dok je to rastojanje daleko dole u pravcu nosača sonda, poraslo postepeno na 8 mm i ostalo konstantno jer su savijeni. Međutim postavljanje šest nosača senzora zajedno povećalo je aerodinamičke smetnje, a ova činjenica je evidentna sa crteža za koeficijent  $h$ . Ove vrijednosti su znatno više nego one kod normalnih senzora sa presvučenim krajevima*“. Veliko smanjenje brzine u

binormalnom pravcu objašnjeno je prisustvom velikih prepreka (tj. nešto većih nosača senzora), a to može biti i objašnjenje za veće vrijednosti koeficijenta  $h$ .

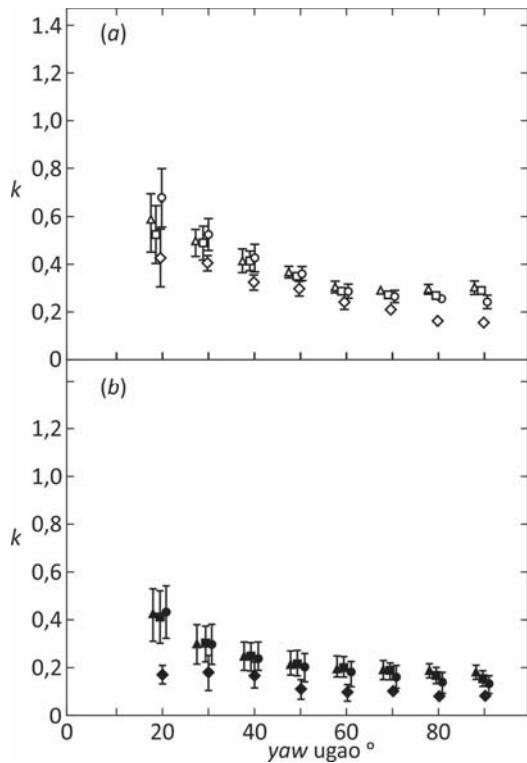
U [66], analiziran je odziv na promjenu pravca strujanja fluida, sondi sa „X“ rasporedom senzora DISA 55P61 i sondi sa tri senzora DISA 55P91. Koeficijenti  $k$  i  $h$  iz jednačine Jorgensen-a, (1.31) koji uzimaju u obzir efekte hlađenja uslijed tangencijalne i binormalne komponente vektora brzine fluida, su određeni za različite yaw i pitch uglove ( $20^\circ$ - $90^\circ$ , sl. 1.19 i 1.20), pri brzinama od 6 m/s, 11 m/s i 19 m/s. Za razmatrane brzine, zaključeno je da je uticaj brzine na promjenu vrijednosti koeficijenata  $k$  i  $h$  mali i za sonde sa dva i za sonde sa tri senzora. Nadalje u [66], se dalje navodi da je u studiji „*Directional sensitivity of wire and fiber film probes*“ [59] konstatovano da „za sonde sa jednim senzorom, sa nepresvučenim krajevima senzora DISA 55F31, relativne greške u mjerenu brzine zbog zanemarivanja yaw koeficijenta  $k$ , mogu iznositi i 30%, odnosno 10% ukoliko se zanemari pitch koeficijent  $h$ , za veće vrijednosti yaw odnosno pitch uglova. Greška je bila manje izražena za sonde DISA 55F11 jer su krajevi senzora bili presvučeni zlatom koji su redukovali efekte uticaja nosača senzora“. Iz navedene konstatacije je slijedio zaključak da kod sondi sa „X“ rasporedom senzora ili sondi sa tri senzora, ukoliko je vektor brzine fluida paralelan osi sonde, on tada nije okomit niti na jedan senzor tj. yaw i pitch uglovi za svaki od senzora nisu mali, pa jednostavni kosinusni zakon neće biti dovoljan da bi se izbjegle dvosmislenosti u konačnom rezultatu.

Iz provedenih mjerena na navedenim sondama, u [66] su određene vrijednosti koeficijenta  $k$  i  $h$ . Za sonde sa „X“ rasporedom senzora vrijednosti koeficijenta  $k$  varirale su od 0,25 do 0,60, dok su za sondu sa tri senzora iznosili 0,15 do 0,45, a ove vrijednosti su bile veće od odgovarajućih za sondu sa jednim senzorom uprkos identičnoj geometriji senzora. Ove razlike su pripisane razlikama u geometriji nosača senzora. Takođe, konstatovano je da razlike u vrijednosti koeficijenata  $h$ , za sonde sa jednim, sa „X“ rasporedom senzora i tri senzora, slične geometrije, ukazuju na važnost geometrije nosača senzora. Iz provedene analize zaključeno je „da se vrijednosti za koeficijente  $k$  i  $h$  određene za sonde sa jednim senzorom ne mogu usvojiti za sonde sa ukrštenim ili sonde sa tri senzora čak iako imaju identičnu geometriju“.

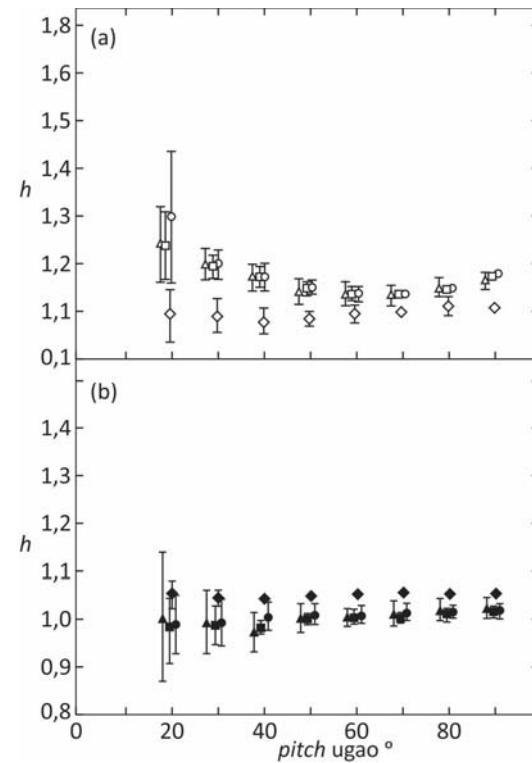
Veće rasipanje vrijednosti koeficijenata  $k$  i  $h$ , pri manjim vrijednostima yaw i pitch uglova objašnjeno je činjenicom da su ta mjerena veoma osjetljiva na tačnost

---

izmjerениh uglova (sl. 1.21), kao i činjenicom da su tangencijalna i binormlana komponenta u tom slučaju male, pa su moguće velike varijacije koeficijenata  $k$  i  $h$ , a da ne dođe do velike varijacije u rashladnom efektu.



Sl. 1.18. *Yaw* koeficijent (a) sonda sa „X“ rasporedom senzora i (b) sonda sa tri senzora pri različitim brzinama:  $\triangle, \blacktriangle$ , 6 m/s;  $\square, \blacksquare$ , 11 m/s;  $\circ, \bullet$ , 19 m/s;  $\diamond, \blacklozenge$ , sonda sa jednim senzorom, rezultati pri 12,5 m/s i 12 m/s radi usporedbe. Granice greške pokazuju 2 standardne devijacije (preko 12 očitavanja) [66]

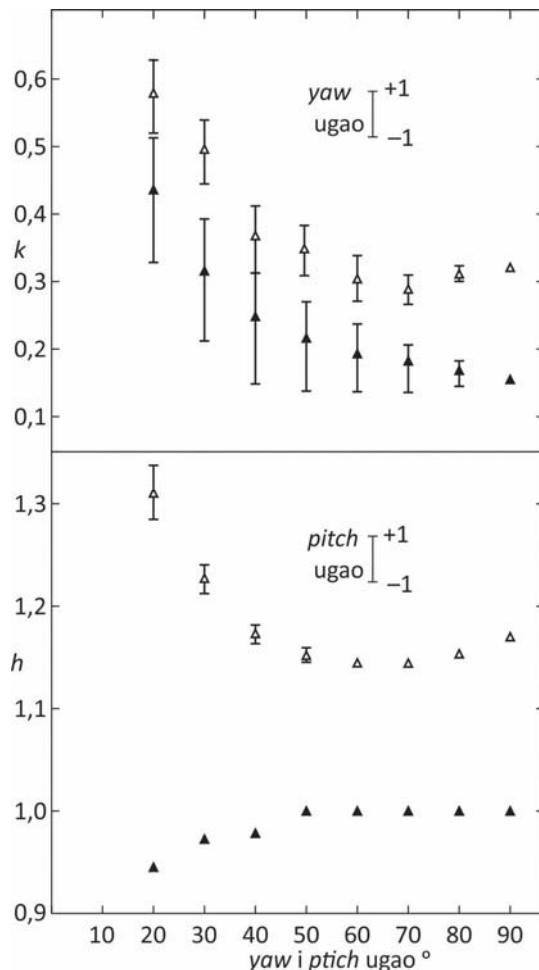


Sl. 1.19. *Pitch* koeficijent (a) sonda sa „X“ rasporedom senzora i (b) sonda sa tri senzora pri različitim brzinama:  $\triangle, \blacktriangle$ , 6 m/s;  $\square, \blacksquare$ , 11 m/s;  $\circ, \bullet$ , 19 m/s;  $\diamond, \blacklozenge$ , sonda sa jednim senzorom, rezultati pri 12,5 m/s i 12 m/s radi usporedbe. Granice greške pokazuju 2 standardne devijacije (preko 12 očitavanja) [66]

U radu su takođe analizirane i greške zbog pogrešnog određivanja *yaw* ugla za  $\pm 1^\circ$  na vrijednost koeficijenta  $k$ , odnosno *pitch* ugla za  $\pm 1^\circ$  na vrijednost koeficijenta  $h$  (sl. 1.20 [66]).

Zbog oblika jednačine iz koje se izračunava vrijednost koeficijenta  $k$ , zaključeno je da greške od  $1^\circ$  u vrijednosti *yaw* ugla, mogu rezultovati greškama i do 30% u vrijednostima koeficijenta  $k$  pri malim vrijednostima *yaw* ugla. Za sonde sa tri senzora zaključeno je da se greške od  $\pm 1^\circ$  u vrijednosti *pitch* ugla, mogu zanemariti jer je

vrijednosti koeficijenta  $h$ , bliska jedinici što ukazuje da je efekat korekcije binormalne komponente mali.



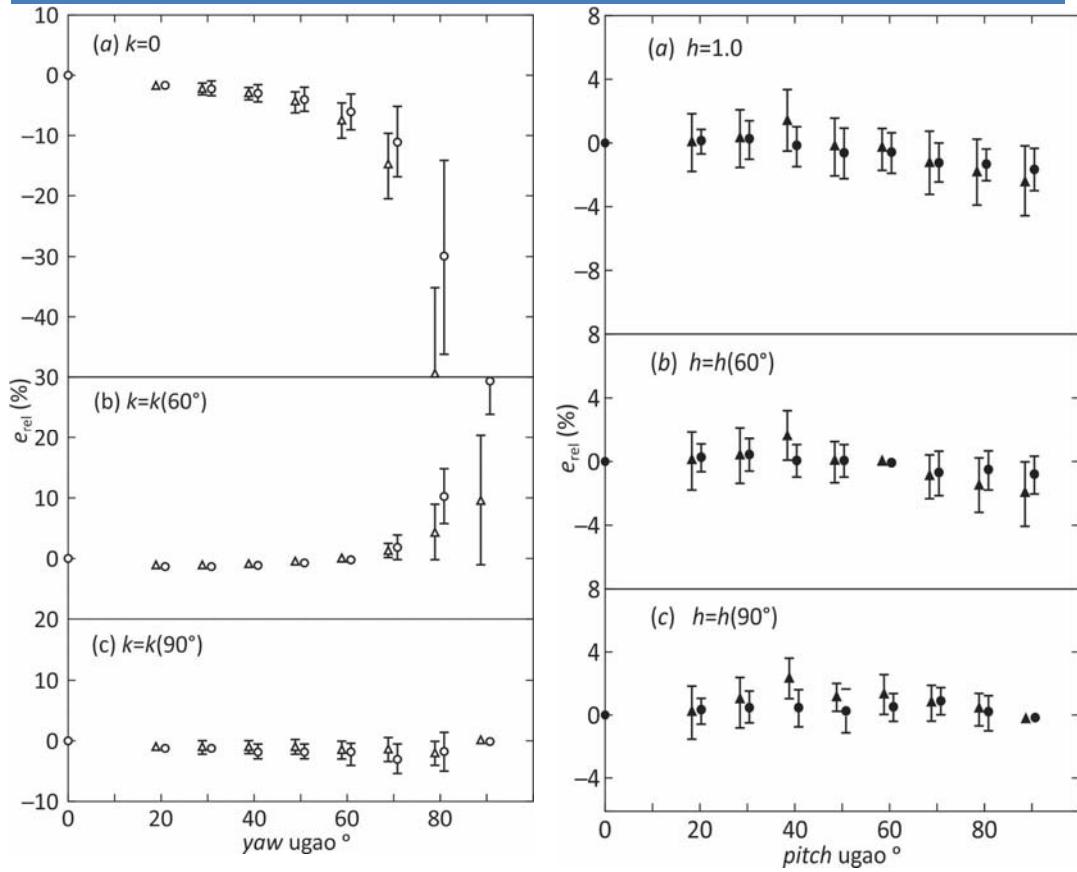
Sl. 1.20. Varijacije u  $k$  i  $h$  za grešku od  $\pm 1^\circ$  u yaw ugлу i pitch ugлу pri 6 m/s.  $\Delta$  rezultati za sondu sa „X“ rasporedom senzora;  $\blacktriangle$  rezultati za sondu sa tri senzora [66]

Na osnovu izmjerениh vrijednosti za koeficijente  $k$  i  $h$ , za različite  $yaw$  i  $pitch$  uglove, izračunate su relativne greške u brzini toka, ukoliko se brzine određuju na osnovu konstantnih vrijednosti za koeficijente  $k$  i  $h$ . Za konstantne vrijednosti koeficijenta  $k$  i  $h$ , usvojene su njihove izračunate vrijednosti za vrijedost  $yaw$  i  $pitch$  uglova od  $60^\circ$  i  $90^\circ$ , odnosno idealne vrijednosti  $k = 0$  i  $h = 1$ , a rezultati su za sonde sa tri senzora predstavljeni na sl. 1.21 i sl. 1.22. Generalno, za sonde sa tri senzora DISA 55P91, vrijednosti za koeficijent  $k$  su manje od onih za sonde sa „X“ rasporedom senzora DISA 55P61, pa je uticaj tangencijalne komponente na hlađenje manji. Međutim zanemarivanje ove komponente (tj.  $k = 0$ ) može dovesti do velikih grešaka. Na osnovu

provedenih razmatranja, zaključeno je da će za „sonde sa  $X$  rasporedom senzora, sa varijacijom pravca strujanja u opsegu yaw uglova  $45^\circ \pm 25^\circ$ , odnosno u slučaju sonde sa tri senzora u opsegu yaw uglova  $35,3^\circ \pm 35^\circ$ , usvajanje konstantne vrijednosti za koeficijent  $k$ , određene za vrijednost yaw ugla od  $60^\circ$  rezultovati u greškama manjim od 3% za sonde sa  $X$  rasporedom senzora odnosno 2% za sondu sa tri senzora“ (sl.1.21). Stoga je „pretpostavka o konstantnoj vrijednosti koeficijenta  $k$ , u metodu sa fiksiranim uglom kalibracije adekvatna za većinu primjena“.

Slično ponašanje, se takođe može primjetiti kod koeficijenta  $h$  (koji je pak sad mnogo niži za sonde sa tri senzora u odnosu na sonde sa dva ukrštena senzora), ali je ovaj efekat manje izražen jer je koeficijent  $h$  mnogo veći od koeficijenta  $k$ , pa je procenat promjena manji (sl. 1.22). Kao konačni zaključak provedenih istraživanja u [66], se konstataju da: „*iako se koeficijenti  $k$  i  $h$  mijenjaju sa yaw i pitch uglovima, mogu se usvojiti da su konstantni sa malom greškom u izračunatim brzinama preko širokog opsega ugaonih fluktacija. Pri usvajanju konstantnih vrijednosti za  $k$  i  $h$ , trebaju se izbjegavati vrijednosti za koeficijente  $k$  i  $h$ , dobijene osrednjavanjem svih vrijednosti. Umjesto toga trebalo bi usvojiti njihove vrijednosti za fiksni yaw i pitch ugao većih vrijednosti*“.

U [30], analizirani su različiti modeli kalibracije za sonde sa četiri senzora, (klasične sonde sa četiri senzora sa približnim nagibom  $45^\circ$ , u opsegu brzina između 2 m/s i 16 m/s i napadnih uglova od  $-30^\circ$  do  $+30^\circ$ , odnosno od 2 m/s do 10 m/s za subminijaturnu sondu sa nagibom senzora od približno  $45^\circ$ , a za napadne uglove brzina od  $-36^\circ$  do  $+36^\circ$ ). U slučaju korišćenja koncepta efektivne brzine hlađenja definisane Jorgensen-ovom jednačinom (1.31) i King-ovim zakonom (1.24) oni konstatuju da navedeni King/Jorgensen-ov model u njihovom slučaju nije najbolji. Istaknuto je da je ovaj model prejednostavan, ali korektan jer odražava najvažnije fizičke karakteristike procesa. Sa druge strane model se razlikuje od relacije pravog odziva samo kvantitativno tj. King/Jorgensen-ov model predstavlja odziv hot-wire previše idealizovan. Stoga je navedno „*samo ukoliko je King/Jorgensen-ov model upotrijebljen za kalibraciju sonde oko jedne poznate srednje brzine, tad kad je intenzitet turbulencije dovoljno slab, može ovaj metod dati dobre rezultate*“.



S1.1.21. Procenat greške izračunate brzine na osnovu različitih vrijednosti  $k$  za sondu sa tri senzora,  $\Delta$ , 6 m/s;  $\circ$ , 19 m/s; Granice pogreške pokazuju 2 standardne devijacije [66]

S1.1.22. Procenat greške izračunate brzine na osnovu različitih vrijednosti  $h$  za sondu sa tri senzora,  $\blacktriangle$ , 6 m/s;  $\bullet$ , 19 m/s; Granice pogreške pokazuju 2 standardne devijacije [66]

U analizi različitih jednačina za definisanje odziva senzora, u [27] se konstatiše da je „*stepenski zakon fita tačan koliko i polinomalni ukoliko se opseg brzina koji se mjeri redukuje na raspon do 10 m/s ili manje*“.

Napomenimo i specifičnosti kalibracije *hot-wire* uređaja pri malim brzinama strujanja (0-1 m/s). Prema [67], vrijednosti eksponenta  $p$  iz King-ovog zakona (1.24) koje su identifikovane u različitim istraživanjima zavisno od brzinskog režima varirale su od 0,4 do 1,3. Takođe je navedeno da su “*neki istraživači predložili vrijednost eksponenta p između 0,4 i 0,5 za vrijednosti brzine  $V_R \geq 1$  m/s, dok su drugi našli da njegova vrijednost raste sa opadanjem brzine na nekoliko cm/s*”. U istraživanjima prezentovanim u [67], za opseg brzina 0-15 cm/s navedeno je da je vrijednost eksponenta  $p = 0,998$ .

U [29], prezentovana su istraživanja kalibracije sa sondama sa „X“ rasporedom senzora, u nisko brzinskim tokovima (ispod 3m/s). Na osnovu provedene analize, došli su do zaključka u slučaju brzina strujanja manjih od 3 m/s, oba parametra u *King*-ovom zakonu ( $A, B$ , jednačina (1.24)) pokazuju u istoj mjeri zavisnost od promjene yaw ugla.

Detaljnije o nekim metodama za kalibraciju *hot-wire* sondi pri malim brzinama možemo pronaći u [4], pri čemu se za opseg brzina od 0,029 m/s-1,79 m/s, upotrijebila vrijednost eksponenta  $p = 0,75$ . U navedenom radu, kao jedan od zaključaka navodi se da je „*King*-ov zakon pogodan za kalibraciju kako u opsegu malih tako i u opsegu velikih brzina strujanja“.

### **1.6. Efekat promjene temperature fluida**

Iz jednačine (1.16) slijedi da je količina predane topote sa senzora na okolni fluid konstantnog sastava zavisna od brzine strujanja fluida koji opstrujava oko senzora, ali i od razlike temperature između senzora ( $T_s$ ) i temperature okolnog fluida ( $T_f$ ). Ovo ukazuje na činjenicu da različite brzine strujanja pri različitim razlikama temperature  $T_s - T_f$ , mogu dati isti izlazni signal na krajevima senzora. Stoga je veoma važno pri mjerjenjima tačno ustanoviti da li je promjena napona na krajevima senzora uzrokovana promjenom brzine ili temperature okolnog fluida. Ukoliko tokom sprovodenja eksperimenta temperatura fluida nije konstantna ili znatnije odstupa od kalibracione temperature neophodno je u cilju tačne identifikacije vektora brzine fluida izvršiti kompenzaciju promjene temperature. U osnovi ovo se može provesti na više načina:

- radna temperatura senzora se održava konstantnom a mjeri se temperatura okolnog fluida, koja je vrlo često promjenljiva tokom provođenja različitih mjerjenja. Temperatura okolnog fluida se mjeri upotrebom termopara ili *hot-wire*-a koji se koristi za mjerjenje temperature tj. tzv. „*hladni senzor*“. Ovi elementi se postavljaju u blizini senzora *hot-wire*-a da bi mogli da izmjere temperaturu fluida, ali tako da se ne nalaze u termičkom talasu (tj. tragu) sa nekim od senzora [68]. Dobijeni rezultati se potom koriguju pomoću odgovarajućih analitičkih izraza ili tabela, tako da se obezbijedi kompletна kalibracija senzora preko cijelokupnog očekivanog opsega brzina i temperature. Takva kalibracija je prezentovana u [69] pri kalibraciji anemometara konstantne temperature za veoma male brzine strujanja u vazduhu. Pri provođenju kalibracije temperatura okolnog vazduha održavana je konstantnom, a mijenja

- se faktor pregrijanja. Potom je formiran analitički izraz koji se koristio za povezivanje izlaznog signala anemometra sa promjenljivim stepenom pregrijanja sa izlaznim signalom sa promjenom temperature okолног fluida.
- Faktor pregrijanja se održava konstantnim, odnosno temperaturna senzora se podešava sa promjenom temperature okолног fluida, tako da ista brzina strujanja fluida daje uvijek isti pad napona na krajevima senzora bez obzira na promjenu temperature okолног fluida. Ovakav način regulacije se može postići bilo ručno ili automatski preko kompenzacionog kola postavljenog u blizini senzora i povezanog na anemometar. Prema [69], prvi predloženi pristup je mnogo tačniji jer se mogu uzeti u obzir i uračunati efekti varijacije karakteristika fluida.
  - Mjerenje brzine se obavlja pomoću dva paralelno postavljena *hot-wire-a*, koji su podešeni na različite stepene pregrijanja tj. temperature. Oba *hot-wire-a* su u tom slučaju izložena istoj brzini strujanja i temperaturi fluida, a iz dva različita izlazna signala mogu se dobiti brzina fluida i temperature. Međutim, u [70], navedeno je da su istraživanja pokazala da su mjerenja sa dvije paralelne *hot-wire* sonde davale netačne rezultate ili zbog malih vrijednosti temperturnih signala ili visokog intenziteta turbulencije. Stoga su zbog kompleksnosti kalibracije paralelnih *hot-wire* sondi zaključili da je sonde sa tzv. *hladnim senzorom* mnogo bolje koristiti u gotovo svim eksperimentalnim situacijama.

Detaljnija analiza uticaja promjene temperature na *hot-wire* sonde koje rade u režimu konstantne temperature, sa malim odnosom  $l/d$ , provedena je u [71]. Navedeno je da su eksperimentalni rezultati dobijeni sa različitim tipovima *hot-wire* sondi demonstrirali nedostatke opшteg izraza između *Nusselt-ovog* i *Reynolds-ovog* broja *hot-wire* sonde. Primjećena odstupanja su uglavnom bila uzrokovana sa:

- i. radnim režimom anemometra: konstantne temperature ili konstantne struje,
- ii. konduktivnim gubicima toplove kroz nosače sonde, koji su značajni kod sondi sa malim tzv. aspect ratio tj. odnosom  $l/d \leq 200$ ,
- iii. referentnom temperaturom  $T_{ref}$ , za određivanje karakteristika toka, a od koje su jako zavisili *Reynolds-ov* i *Nusselt-ov* broj,
- iv. geometrije sonde, jer odnos  $l/d$  i orijentacija nosača utiču na relaciju između *Nusselt-ovog* i *Reynolds-ovog* broja,

v. eksponenta stepenskog zakona  $p$  koji ima značajan efekat na određivanje temperturnih parametara. Upotrebom konstantne vrijednosti eksponenta  $p$ , u stepenskom zakonu preko velikog opsega brzina mogu se uvesti velike greške.

U [72] analizirana je temperturna osjetljivost *hot-wire* anemometra konstantne temperature preko širokog raspona temperatura okolnog fluida (22-98 °C) i malih raspona brzina (0,35-9 m/s). Za mjerjenje temperature korišćena je sonda DISA 55P15 (koja je radila u režimu *konstantne struje*), a za mjerjenje brzine DISA 55P11 (radila u režimu *konstantnog naponu*). Iz velikog broja predloženih metoda u literaturi za kompenzaciju očitanja brzine sa *hot-wire* anemometara konstantne temperature za slučaj fluktacije temperature u toku, primjenjeno je pet različitih pristupa na eksperimentalne podatke. Najkonzistentnija kompenzacija je dobijena upotrebom relacije predložene u „*Two-dimensional convection from heated wires at low Reynolds numbers*“ [73] u kojoj su karakteristike fluida izračunate pri srednjoj filmskoj temperaturi koja se izračunava kao aritmetička sredina temperature senzora i temperature okolnog fluida. Odstupanja brzine u ovom metodu nikad nisu prelazila ±5% pri bilo kojim operativnim uslovima. Procedura kompenzacije temperature zasnovana na jednačini prenosa topoteke navedenoj u „*Two-dimensional convection from heated wires at low Reynolds numbers*“ [73], pokazala se tačnom unutar ±2% za brzine iznad 1,5 m/s kao i da je dovela do prekompenzacije do 5% za brzine ispod 0,8 m/s. Za više brzine (iznad 4 m/s) utvrđeno je da jednostavna linearna korekcija temperature na izlazni napon anemometra obezbjeđuje dobru tačnost (±2%) preko cijelokupnog istraživanog opsega temperature.

U [74] analizirana je veza između osjetljivosti na promjenu yaw ugla i temperature. Istaknuto je da su šeme za korekciju temperature *hot-wire* signala bile originalno izvedene za sonde sa jednim normalnim senzorom (tj. za normalnu brzinu strujanja), ali su se šeme primjenjivale i za sonde sa jednim nagetim senzorom, kao i za sonde sa „X“ rasporedom senzora ili sonde sa više senzora, te se postavilo pitanje veze između osjetljivosti na promjenu yaw ugla i temperature. Nakon provedene analize došlo se do zaključka da bez obzira što je tehniku korekcije temperature izvedena originalno za normalni senzor:

- „nije primjećena veza između temperature i yaw ugaone osjetljivosti,

- 
- na osnovu prethodnog zaključka, opravdana je upotreba tehnike korekcije temperature izvedene za normalni senzor na sonde sa nagetim senzorom i sonde sa „X“ rasporedom senzora“.

Prema [75], za male promjene temperaturu za koje se može smatrati da su karakteristike fluida konstantne najčešće se primjenjuje kompenzacija koja je prezentovana u [18]:

$$E_{s,ref} = E_s \left[ \frac{T_s - T_{ref}}{T_s - T_f} \right]^{1/2} \quad (1.36)$$

gdje su:

$T_s$  [K] – temperatuta senzora,

$T_f$  [K] – temperatuta okolnog fluida,

$T_{ref}$  [K] – referentna temperatuta (obično temperatuta pri kojoj se provodi kalibracija),

$E_s$  [V] – izlazni napon na anemometru,

$E_{s,ref}$  [V] – izlazni napon na anemometru pri referentnoj temperaturi.

Za slučaj kad se provode eksperimenti sa većom promjenom temperature (tipično više od dva ili tri stepena), navedeni obrazac vodi većoj korekciji od potrebne, pa se za korekciju temperature može koristiti izraz naveden u [75].

Ovdje treba navesti i zapažanja navedena u [27], u kojima se navodi da korekcija rezultata prema jednačini (1.36) rezultuje sistemskom greškom od približno -0,2% u brzini po  $1^{\circ}\text{C}$  porasta temperature okoline.

### 1.7.Neki od faktora koji utiču na pouzdanost hot-wire mjerena

Iz svega navedenog slijedi da nijedna analitička formulacija nije u stanju da u potpunosti tačno opiše ponašanje hot-wire-a izloženog strujanju fluida. I upravo ova odstupanja od jednačina koje opisuju odziv hot-wire-a analizirana su od strane velikog broja istraživača s ciljem utvrđivanja njihovog uzroka.

Pouzdanost mjeranja hot-wire-om uslovljena je velikim brojem uticajnih faktora koji su bili predmet istraživanja mnogih studija. Pronalaženje izvora greške i procjena njenog uticaja na tačnost dobijenih rezultata su veoma važni ukoliko želimo da dobijemo kvalitetna mjerena. Postoji veliki broj uticajnih faktora koji utiču na konačni dobijeni rezultat mjerena, povezanih sa konstrukcijom same sonde (npr. smetnjama nosača senzora, odnosa dužina/prečnik senzora, itd.), načina kalibracije (u zavisnosti od brzine

strujanja fluida), obrade dobijenih podataka (neadekvatne jednačine odziva ili odbacivanja viših članova reda u jednačini odziva) itd., a u dalnjem tekstu biće spomenute neke od njih. Mnogi od izvora grešaka mogu se istovremeno pojaviti čime je proces tačne interpretacije dobijenih rezultata znatno otežan.

### **1.7.1. Rektifikacija**

Greške uslijed rektifikacije nastaju kao posljedica činjenice da je pad napona na *hot-wire*-u osjetljiv samo na intenzitet efektivene brzine hlađenja, odnosno da senzor ne razlikuje promjenu znaka tj. smjera vektora brzine fluida. Ovaj problem može da bude jedan od osnovnih izvora grešaka u situacijama kad se dešavaju obrnuta strujanja. Problem rektifikacije razmatran je u [76]. Istaknuto je da se „*rektifikacija dešava kad god komponenta brzine okomita na senzor pređe vrijednost nula*“, a da se to kod *hot-wire* koji se drži normalno na pravac strujanja dešava kod obrnutog smjera strujanja, jer je signal na *hot-wire*-u osjetljiv samo na intenzitet efektivne brzine strujanja. Kao posljedica toga fenomena, senzor ne može da razlikuje promjenu smjera vektora brzine. To nije slučaj kod „X“ senzora koji su nageti u odnosu na tok. Iz jednačine (1.26) slijedi da je  $V_{eff}$  uvijek pozitivno, pa greška uslijed rektifikacije ne nastupa zbog odbacivanja viših članova reda (prilikom razvoja desne strane jednačine (1.26) u red), već zato što se prilikom obrade signala znak ispred modula ignoriše, tj. prema navodima [76], pravi oblik jednačine (1.26), treba da bude:

$$V_{eff} = \left| \left( V_n^2 + kV_t^2 \right)^{1/2} \right| \quad (1.37)$$

Za različite konfiguracije *hot-wire* sondi sa tri senzora, greške rektifikacije u funkciji nivoa intenziteta turbulencije su razmatrane u [77]. U radu su razmatrane greške u mjerenu nastale kao posljedica ograničenosti senzorskog *yaw/pitch* odziva, jer su mjerena u visoko turbulentnim tokovima veoma zahtjevna. Ova mjerena se odvijaju „*na granici mogućnosti sondi da razlikuju znak vektora brzine (problem rektifikacije), tako da se može očekivati da vektori brzine padaju izvan oblasti domena validnosti generisanim od samih senzora. Oblast domena validnosti je definisana kao mogući proizvoljni uglovi vektora brzine koji nisu dovodili do direktnih smetnji uzrokovanih nosačima senzora ili sjenčenjem senzora*“. Istaknuto je da se „*samo unutar oblasti domena validnosti brzine mogu jedinstveno identifikovati iz napona na hot-wire*“. Analiza je pokazala, „*da čak i u slučajevima kada srednji pravac strujanja nije unaprijed poznat, srednja brzina i intenzitet turbulencije mogu biti izmjereni prilično*

---

tačno pri intenzitetima turbulencije od 30%,“ a ovi su se podaci „*dobro slagali sa postojećim eksperimentalnim podacima*“.

### 1.7.2. Dropout

U slučajevima kada dobijeni parovi napona na senzorima mjernog uređaja, ne leže u kalibracionoj oblasti „X“ senzora, nije moguće invertovanje napona u odgovarajući par brzine iz ugaone kalibracije tj. pomoću jednačine (1.26). Stoga se ovi podaci obično ne uzimaju u razmatranje, a za ove podatke u [78] upotrijebljen izraz „*dropout*“, jer se ovi podaci moraju ispustiti iz razmatranja tj. statistike. Senzori mjernog uređaja su prilično neosjetljivi na pravac strujanja fluida pri malim brzinama strujanja, tako da bilo kakva greška (npr. elektronski šum, smetnje nosača senzora, temperaturni ili brzinski gradijenti između senzora itd.), može da kreira velike greške u izlaznim podacima.

### 1.7.3. Efekat *yaw* parametra k

Zanemarivanjem vrijednosti *yaw* koeficijenta *k*, pri različitim mjerenjima, posebno sa *hot-wire*-om sa jednim i sa dva senzora (korištenjem tzv. *kosinusnog zakona* hlađenja), mogu se počiniti značajne greske pri mjerenu.

Međutim za razliku od sondi sa jednim i sa dva senzora, istraživanja prezentovana npr. u [36], [79] itd. za sonde sa više senzora (tri, četiri) pokazala su da vrijednosti *yaw* koeficijenta *k*, gotovo ne utiče na oblast jedinstvenog rješenja, bez obzira uzima li se ili ne njegova zavisnost od intenziteta brzine strujanja fluida.

### 1.7.4. Blizina čvrste površine (zida)

Kad se senzori *hot-wire*-a nađu u blizini čvrste površine, na *hot-wire*-u dolazi do promjene napona koja ne odgovara stvarnoj brzini fluida, već nekoj većoj koja je udaljenija od čvrste površine. O ovome treba voditi računa pri kalibraciji *hot-wire*-a, i ukoliko je to neophodno potrebno je izvršiti korekcije dobijenih podataka. Fenomenima uticaja blizine zida na korekcije očitavanja *hot-wire*-a bavio se čitav niz istraživača (npr. istraživanja predstavljena u [80] i [81]).

U [80], izvedena je procedura za korekciju mjerjenja *hot-wire*-a, u blizini zidova na osnovu dvodimenzionalne numeričke studije gubitaka toplove sa linijskog izvora uniformne jačine. Linijski izvor je bio postavljen u lamilarno strujno polje sa linearnim gradijentom brzine okomitim na zid. Proračuni su provedeni za dva različita granična uslova koja predstavljaju idealno konduktivne i nekonduktivne materijale. Ovi različiti

granični uslovi dali su velike razlike u izračunatim topotnim gubicima sa senzora i time objasnili postojeće razlike u eksperimentalno dobijenim korekcijama.

U [81], navedeno je da su pri pregledu dotadašnjih istraživanja uočena dva kontradiktorna pogleda uticaj različitih materijala zidova, a time i uticaj efekta blizine zida. Prema [80], ne očekuju se efekti uticaja zida u blizini nekonduktivnih zidova, ali se u [81], navodi da su u „*Hot-Wire Technique for Measuring Velocities at Extremely Low Wind-Speed*“ [82] i „*Mesure des vitesses moyennes pres d'une paroi par anemométrie à fil chaud*“ [83] ukazali da je *hot-wire* signal pod uticajem prisutnosti pleksiglasa ili staklenih zidova. Stoga je u [81], posmatran uticaj zida na *hot-wire* signal bez strujanja fluida (korištena sonda je Dantec 55P05) s dvostrukim ciljem. Da se upotreboom različitih materijala (konduktivnih materijala – bakar, aluminijum, mesing, čelik, granit, i nekonduktivnih – staklo, plekisglas, šperploča), izoluje očiti uticaj zida, te da se različitom orijentacijom senzora (tri različite orijentacije tj. okomito – sa nosačima senzora okomitim i paralelnim sa zidom i paralelno sa zidom materijala – nosači senzora okomiti na zid), odredi dominantni način prenosa topote sa *hot-wire* sonde na zid. Između ostalih, zaključci navedene studije su da oba metalni i nemetalni materijali zidova uzrokuju asimptotski porast signala kad se *hot-wire* sonda prinese bliže zidu, te da efekat zida na *hot-wire* signal postaje zamenarljiv na rastojanju 0,5 mm od zida.

#### **1.7.5. Nejednaka raspodjela srednje brzine duž senzora**

U [84] analiziran je uticaj nejednakе raspodjele brzine duž senzora, odnosno odstupanja brzine od srednje vrijednosti duž senzora na raspored temperature na senzoru. Posmatran je *hot-wire* normalan na srednji pravac strujanja, pri čemu je postojao linearni srednji brzinski gradijent duž senzora (od platine i tungstrema). Raspored temperature duž senzora mјeren je pomoću infracrvenog mikroskopa. Zaključeno je da je prisustvo srednjeg brzinskog gradijenta duž senzora, uzrokovalo asimetričnost raspodjele temperature na senzoru.

#### **1.7.6. Elektronski „cross-talking“**

Jedan od mogućih izvora greške kod sondi više senzora u sondi je prisustvo zajedničkog nosača za više senzora. Ovo može voditi tzv. elektronskom „*cross-talking*“ između senzora i posljedično nepredvidljivim greškama koje mogu značajno kontaminirati podatke. U [85], navodi se da su u provedenim istraživanjima, pobuđivanjem jednog

senzora u grupi senzora (sa jednim zajedničkim nosačem senzora, i najčešćim otporom  $\leq 0,1\Omega$  ), standardnim pulsnim signalom upotrijebljenim za testiranje frekventnog odziva, pojavila i amplituda izlaznog signala i u dva druga kanala u istom skupu senzora, čiji je maksimum iznosio oko 30% izlaznog signala kanala pod testom, umjesto da budu nula, što je slučaj u sondi bez zajedničkog nosača senzora.

#### **1.7.7. Zaprljanje senzora**

Čestice prašine mogu da se nađu na senzoru i da utiču na tačnost mjerena jer mogu da utiču na različite rezultate tj. „klizanja“ u odzivu senzora. Tako su npr. u radu u [44], objašnjene različite vrijednosti kalibracionih konstani za istu sondu dobijene kalibracijom koja je vršena u više uzastopnih dana uprkos gotovo identičnim uslovima za mjerenu.

#### **1.7.8. Ostali faktori**

Veliki broj ostalih faktora može da utiče na tačnost mjerena senzora *hot-wire-a* (npr. tzv. *klizanje u odzivu senzora*, uticaj tijela sonde na rezultate mjerena, pojava tzv. *teričkog traga* itd.)

Na *klizanje* u odzivu senzora može da utiče prašina, formiranje mjeđurića na senzoru, ali i starenje senzora. U [28] razvijena je analitička procedura koja omogućava predviđanje odziva sonde sa jednim senzorom u poznatom strujnom polju, a prema navodima autora, ovaj metod je naročito koristan za provjeru kalibracije sonde ukoliko se očekuje *klizanje* u odzivu senzora, uzrokovano npr. pojavom prašine, starenjem senzora itd.

U [86] je navedeno da su u radu “*The use of a hot wire anemometer in turbulent flows*“ [87] proveli istraživanje uticaja nosača sonde na rezultate mjerena sondom sa jednim normalnim senzorom u vazdušnom tunelu niske turbulencije. Njihovi rezultati su demonstrirali da za sonde sa nepresvučenim krajevima maksimalna *pitch* varijacija u interpretaciji brzine iznosi oko 20% za slučaj kad sonda leži u *yaw* ravni tj. za  $0^\circ$  (paralelni nosači) i kad sonda leži u *pitch* ravni tj. za  $90^\circ$  (okomiti nosači senzora). Takođe je istaknuto da su u radu „*On aerodynamics disturbances caused by single hot – wire probes*“ [62], eksperimentalno istraživani poremećaji koji nastaju od različitih dijelova *hot-wire-a* sa jednim senzorom. Njihovi konačni nalazi su da su poremećaji od nosača senzora dva do četiri puta veći od onih uzrokovanih nosačem sonde. Takođe su

istakli da efekti ovih poremećaja rezultuju u opadanju brzine kad je sonda paralelna sa pravcem glavnog toka i njenim porastom kad je sonda okomita na tok.

Jedna od mogućih grešaka očitanja *hot-wire*-a nastaje kad se senzori međusobno nađu u tzv. *termičkom tragu*. Ovo je pojava kad se termički trag sa jednog senzora strujom fluida prenese na drugi senzor time uzrokujući pogrešno očitanje. Prema [88] ovaj efekat se može detektovati čak i na rastojanju od  $4 \times 10^3$  prečnika niz struju.

## 2. OBLAST JEDINSTVENOG RJEŠENJA

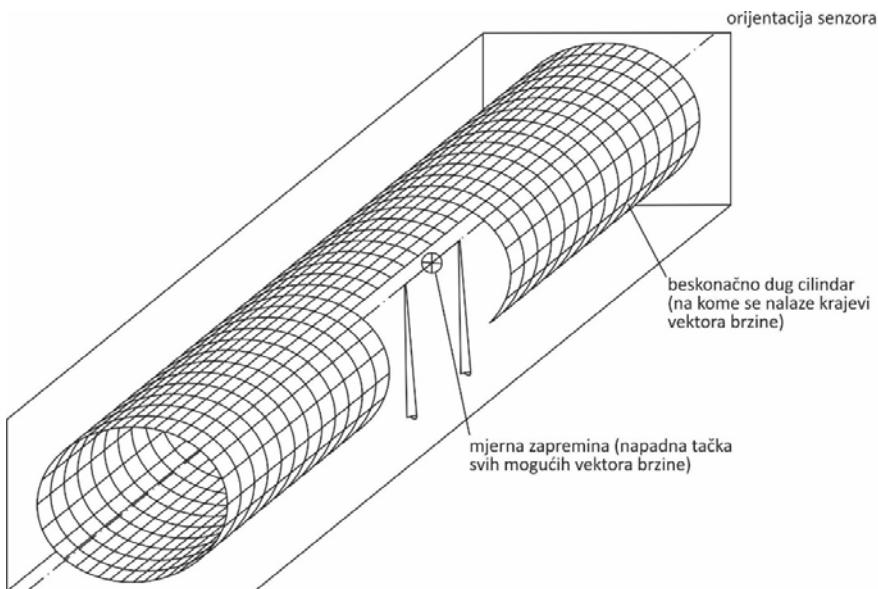
Iz [41], vidljivo je da kod sondi sa "X" rasporedom senzora kao i kod sondi sa jednim nagetim senzorom dolazi do pojave višestrukih rješenja za određen odnos  $V_{eff} / V_R$ , tj. više yaw uglova ima isti odnos  $V_{eff} / V_R$ . Ova pojava je bila utoliko više izražena ukoliko je nagib senzora bio veći.

Iz izraza za King-ov zakon (1.24) vidljivo je da za konstantne vrijednosti koeficijenata  $A, B$  i  $p$ , napon na krajevima senzora zavisi od vrijednosti efektivne brzine  $V_{eff}$  na senzoru. Istovremeno iz izraza za definisanje efektivne brzine hlađenja ((1.25),(1.26),(1.31)), jasno se vidi, da više različitih vektora brzina, različitog intenziteta i pravca mogu da daju istu efektivnu brzinu na senzoru. Kao što smo već ranije istaknuli, ovaj problem poznat je pod nazivom osjetljivost senzora na promjenu pravca ili „*directional sensitivity*“. Međutim, kod sondi sa više senzora (tri, četri i više), postoji jedna ugaona oblast, koja se obično predstavlja konusom, unutar koje se vektor brzine može definisati na jedinstven način, tj. jednom setu izlaznih signala na senzorima mjernog uređaja odgovara tačno jedan vektor brzine, određenog pravca i intenziteta. Ova oblast poznata je pod nazivom oblast *jedinstvenog rješenja* ili „*uniqueness domain*“. Granice ove oblasti zavise od broja i rasporeda senzora u sondi.

### 2.1. Granice oblasti jedinstvenog rješenja različitih konstrukcija hot-wire sondi

U [89], grafički je analiziran odziv senzora sa beskonačnim odnosom  $l / d$  (*aspect ratio*), izložen uniformnom strujanju, tako da je bilo moguće prepostaviti da je efektivna brzina hlađenja bila jednaka normalnoj komponenti vektora brzine na senzor odnosno da je efektivna brzina hlađenja određena po *kosinusnom zakonu* (1.25). Razmatrana je sonda sa jednim, dva i tri senzora, a radi jednostavnosti zanemareni su svi ostali uticaji tj. smetnje koje mogu da utiču na odziv senzora (npr. aerodinamički poremećaji uslijed prisustva nosača senzora itd.).

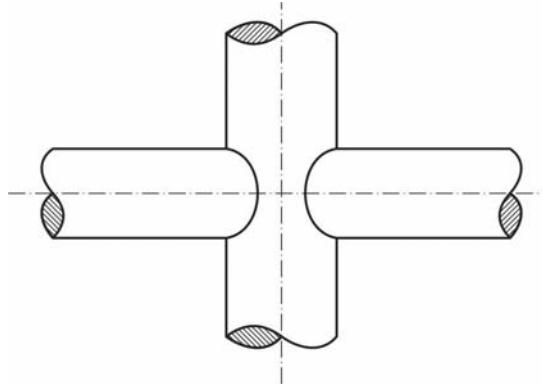
Za sondu sa jednim senzorom konstatovano je da postoji beskonačno mnogo vektora brzine koji daju isti signal na senzoru. Njihovi vrhovi leže na središtu senzora, a krajevi su na omotaču cilindra (valjka) beskonačne dužine, čija se osa poklapa sa osom senzora (sl. 2.1). Prečnik cilindra jednak je intenzitetu normalne komponente vektora brzine na senzor, a iz grafičke interpretacije se jasno vidi da promjena znaka vektora brzine ne utiče na promjenu vrijednosti izmjerenoj signala.



Sl. 2.1. Položaj svih mogućih vektora brzina koji daju isti napon na beskonačno dugom senzoru [89]

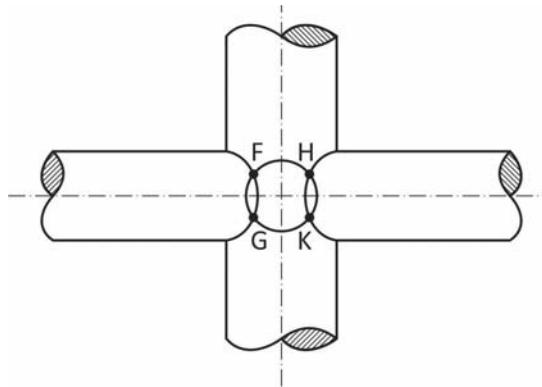
Potom je posmatrana klasična sonda sa „X“ konfiguracijom senzora, tj. sa dva senzora postavljena u bliskim paralelnim ravnima pod nagibom od  $45^\circ$ , koji su međusobno zatvarali ugao od  $90^\circ$ . I u ovom slučaju svi vektori brzine koji daju iste izlazne signale na senzorima (tj. jedan skup vrijednosti odziva), su predstavljeni cilindrima sa osama cilindara kao osama nosača. Presjeci cilindara različitih prečnika (sl. 2.2) tj. dvije zatvorene krive, definišu konturne linije na kojima leže krajevi svih mogućih vektora brzina čiji se vrhovi nalaze u presjeku osa dva senzora. Ponovo je konstatovano da u opštem slučaju postoji beskonačno mnogo vektora brzina koji mogu da prouzrokuju izmjerene signale (tj. isti skup vrijednosti izlaznih signala), na sondi sa „X“ konfiguracijom senzora.

Ukoliko su na senzorima prisutni signali istog intenziteta, u tom slučaju cilindri imaju jednak prečnik, a presjek cilindara su dvije eliptične krive na kojima leže krajevi vektora brzine koji uzrokuju signale na senzorima. Za uglove između senzora različite od  $90^\circ$ , može se dobiti slična geometrijska interpretacija presjeka cilindričnih površina. U slučaju sonde sa tri senzora, radi jednostavnosti interpretacije pretpostavljen je da su svi senzori okomiti jedni na druge. Ponovo su svi mogući vektori uniformne brzine na svakom od senzora koji prouzrokuju jedan skup izmjerениh izlaznih signala (tj. odziva), predstavljeni cilindričnim površinama. Presjek bilo koja dva cilindra definisao je konturnu liniju na kojoj se mogu nalaziti krajevi vektora brzina koji definišu normalnu komponentu brzine, a time i potrebni odziv na senzorima.



Sl. 2.2. Presjek površina dva ortogonalna cilindra sa različitim prečnikom [89]

Međutim u slučaju presjeka tri cilindra, može se dobiti i do osam različitih tačaka tj. vektora brzina koji definišu isti skup izlaznih signala na tri senzora (sl.2.3). U opštem slučaju cilindri nemaju jednak prečnik i sa slike je očigledno da se zbog simetričnosti četiri takve tačke tj. vektora brzine nalaze sa jedne strane presjeka cilindara, a druge četiri sa suprotne strane tj. ispod tačaka F, G, H i K. Granični slučaj je onaj pri kome se presječne krive tangiraju tj. kad se poklope tačke F i G odnosno H i K sa jedne strane cilindara i obrnuto sa druge strane. U tom slučaju postoje do četiri vektora brzine koji mogu dati isti traženi skup izlaznih signala na krajevima tri senzora.



Sl. 2.3. Presjek površina tri ortogonalna cilindra sa različitim prečnicima daje osam presječnih tačaka presjeka cilindara. Četiri presječne tačke su prikazane na slici, a preostale četiri nalaze se ispod prikazanih tačaka [89]

Navedena grafička interpretacija mogućih vektora brzina koji daju iste skupove izlaznih signala na krajevima senzora omogućava i da se razumiju neke greške pri mjerenu. Naime u slučaju sonde sa tri senzora, greška u mjerenu može da rezultuje da ne dođe

do presjecanja konturnih linija i u tom slučaju nemoguće je pronaći ispravni vektor brzine, jer presječne tačke F, G, H ili K ne postoje. Isto tako kad su parovi presječnih tačaka F i G ili H i K itd, veoma blizu jedni drugima i najmanja greška u mjerenu može da prouzrokuje teškoće u rješenju jednačina za određivanje komponenti brzina. U radu se takođe konstatuje da se bez dodatnih informacija ne može iz izmijerenog skupa od tri signala identifikovati ispravni vektor brzine (tj. jedan od osam). Pošto u praksi smetnje od nosača senzora onemogućavaju mjerjenje obrnutih strujanja problem se obično svodi na izbor jednog od preostala četiri moguća vektora brzine. Za male amplitude fluktacije vektora brzina u odnosu na brzinu slobodne struje, ovaj problem se može prevazići jer je ispravni vektor brzine dovoljno odvojen od preostalih mogućih vektora brzine. Međutim kad se dešavaju veće amplitudne, konstatuje se da će možda biti potreban i dodatni senzor radi identifikacije ispravnog vektora brzine. Takođe se konstatuje da u slučaju strujanja koja su paralelna sa nekim od senzora, smetnje u toku prouzrokovane postojanjem nosača senzora mogu značajno uticati na tačnost određenog vektora brzine i ovo predstavlja ozbiljan problem.

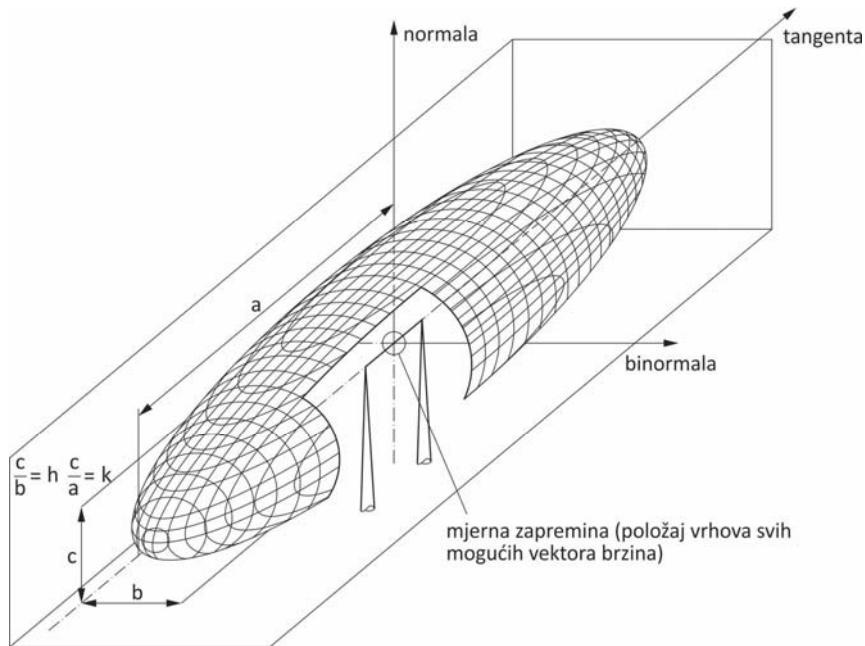
Za sonde sa tri senzora i proizvoljnim položajem istih u sondi (ali sa takođe beskonačnim odnosom  $l/d$ ), tj. koji ne odgovaraju razmatranim, konstatovano je da se može provesti slična analiza, da će se presječne krive deformisati u zavisnosti od rasporeda senzora, da će maksimalni broj presječnih tačaka cilindričnih površina biti 8, odnosno da će se 4 presječne tačke susresti samo za određene pravce vektora brzine.

Za slučaj sondi sa konačnim odnosom  $l/d$ , konstatovano je da se vjeruje da bi za male vrijednosti konstanti  $A$  i  $B$ , i za vrijednosti brzina kod kojih senzor nije izložen samo tangencijalnoj brzini, mogu očekivati slični rezultati kao kod sondi sa beskonačnim odnosom  $l/d$ .

U [90], za osnovu analize uzeta je jednačina efektivne brzine definisana od strane *Jorgensena* (1.31), a grafička interpretacija rješenja ove jednačine za neku od vrijednosti izlaznog signala na senzoru, i za sondu sa jednim senzorom prikazana je na sl. 2.4, u obliku rotacionog elipsoida. Ovom jednačinom uzeta je u obzir konačna dužina senzora, a takođe i efekti povezani sa nosačima senzora.

Na osnovu provedene analize, konstatovano je da čak i u slučaju da su nam poznati intenzitet i pravac vektora brzine još uvijek postoje najmanje dva vektora (suprotnih smjerova) koji mogu dati isti izlazni signal. Sa sl. 2.4 jasno se vidi i da u slučaju sonde sa jednim senzorom, ukoliko je odziv senzora definisan jednačinom *Jorgensena* (1.31)

takođe postoji beskonačan broj vektora brzine, (različitih intenziteta, pravaca i smjerova) koji će dati isti izlazni signal.

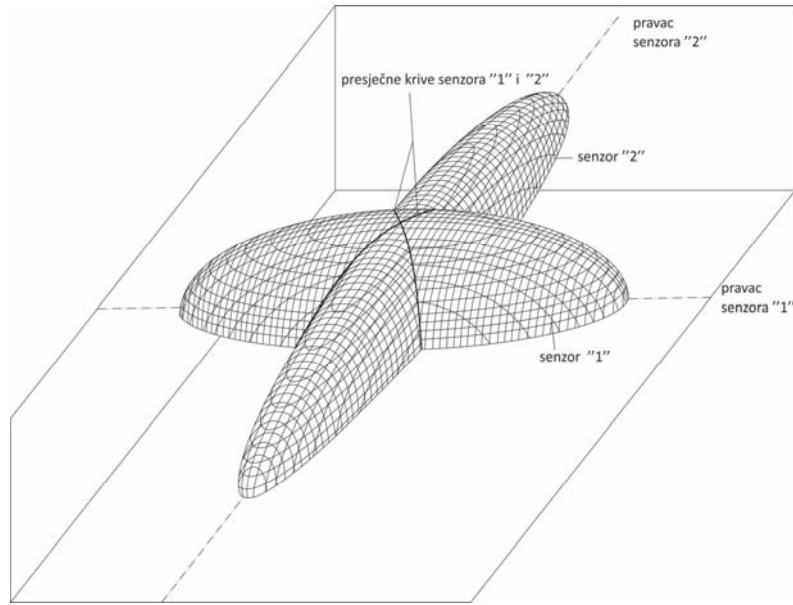


Sl. 2.4. Grafička prezentacija pune jednačine *Jorgensena*, za sondu sa jednim senzorom [90]

Na osnovu provedene analize, konstatovano je da čak i u slučaju da su nam poznati intenzitet i pravac vektora brzine još uvijek postoje najmanje dva vektora (suprotnih smjerova) koji mogu dati isti izlazni signal. Sa sl. 2.4 jasno se vidi i da u slučaju sonde sa jednim senzorom, ukoliko je odziv senzora definisan jednačinom *Jorgensena* (1.31) takođe postoji beskonačan broj vektora brzine, (različitih intenziteta, pravaca i smjerova) koji će dati isti izlazni signal.

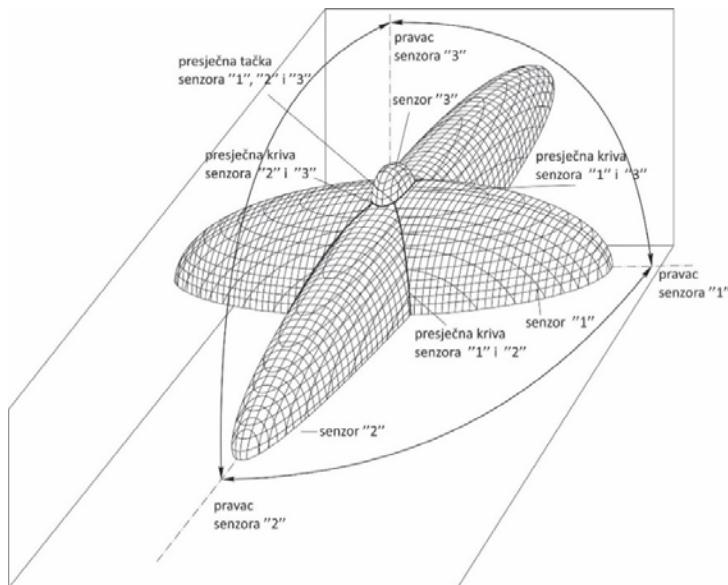
U slučaju sonde sa dva ortogonalna senzora u „X“ konfiguraciji (sl. 2.5) pojaviće se dvije presječne krive, koje zadovoljavaju obje jednačine za senzore, te se konstatiše ponovo mogućnost postojanja beskonačnog broja vektora brzine koji ih zadovoljavaju. Poseban slučaj se javlja kada je pravac vektora brzine paralelan sa jednim od senzora jer se u tom slučaju pojavljuju samo dva rješenja.

U slučaju sondi sa tri senzora, razmatrana je ortogonalna konfiguracija, jer je kod takve konfiguracije svaki senzor osjetljiv samo na njegovu normalnu i binormalnu komponentu, a relativno neosjetljiv na tangencijalnu.



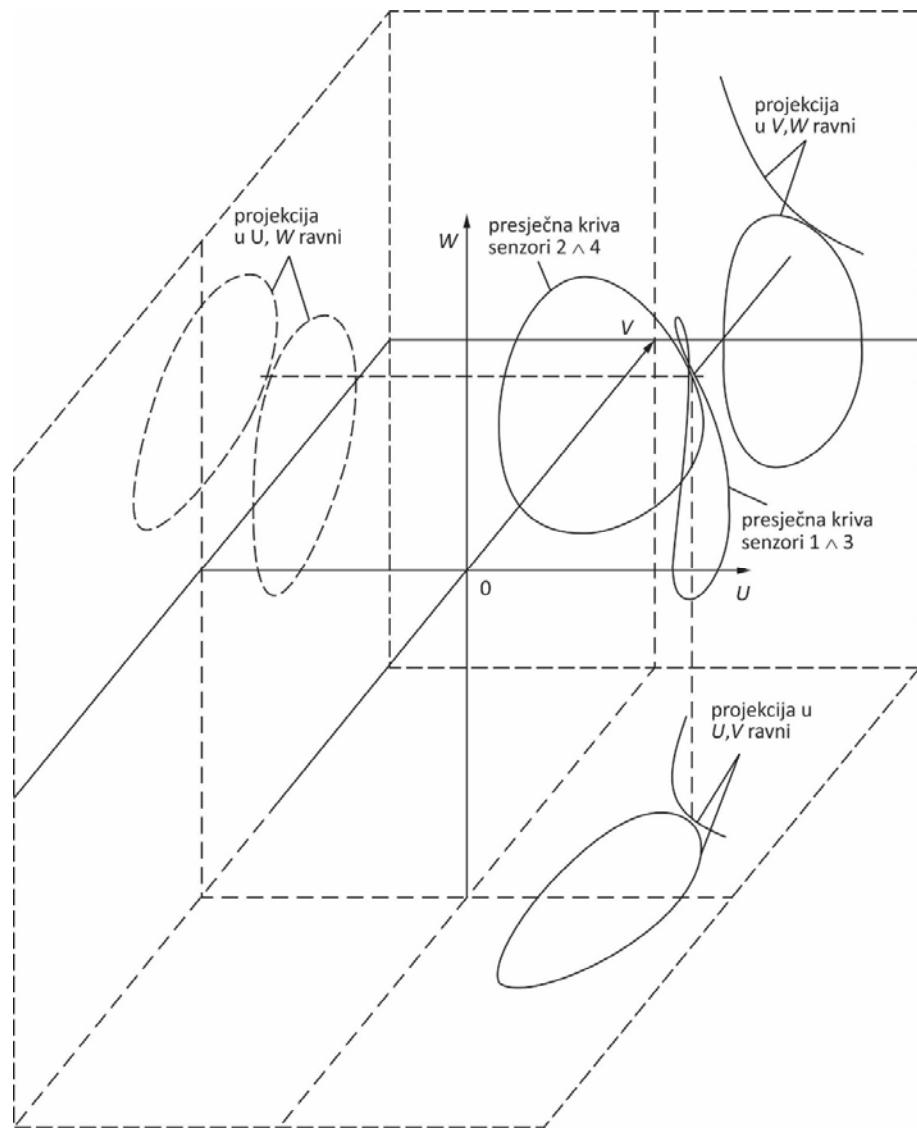
Sl. 2.5. Grafička prezentacija za ortogonalnu sondu sa „X“ rasporedom senzora (nacrtana je samo gornja polovina) [90]

Ponovo se konstatiuje da u opštem slučaju, postoji do 8 različitih vektora brzine (sl.2.6) koji daju isti skup izlaznih signala na krajevima senzora. U specijalnom slučaju kad su jedna ili dvije komponente brzine jednake nuli, postoji samo četiri odnosno dva osnosimetrično preslikana vektora brzine. Stoga je oblast jedinstvenog rješenja ograničena na jedan od osam prostornih uglova ili na konus čija je polovina ugla  $35,26^\circ$ .



Sl. 2.6. Grafička prezentacija za ortogonalnu sondu sa tri senzora (nacrtana je samo gornja polovina) [90]

Konstatovano je da je jedan od načina da se broj rješenja minimizira na dva (upotrebom senzora čije se ponašanje opisuje putem jednačine Jorgensen-a (1.31)), upotreba sondi sa četiri senzora. Na sl. 2.7 prikazana presječna kriva dva para senzora sonde sa četiri senzora zajedno sa njenim projekcijama na odgovarajuće ravni. Pretpostavljeno je da su senzori postavljeni tako da leže na ivicama piramide sa uglom nagiba od  $45^\circ$ . Za dati skup signala sonde sa četiri senzora upotrijebljen za generisanje ovog crteža postoje dva rješenja za vektor brzine koji su samo suprotnog znaka. Korišćenjem ovakve grafičke analize, za *pitch* i *yaw* uglove manje do  $90^\circ$  (tj. unutar ovog ugaonog područja), može se pronaći samo jedno rješenje.



Sl. 2.7. Grafički prikaz sonde sa četiri senzora (prikazan je samo jedan presječni par) [90]

U radu se konstatiše da ukoliko se želi dobiti jedinstveno rješenje preko većeg domena (u idealnom slučaju preko čitavog prostornog ugla), dodavanje više senzora neće voditi uspjehu. Ono što je potrebno jeste definisanje ponašanja signala drugačije od jednačine Jorgensen-a, jer jednačina odziva senzora treba da ima karakteristiku koja nema simetrično ponašanje.

Slično [89], po kome su u slučaju sondi sa tri senzora moguća višestruka rješenja jednačine odziva senzora, odnosno neophodnosti dodatne informacije u cilju izdvajanja ispravnog rješenja od preostalih pogrešnih, uvođenjem četvrtog senzora je i analiza prezentovana u [51]. U ovom radu analizirana je sonda sa četiri senzora, pri čemu su senzori bili nageti pod uglom od  $50^\circ$  u odnosu na centralnu osu sonde i postavljeni u dvostruku „V“ konfiguraciju. Analizirana je mogućnost identifikacije ispravnog vektora brzine za vrijednosti *pitch* i *yaw* uglova od  $\pm 37,8^\circ$ , pri čemu je razvijena nova tehnika za interpretaciju signala sa senzora.

Detaljna analiza signala sa sondi sa tri senzora provedena je u [36]. Senzori su mogli biti orijentisani pod proizvoljnim uglovima jedan u odnosu na drugi, ali uvijek unutar opsega geometrije sonde koji je omogućavao da smetnje zbog prisustva nosača senzora i termičkog traga, budu unutar prihvatljivog nivoa. Analizirane su karakteristike neortogonalnih simetričnih tetraedalnih sondi u vezi sa mogućim opsegom uglova vektora toka, koji se mogu mjeriti kao i osjetljivošću izračunatih komponenti brzina na greške određivanja ugla nagiba senzora povezanih sa konstrukcijom sonde. Konstatovano je da iako su rješenja Jorgensen-ove jednačine višestruka, ukoliko se vektor brzine ograniči da bude unutar određenog konusa uglova (tj. unutar opsega uglova koji sadrži samo jedan korijen Jorgensen-ove jednačine), ta su rješenja jedinstvena. Navedeno je da je ova jednačina odabrana iz „sljedećih razloga“:

- *prethodne studije „Coherent structures in fully developed turbulent pipe flow“, Ph.D. thesis [91] sa sondom sa tri senzora i [24] sa sondom sa jednim senzorom su pokazale da Jorgensen-ova jednačina tačno reprezentuje promjenu odziva senzora na promjenu pravca vektora brzine (directional response) pri kombinovanoj yaw i pitch orientaciji, posebno ako su oba ugla yaw i pitch manji od  $70^\circ$ ,*
  - *za ovaj izraz je konstatovano da je on jedini analitički izraz za predstavljanje promjene odziva senzora na promjenu pravca vektora brzine koji je potvrđen opsežnim istraživanjima“.*
-

Razmatrana je oblast (konus) jedinstvenog rješenja („*uniqueness domain*“), pod pretpostavkom konstantne vrijednosti *yaw* (*k*) i *pitch* (*h*) koeficijenata unutar razmatranog opsega brzina i napadnih uglova, uticaj geometrije sonde kao i uticaj nesavršenosti (odstupanja od ortogonalnosti) sondi koje su u osnovi ortogonalne. Ove sonde su analizirane upotrebom algoritma koji je tačan za konstantnu vrijednost *yaw* i *pitch* koeficijenata, mada je naglašeno da u praksi strujanja mogu da budu i u oblastima u kojima se ovi koeficijenti ne mogu smatrati konstantnim, ali se u takvim slučajevima algoritam za pronalaženje rješenja uz pretpostavku konstantne vrijednosti koeficijenata u *Jorgensen*-ovoj jednačini, može modifikovati tako da obuhvati promjenljive (zavisne od promjene intenziteta, ali i pravca vektora brzine) koeficijente pomoću uzastopne procedure aproksimacije.

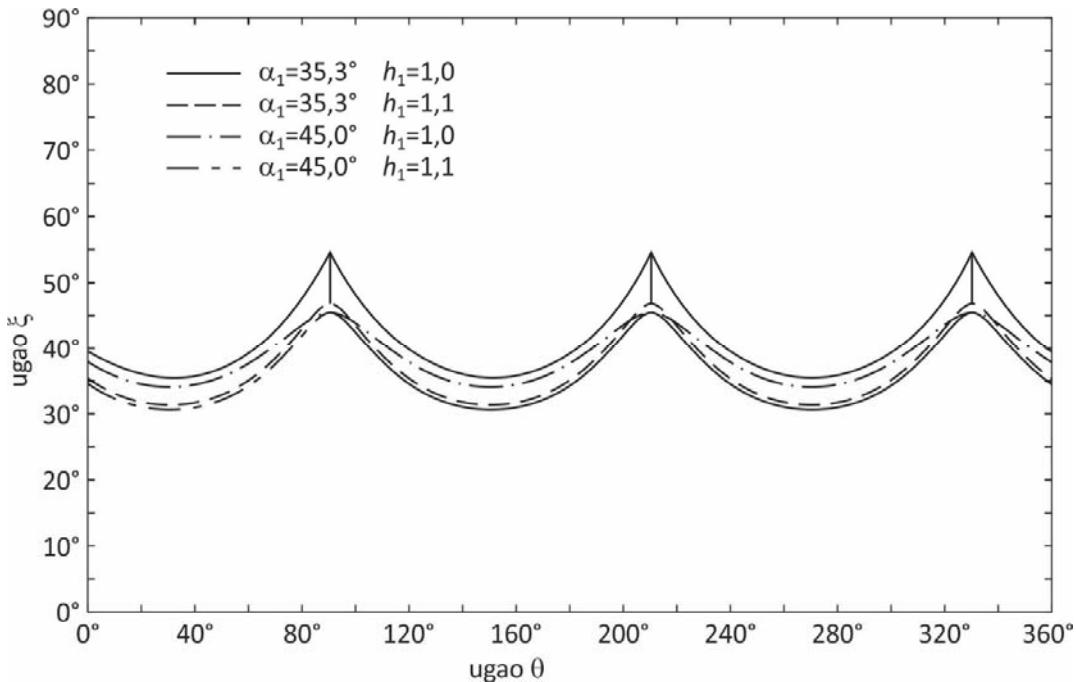
Ugao nagiba senzora se mijenja od  $10^\circ$  do  $45^\circ$ . Konstatovano je da se oblast jedinstvenog rješenja (kao i osjetljivost na promjenu pravca strujanja), mijenja sa promjenom ugla nagiba senzora. Sa porastom ugla nagiba senzora, raste i osjetljivost senzora na promjenu pravca, dok se maksimalna vrijednost oblasti jedinstvenog rješenja postiže za ortogonalnu konfiguraciju senzora tj. za  $\alpha = 35,26^\circ$ . Stoga je zaključeno da ortogonalna konstrukcija sonde sa 3 senzora predstavlja optimalni kompromis između osjetljivosti i oblasti jedinstvenog rješenja.

Što se tiče zavisnosti promjene oblasti jedinstvenog rješenja sa promjenom *yaw* (*k*), ili *pitch* koeficijenta (*h*), konstatovano je da dok promjena *yaw* koeficijenta sa intenzitetom brzine slabo utiče na promjenu veličine oblasti jedinstvenog rješenja to nije slučaj sa *pitch* koeficijentom. Naime porastom *pitch* koeficijenta (sl. 2.8) smanjuje se oblast jedinstvenog rješenja, te se predlaže da se pri definisanju veličine ove oblasti, ova oblast definiše prema najvećoj vrijednosti koeficijenta *h* na koju smo naišli u cjelokupnom opsegu razmatranih brzina.

Na kraju su analizirane greške koje nastaju zbog geometrijske nesavršenosti ortogonalnih sondi, tj. kad se ne ortogonalna sonda tretira kao ortogonalna sonda. Zaključeno je da u tom slučaju greške mogu da pređu vrijednost od 10%, te da se ne trebaju primjenjivati jednačine za ortogonalne senzore ukoliko postoji odstupanje u uglovima veće od  $1\text{--}2^\circ$ .

Jedan od načina za određivanje vektora brzine, sondom sa četiri senzora predložen je od strane u [92]. Senzori u sondi su imali nagib od  $45^\circ$ , a za svaki senzor je određeno trodimenzionalno kalibraciono polje, koje je uzimalo u obzir netačnosti pri proizvodnji

sondi, a takođe i interakciju između senzora, pa nije bilo potrebe da se koriste pretpostavke kao *King-ov ili kosinusni zakon*. Vektor brzine je pri tome određen u dosta širokom ugaonom opsegu ( $\pm 40^\circ$ ), a sonda je omogućavala mjerjenje vektora brzine u izotermalnim tokovima sa lokalnim intenzitetom turbulencije do 42%. Zbog određenih nedostataka jednačine *Jorgensen-a* (sonde sa načetim senzorima ne slijede empirijski navedenu jednačinu sa razumno tačnošću, a takođe se teško može tačno odrediti položaj senzora u odnosu na osu sonde), formulisana je nova jednačina za signal sa svakog senzora sonde. Nova jednačina je vezu između napona i vektora brzine na nekom od senzora uspostavljala preko dvije funkcije koje su se određivale eksperimentalno.



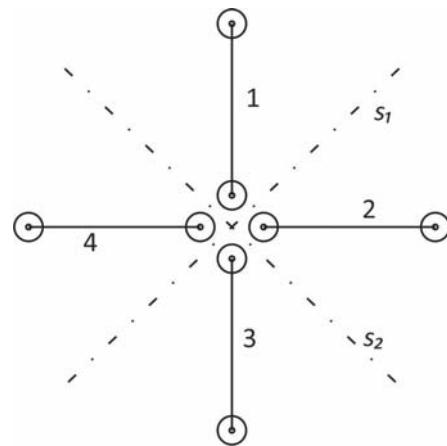
Sl. 2.8. Efekat uticaja *pitch* koeficijenta  $h$  na veličinu oblasti jedinstvenog rješenja za simetričnu tetraedalnu sondu, ugao između senzora  $60^\circ$ , uglovi nagiba senzora u sondi su  $35,3^\circ$  i  $45^\circ$  [36]

Proširenje predloženog metoda u [90] i [92] za sonde sa četiri senzora, na sondi sa pet senzora prezentovano je u [93]. Sonda se sastojala od pet načetih senzora koji su ležali na površini konusa polovine ugla  $45^\circ$ , a međusobno su postavljeni pod uglom od  $72^\circ$ . Ovakav raspored senzora obezbjeđivao je da najmanje četiri senzora „vide“ strujanje, a da nisu u tragu nosača senzora. Pri numeričkoj analizi sonde sa četiri senzora, konstatovano je da kad se vektor brzine nalazi u nekoj od simetričnih ravni na simetralama  $s_1$  ili  $s_2$  (sl. 2.9) dva senzora uvijek „osjećaju“ istu brzinu hlađenja i stoga

daju dva identična para napona.

Na osnovu provedene analize konstatuje se da asimetrični raspored senzora neće moći da poništi pojavljivanje dvostrukih rješenja tj. konstatuje se da je “*bilo koja kalibraciona procedura primjenjena na sondu sa četiri senzora ograničena na sličnu oblast jedinstvenog rješenja*” i to “*bar u diskretnim tačkama kad se pređe ugao nagiba od približno 40°*”, jer će se “*uvijek pojavljivati identični parovi napona za dva različita ugla strujanja*”. Konstatovano je da se “*oblast jedinstvenog rješenja može proširiti samo sa smanjenjem ugla nagiba senzora što sa druge strane smanjuje ugaonu rezoluciju*”. Napominje se da dodatni peti senzor daje novi signal koji je različit za odgovarajuće uglove strujanja time garantujući najmanje tri različita napona za svaki pravac strujanja unutar hemisfere i na taj način se sprečavaju dvostruka rješenja. U zaključku je istaknuto da “*sonda sa pet senzora omogućava veoma precizna mjerena u tokovima sa umjerenim nivoom turbulentcije*”, ali i da ”*pojačanje turbulentcije redukuje tačnost, ali su rezultati i dalje značajno bolji u poređenju sa odgovarajućom tehnikom za sondu sa četiri senzora*”.

U radu [52] prezentovana je nova tehnika za kalibraciju i obradu podataka za istovremeno mjerjenje sve tri komponente brzine u trodimenzionalnom turbulentnom strujanju pomoću piridalne sonde sa četiri senzora, pod nagibom od 45°. U razmatranjima do tada objavljenih radova konstatovano je da se oni uglavnom zasnivaju na *Jorgensen-ovoj jednačini* i na *King-ovom zakonu* koje su zasnovane na različitim prepostavkama vezanim za mehanizam izmjene toploće između senzora i toka. Konstatovano je da ovakav pristup vrijedi za određene konstrukcije sondi i granične uslove strujanja, ali gubi na validnosti u mnogim primjenama, posebno jer zahtijeva savršenu geometriju sondi jer i mala odstupanja u nagibu senzora mogu da prouzrokuju značajne greške. Novi predloženi metod se sastoji od aproksimacije trivijalne kalibracione funkcije sonde sa tenzorskim proizvodom polinoma i rješenju sistema od četiri nelinearne jednačina da bi se odredio trenutni vektor brzine. Metod je primjenljiv i na sonde sa tri senzora kao i na sonde sa „X“ konfiguracijom senzora u sondi.



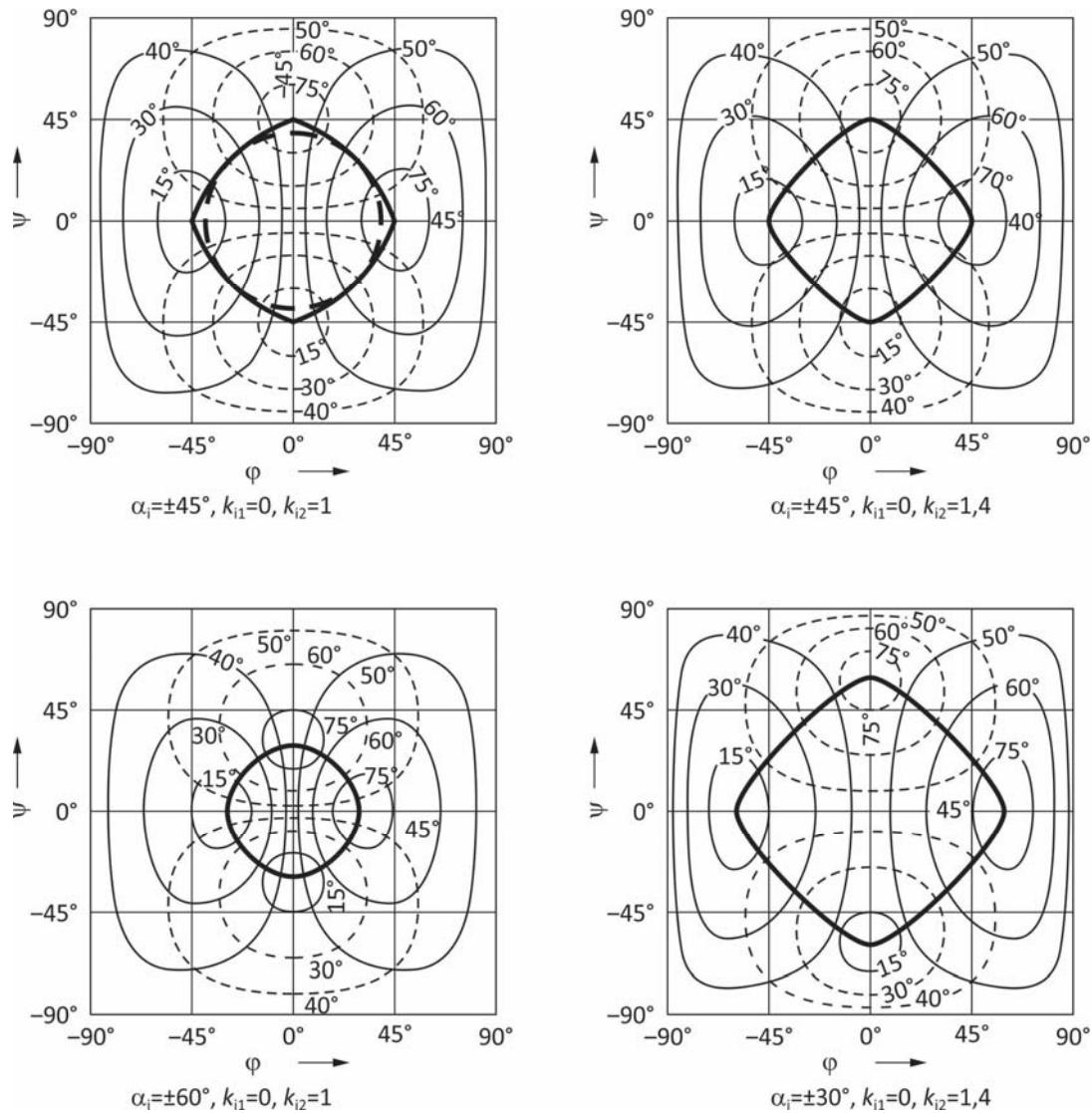
Sl. 2.9. Simetrale  $s_1$  i  $s_2$  kod sonde sa četiri senzora

U [94], između ostalog provedena je i detaljna analiza i poređenje različitih tipova sondi prema oblasti jedinstvenog rješenja. Za to je razvijen analitički metod ocjenjivanja za izračunavanje trenutnog vektora brzine iz signala sonde sa više senzora sa gotovo proizvoljnom geometrijom. Za nekoliko geometrija sondi određena je oblast domena strujnih uglova koji su za dati set izmjerениh napona na senzorima imali samo jedno rješenje za trenutni vektor brzine. Kao i u prethodnim radovima (npr. [90] itd.), konstatuje se da je razlog za višestruka rješenja pri obradi podataka sa *hot-wire* uređaja, simetrična geometrija senzora. Kako je navedeno “*ovo znači da se dvosmislenost ne može izbjegći promjenom kalibracione procedure za definisanje osjetljivosti sonde na promjenu pravca strujanja fluida, dok god navedena procedura tačno interpretira osjetljivost senzora na promjenu pravca strujanja. Samo značajna odstupanja od simetričnog odziva npr. prouzrokovana zajedničkim smetnjama između senzora i efekta traga od nosača senzora mogu stvoriti razliku*”. Na osnovu navedenog slijedio je zaključak da: “*korektni rezultati mjerena sa hot wire-om zahtijevaju da trenutni vektor brzine bude ograničen unutar ugaone oblasti koja sadrži samo jedno rješenje za dati set izmjerениh napona*”. Prezentovani pristup za provođenje kalibracije osjetljivosti senzora na promjenu pravca strujanja fluida omogućava određivanje oblasti jedinstvenog rješenja za sonde sa tri i četiri senzora proizvoljne geometrije bilo na teorijskoj konstrukciji ili na kalibracionim podacima, a takođe omogućava analizu uticaja tangencijalnog i binormalnog faktora hlađenja iz Jorgensen-ove jednačine (1.31).

Za sonde sa tri senzora ortogonalnim rasporedom, senzori leže u konusu polovine ugla  $54,74^\circ$ , pod pretpostavkom beskonačnog senzora za koji se može usvojiti vrijednost koeficijentata  $k = 0$  i  $h = 1$ , konstatovano je da je oblast jedinstvenog rješenja locirana unutar trouglaste osnove piramide, formirane sa tri senzora. Ovaj uslov za oblast jedinstvenog rješenja je već ranije bio definisan od strane različitih istraživača, a takođe je u saglasnosti sa numeričkim testom prikazanim u [36]. Konstatovano je da odstupanja od ortogonalnog rasporeda senzora i od pretpostavke o beskonačno dugačkom senzoru mijenjaju oblast jedinstvenog rješenja. U radu je konstatovano da se kod sondi sa većim ili manjim nagibom senzora oblast jedinstvenog rješenja sužava. Konstatovano je da efekat tangencijalnog faktora hlađenja  $k$  ne utiče na granice oblasti jedinstvenog rješenja dok porast binormalnog faktora hlađenja  $h > 1$  utiče na smanjenje ove oblasti. Provedena analiza pokazuje da sa smanjenjem istog faktora  $h < 1$  oblast jedinstvenog rješenja može biti proširena, ali se konstatuje da je to većinom teorijska mogućnost jer kod proizvedenih sondi je obično  $h > 1$ .

---

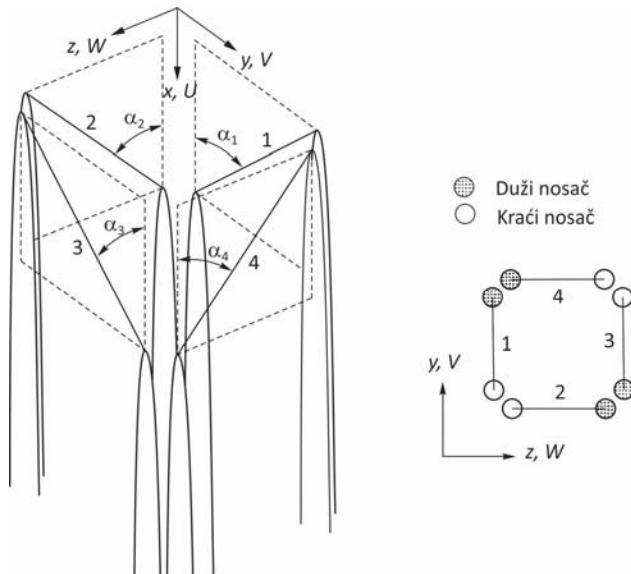
Za sonde sa četiri senzora provedena analiza u [94] prikazana je na sl. 2.10. Za beskonačno dug senzor, i pretpostavku vrijednosti tangencijalnog ( $k = 0$ ) i binormalnog ( $h = 1$ ) kalibracionog faktora, i ugao nagiba senzora od  $45^\circ$ , oblast jedinstvenog rješenja je prikazana na sl. 2.10a. Konstatovano je da postoje samo dva realna rješenja u cjelokupnom razmotrenom opsegu, ali i "kao što se i moglo očekivati zbog simetričnosti sonde, oblast jedinstvenog rješenja je simetrična oko osa i pokazuje da se maksimalno može proširiti do  $\pm 45^\circ$  za oba ugla sonde", mada je rezultujuća kriva prikazana na sl. 2.10 pokazivala za uglove različite od  $0^\circ$  na objema osama nešto uže granice ( $39,2^\circ$ ).



Sl. 2.10. Linije  $V_{eff,3,4} / V_{eff,1,2} = const.$  za sondu sa četiri senzora. —  $V_{eff,3} / V_{eff,1} = const.$  --  $V_{eff,4} / V_{eff,2} = const.$  — oblast jedinstvenog rješenja, -- oblast jedinstvenog rješenja  
„Method for analyzing four-hot-wire probe measurements“ [95], [94]

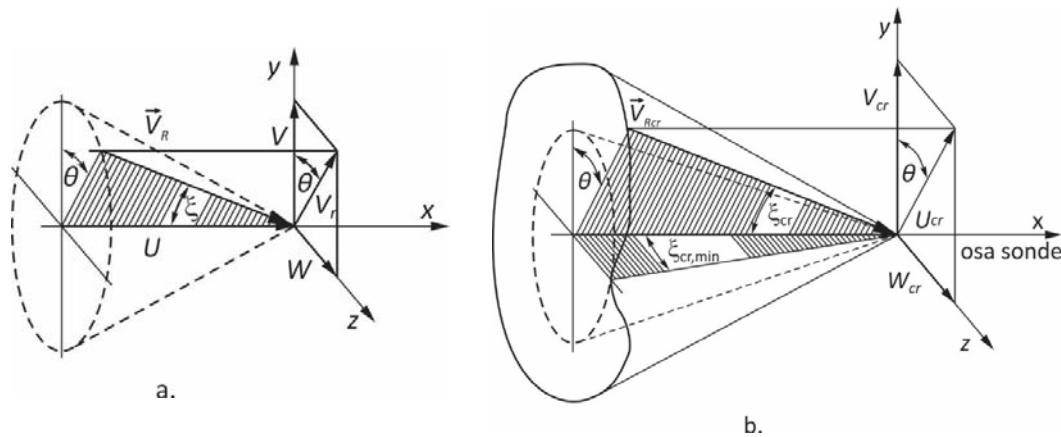
Promjenljivost tangencijalnog kalibracionog faktora  $k$ , nije imala uticaja na oblast jedinstvenog rješenja za nagib senzora od  $\pm 45^\circ$ , dok se ta oblast nešto smanjivala sa porastom binormalnog kalibracionog faktora  $h$  (sl. 2.10.b). Oštريje sonde npr. sa nagibom senzora od  $\pm 60^\circ$  su pokazivale smanjenje oblasti jedinstvenog rješenja, dok je istovremeno osjetljivost na promjenu uglova strujanja rasla (to se može vidjeti po krivima koje postaju bliža jedna drugoj na sl. 2.10.c). Suprotno od sondi sa tri senzora, kod sondi sa četiri senzora oblast jedinstvenog rješenja raste sa smanjivanjem ugla nagiba senzora, ali sa druge strane opada osjetljivost na promjenu pravca kao što je to prikazano na sl. 2.10.d. U radu se navodi i da je postojao uticaj tangencijalnog faktora hlađenja za sondu sa četiri senzora, za sonde sa drugačijim uglom nagiba od  $\pm 45^\circ$ , ali da je on ostao mali. Za  $k > 0$  oblast jedinstvenog rješenja je blago rasla za oštريje sonde (sa većim nagibom senzora) i odgovarajuće padala za sonde sa manjim nagibom senzora. Provedena istraživanja su pokazala da je “*oblast jedinstvenog rješenja sondi sa četiri senzora u opštem slučaju veća od sonde sa tri senzora*”, da je “*manje pogodena odstupanjima od idealnog slučaja beskonačno dugog senzora*”, te da se “*oblast jedinstvenog rješenja može prilagoditi problemu selektovanjem odgovarajućeg ugla nagiba senzora*”.

U [32] predstavljena su provedena mjerena pomoću minijaturne sonde sa četiri senzora. Konstatovano je da su maksimalni strujni uglovi koji se mogu mjeriti u čistom *pitch* ili *yaw* za sonde tip AVOP-4-100 (sl. 2.11), približno  $40^\circ$ .



Sl. 2.11. Sonda sa četiri senzora, geometrija nosača senzora [32]

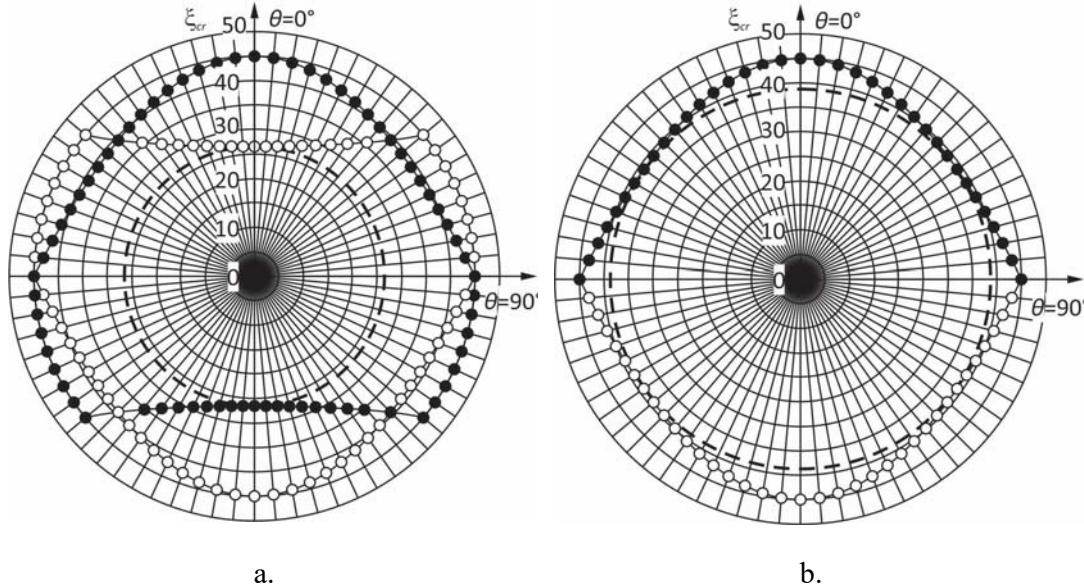
U [79], definisani su izrazi za određivanje granice oblasti jedinstvenog rješenja za sonde sa tri i četiri senzora, koji su obuhvatili uticaj glavnih parametara sonde tj. broj i raspored senzora u sondi kao i uticaji *pitch* i *yaw* koeficijenata. Analiza je provedena pod pretpostavkom da je efektivna brzina hlađenja definisana sa tzv. *efektivnim uglom* ( $\alpha_e$ ) pri čemu se ovaj ugao definisao kao „ugao koji formiraju senzor i normala na osu sonde u ravni senzora i nosača senzora“ a potom je proširena i za slučaj da je definisana jednačinom Jorgensen-a (1.31). Konstatovano je da oblast jedinstvenog rješenja obično ima oblik asimetrične konusne površine. Njen oblik zavisi od broja i rasporeda senzora u sondi, ali se oblast jedinstvenog rješenja obično predstavlja simetričnim konusnom (sl. 2.12).



Sl. 2.12. a. Vektor brzine u Kartezijevim i sfernim koordinatama. b. Oblast jedinstvenog rješenja i konus jedinstvenog rješenja sonde sa više senzora [81]

Razmatrane su sonde sa tri senzora (ortogonalne „ $\perp$ “ i „T“ konfiguraciji) i sonde sa četiri senzora (u „2V“ rasporedu, koja se mogla posmatrati kao kombinacija dvije sonde sa po tri senzora u „ $\perp$ “ i „T“ konfiguraciji). Za sondu sa tri senzora u „ $\perp$ “ i „T“ konfiguraciji, sa nagibom od  $45^\circ$ , i vrijednostima koeficijenata  $k=0$  i  $h=1$ , iz razvijenih matematičkih izraza analitički je određena polovina ugla konusa koja definiše oblast jedinstvenog rješenja i koja je iznosila  $26,5^\circ$ . Za ortogonalnu konfiguraciju sonde sa tri senzora, i vrijednostima koeficijenata  $k=0$  i  $h=1$ , analitički određena polovina ugla konusa jedinstvenog rješenja iznosila je  $35,26^\circ$ . Time su potvrđeni raniji nalazi prezentovani u [36], [90] i [94]. Za sondu sa četiri senzora u „2V“ konfiguraciji, sa nagibom od  $45^\circ$ , i sa vrijednostima koeficijenata  $k=0$  i  $h=1$ , analitički je izračunata vrijednost polovine ugla konusa jedinstvenog rješenja za specijalne slučajeve tj. za  $\theta = \pm 45^\circ$  i  $\theta = \pm 135^\circ$ . Ova vrijednost je iznosila  $\pm 39,2^\circ$ , a istaknuto je da je ova

vrijednost grafički navedena i u [94]. Iz razvijenog matematičkog izraza se mogla odrediti i vrijednost polovine ugla konusa za druge uglove  $\theta$ , numeričkim putem. Granice oblasti jedinstvenog rješenja za „ $\perp$ “ i „T“ konfiguraciju senzora prikazane su na sl. 2.13a, a za sondu sa četiri senzora u „2V“ konfiguraciji rezultati su prikazani na sl. 2.13b.

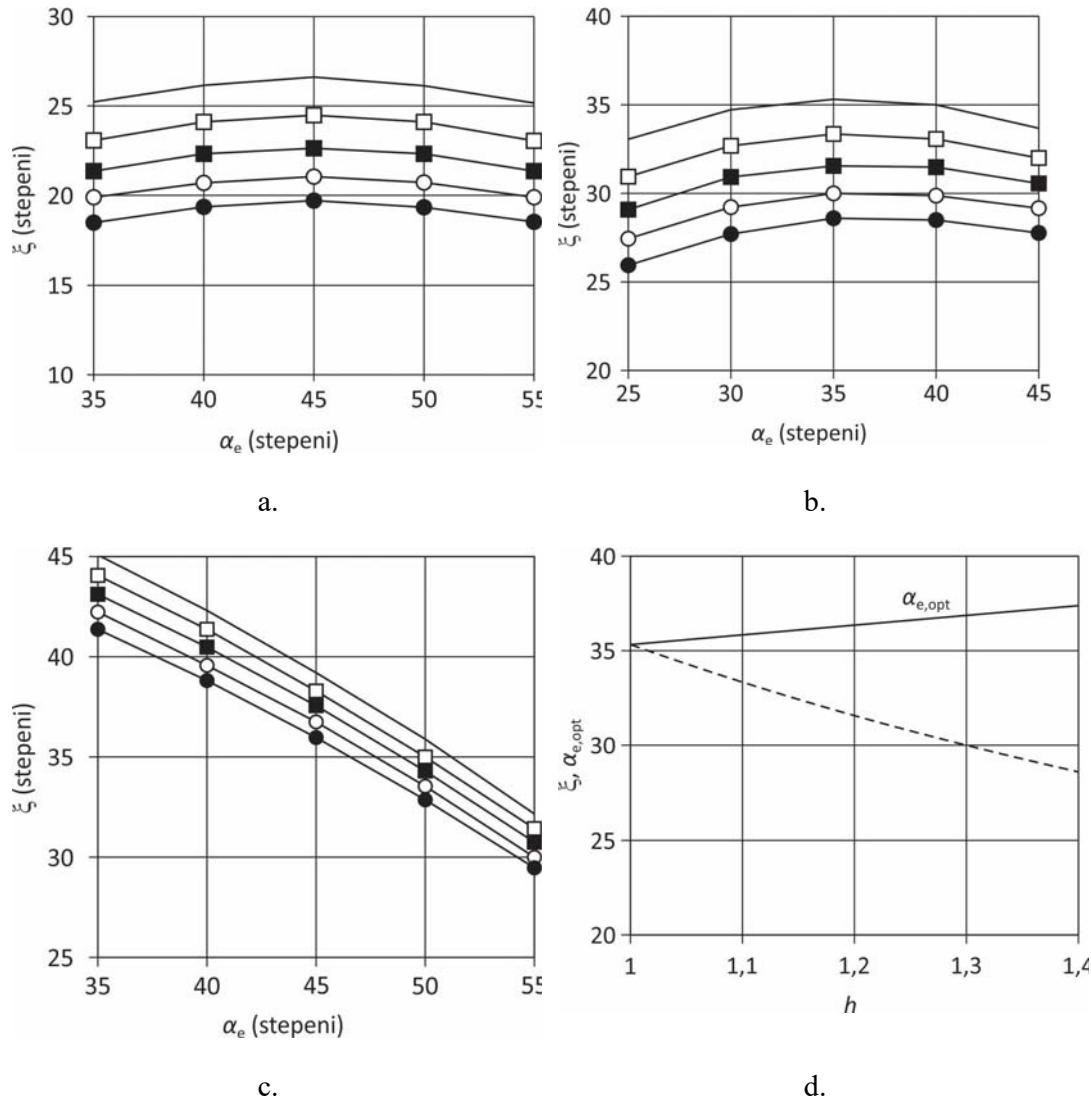


Sl. 2.13. a. Oblast jedinstvenog rješenja idealne sonde ( $\alpha = 45^\circ, h = 1$ ): —○—, za „T“ sondu, i —●— za „ $\perp$ “ sondu. b. Kombinacija „T“ i „ $\perp$ “ senzora, koje formiraju „2V“ sondu sa četiri senzora. Oblast jedinstvenog konusa je prikazana sa - - - [79]

Kao što se može vidjeti sa sl. 2.13b polovina ugla konusa za prethodno opisanu sondu sa četiri senzora u „2V“ konfiguraciji je iznosila  $38,8^\circ$  i to za opseg uglova između  $\pm 55^\circ$  i  $\pm 60^\circ$ . Ova vrijednost je iz izvedenih izraza određena numeričkim putem i razlikovala se od analitičkog rješenja za  $0,4^\circ$ . Dalja analiza pokazala je da polovina ugla konusa jedinstvenog rješenja  $\xi_{cr}$ , opada sa porastom *pitch* koeficijenta  $h$  (sl. 2.14). Suprotno od „T“ konfiguracije sa tri senzora čiji je optimalni efektivni ugao hlađenja  $45^\circ$  nezavisno od vrijednosti *pitch* koeficijenta  $h$  (sl. 2.14a), ovaj optimalni ugao za ortogonalnu sondu zavisi od *pitch* faktora  $h$  (sl. 2.14d).

Slika 2.14c ilustruje da se suprotno od sondi sa tri senzora, oblast jedinstvenog rješenja sondi sa četiri senzora može proširiti i izvan vrijednosti od  $39,2^\circ$  (koja odgovara uglu nagiba senzora od  $45^\circ$ ), smanjivanjem efektivnog ugla. Takođe poređenjem slika 2.14a, b i c vidi se da je konus jedinstvenog rješenja za sondu sa četiri senzora manje osjetljiv na *pitch* koeficijent  $h$  nego što je to slučaj sa sondom sa tri senzora. Što se tiče uticaja

*yaw* koeficijenta  $k$ , na polovinu ugla oblasti jedinstvenog rješenja  $\xi_{cr}$  sonde sa četiri senzora, može se reći da je on praktično zanemarljiv, kao što je to prethodno utvrđeno u [36] ali ipak pozitivan (sl.2.15).

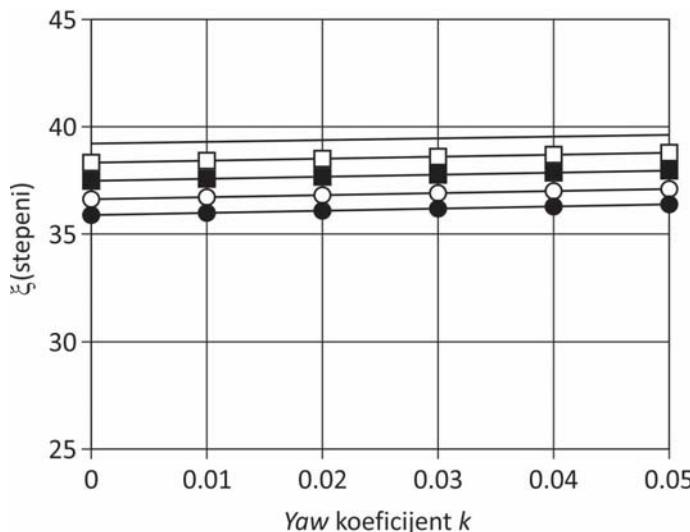


Sl. 2.14. Polovina ugla konusa jedinstvenog rješenja  $\xi_{cr} = f(h, \alpha_e)$ : a. „T“ i „ $\perp$ “sonde, b. ortogonalna sonda sa tri senzora, c. sonda sa četiri senzora u „2V“ rasporedu, d.  $\xi_{op} = f(h)$ , za ortogonalnu sondu sa tri senzora. Simboli: —,  $h = 1$ ;  $\square$ ,  $h = 1,1$ ;  $\blacksquare$ ,  $h = 1,2$ ;  $\circ$ ,  $h = 1,3$ ;  $\bullet$ ,  $h = 1,4$  [79]

Polovina ugla konusa jedinstvenog rješenja raste sa porastom *yaw* koeficijenta  $k$ . Provedena istraživanja su pokazala da će sa smanjivanjem ugla nagiba senzora do  $35,26^\circ$ , *yaw* koeficijent pozitivno uticati na veličinu konusa jedinstvenog rješenja.

U nastavku rada [79], u radu [96], formulisana je numerička procedura za procjenu oblasti jedinstvenog rješenja sondi koje imaju „T“ konfiguraciju senzora, ali kod kojih

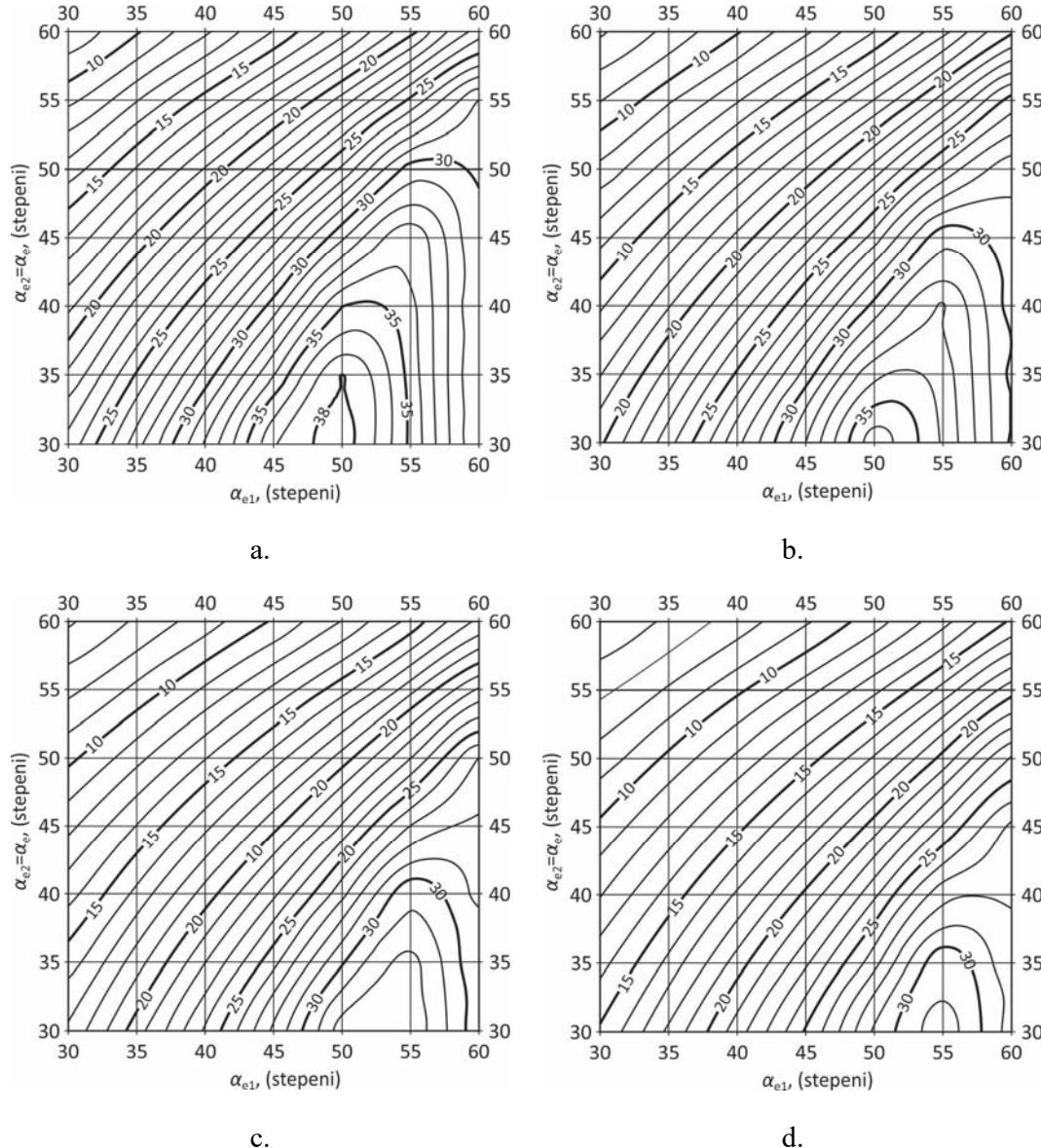
senzori mogu imati različite efektivne uglove nagiba. Analizirane modifikovane konfiguracije su imale identične efektivne uglove nagiba horizontalnih senzora ( $\alpha_{e2} = \alpha_{e3}$ ), dok je efektivni ugao nagiba senzora u vertikalnoj ravni ( $\alpha_{e1}$ , sl. 2.16) mogao da bude jednak ili različit od ova dva ugla. Sa slike se jasno vidi da aerodinamički uticaj nosača senzora (*pitch* koeficijent  $h$ ), jako redukuje oblast jedinstvenog rješenja. Uticaj tangencijalne komponente brzine hlađenja uzet je u obzir pod pretpostavkom upotrebe efektivnog ugla hlađenja  $\alpha_e$ , senzora umjesto realnog ugla  $\alpha$ . U radu je istaknuto da bi efektivni ugao nagiba senzora trebao biti manji od realnog (geometrijskog) zbog uticaja tangencijalne komponente hlađenja, odnosno kako je navedeno, “*zavisno od odnosa  $l/d$ , efektivni ugao može biti manji i do  $5^\circ$  u odnosu na realni*“.



Sl. 2.15. Zavisnost oblasti konusa jedinstvenog rješenja definisanog polovinom ugla  $\xi$  od *yaw* koeficijenta  $k$ , za različite vrijednosti *pitch* koeficijenta  $h$ , sonde sa četiri senzora sa nagibom senzora od  $45^\circ$ . Simboli su kao na sl. 2.14

Takođe je očito da konus jedinstvenog rješenja standardne sonde sa „T“ konfiguracijom senzora (sa sva tri senzora montirana pod uglom od  $45^\circ$  u odnosu na osu sonde), može biti proširen (na vrijednost blisku vrijednosti za ortogonalne sonde sa tri senzora), postavljanjem senzora pod drugim uglovima u odnosu na osu sonde. Tako npr. poređenjem veličine oblasti jedinstvenog rješenja sonde sa idealnim odzivom ( $k = 0$ ,  $h = 1$ ) i nagibom senzora  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 45^\circ$ , sa istom sondom, ali drugaćijim nagibom senzora ( $\alpha_1 = 50^\circ$ ,  $\alpha_2 = \alpha_3 = 40^\circ$ ), vidimo da dolazi do porasta polovine ugla konusa

jedinstvenog rješenja  $\xi_{cr}$  sa  $26,56^\circ$  na  $35^\circ$  (sl. 2.16a) što je gotovo identično sondi sa ortogonalnom konfiguracijom senzora ( $35,26^\circ$ ). Veće promjene u nagibu senzora povećavaju ovaj ugao, pa tako za npr.  $\alpha_1 = 50^\circ$  i  $\alpha_2 = \alpha_3 = 35^\circ$  ugao,  $\xi_{cr}$  raste na  $38^\circ$ , tj. više nego kod ortogonalne konfiguracije senzora i nešto manje od idealne konfiguracije „2V“ senzora postavljena pod uglom od  $45^\circ$ .



Sl. 2.16. Zavisnost oblasti polovine ugla konusa jedinstvenog rješenja različitim sondi „T“ konfiguracijama, od efektivnog ugla  $\alpha_{e1}$  i  $\alpha_{e2} = \alpha_{e3}$ , za različite pitch koeficijente: a.  $h = 1,0$ ; b.  $h = 1,1$ ; c.  $h = 1,4$ ; d.  $h = 1,6$  [96]

Istaknuto je da za realnu sondu, koju karakteriše postojanje pitch koeficijenta  $h$ , imamo sličnu tendenciju. Tako npr. za realnu sondu sa vrijednošću  $h = 1,4$ , (umjesto  $h = 1$ ) i

nagibom senzora  $\alpha_{e1} = \alpha_{e2} = \alpha_{e3} = 40^\circ$  (umjesto  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 45^\circ$  prepostavka da je efektivni ugao hlađenja manji za oko  $5^\circ$  u odnosu na realni tj. idealni ugao, zbog uzimanja u obzir tangencijalne komponente vektora brzine zajedno sa normalnom komponentom), vrijednost polovine ugla konusa iznosi  $19,5^\circ$ . Ukoliko se nagib senzora promijeni za  $5^\circ$ , tako da je  $\alpha_{e1} = 45^\circ$  (tj.  $\alpha_1 = 50^\circ$ ), odnosno  $\alpha_{e2} = \alpha_{e3} = 35^\circ$  (tj.  $\alpha_2 = \alpha_3 = 40^\circ$ ), vrijednost polovine ugla konusa poraste sa  $19,5^\circ$  (za  $\alpha_{e1} = \alpha_{e2} = \alpha_{e3} = 40^\circ$ ) na  $26,5^\circ$  (za  $\alpha_{e1} = 45^\circ$  i  $\alpha_{e2} = \alpha_{e3} = 35^\circ$ ), sl. 2.16c.

U radovima [97], [98] i [99], predstavljen je matematički model rada *hot-wire-a* konstantne temperature zasnovan na različitim jednačinama kojima se definisala efektivna brzina hlađenja.

U [97], predstavljen je matematički model rada *hot-wire-a* konstantne temperature, sa četiri senzora koji je uspijevao da identificuje ispravni vektor brzine na granici oblasti jedinstvenosti. Drugi podprogram prezentovanog matematičkog modela je na osnovu simulacije mjerena *hot-wire-om* (prvi podprogram matematičkog modela) uspijevao da identificuje vektor brzine u dosta širokoj oblasti mogućih napadnih uglova vektora brzine. Matematički model (algoritam) rada *hot-wire-a* konstantne temperature se sastojao iz dva dijela, prvog koji je na osnovu zadanih vrijednosti za intenzitet, pravac i smjer vektora brzine izračunavao napone koji bi se trebali pojaviti na senzorima mjernog uređaja i drugog koji je na osnovu ovako izračunatih napona uspijevao da identificuje vektor brzine fluida koji je prouzrokovao dati skup izlaznih napona na senzorima mjernog uređaja. Položaj vektora brzine u odnosu na osu sonde definisan je sfernim koordinatama. Zavisnost promjene napona od tzv. efektivne brzine hlađenja bila je definisana *King-ovim zakonom* (jednačina (1.24)), a efektivna brzina hlađenja na senzorima mjernog uređaja tzv. *konsinusnim zakonom* (jednačina (1.25)). Ugao nagiba senzora u *hot-wire* sondi iznosio je  $10^\circ$ , a rezultati provedenog numeričkog testa prikazani su na sl. 2.17.

U [98], detaljnije je predstavljen algoritam i rezultati numeričkih testova za pronalazak vektora brzine fluida do i preko granice jedinstvenog rješenja, na virtuelnoj sondi sa četiri senzora ugla nagiba  $10^\circ$ . Efektivna brzina hlađenja na senzorima određivala se na osnovu jednačine (2.1), *yaw* koeficijent  $k$  bio je konstanta i nezavisan od brzine strujanja ili promjene pravca fluida, a zavisnost između efektivne brzine hlađenja i promjene napona na senzoru bila je definisana *King-ovim zakonom* (1.24).

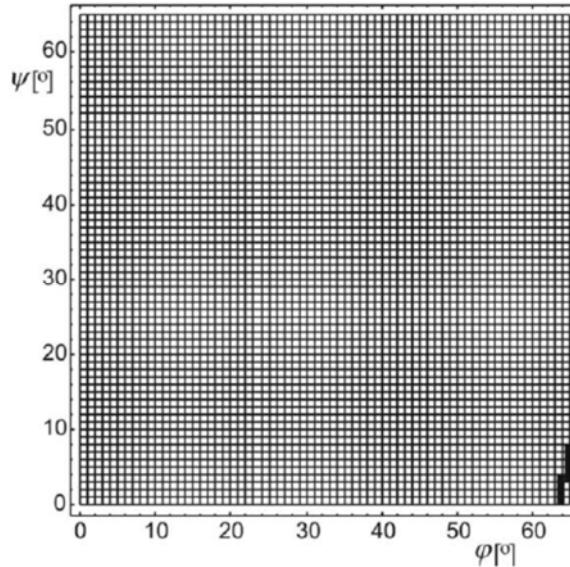
Efektivna brzina hlađenja izračunavala se iz jednačine:

---

$$V_{\text{eff}} = \sqrt{V_N^2 + (k V_t)^2}, \quad (2.1)$$

pri čemu je sa  $V_t$  označena tangencijalna komponenta vektora brzine fluida određena po jednačini:

$$V_t = \vec{V}_R \cdot \vec{t}_S \quad (2.2)$$



Sl. 2.17. Polje rezultata testiranja rada algoritma za određivanje vektora brzine fluida [97]

U jednačini (2.2) sa  $\vec{t}_S$  označen je jedinični tangencijalni vektor koji je usmjeren u pravcu senzora mjernog uređaja (sl. 2.18). *Yaw* koeficijent  $k$  predstavljao je doprinos tangencijalne komponente vektora brzine fluida hlađenju senzora. Intenzitet normalne komponente vektora brzine fluida izračunavao se iz jednačine:

$$V_N^2 = V_R^2 - V_t^2. \quad (2.3)$$

Položaj vektora brzine fluida bio je definisan sa intenzitetom  $V_R$  i dva ugla  $\varphi$  i  $\psi$ . Pod pretpostavkom da senzori virtuelnog *hot-wire*-a imaju odnos  $l/d > 300$ , u radu je usvojena pretpostavka o jednakosti normalne komponente vektora brzine fluida sa efektivnom brzinom hlađenja. Iz tog razloga efektivna brzina hlađenja je određena na osnovu obrasca:

$$V_{\text{eff}}^2 = V_N^2 = V_R^2 - (\vec{V}_R \cdot \vec{t}_S)^2. \quad (2.4)$$

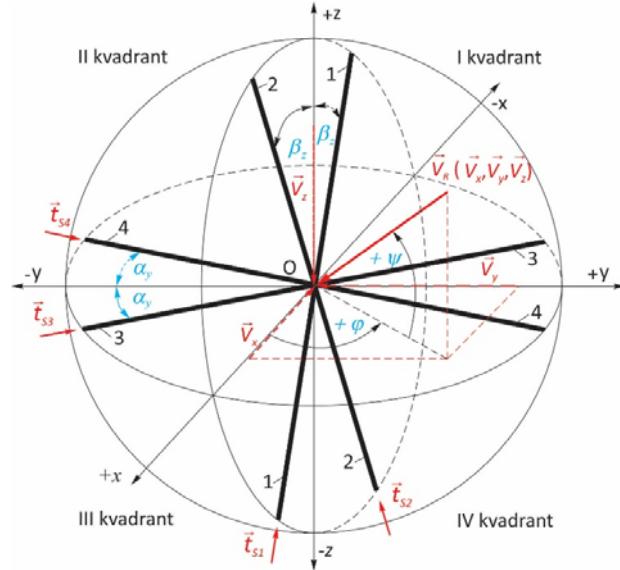
Za pozicije senzora prikazane na sl. 2.17, za svaki od četiri senzora napisana je jednačina (2.4), pri čemu se dobio sistem jednačina (2.5):

$$\begin{aligned}
 Eq_1 &\Rightarrow V_{eff1}^2 = V_R^2 - (\vec{V}_R \cdot \vec{t}_{S1})^2 \\
 &= V_R^2 - (V_x t_{S1x} + V_y t_{S1y} + V_z t_{S1z})^2, \\
 Eq_2 &\Rightarrow V_{eff2}^2 = V_R^2 - (\vec{V}_R \cdot \vec{t}_{S2})^2 \\
 &= V_R^2 - (V_x t_{S2x} + V_y t_{S2y} + V_z t_{S2z})^2, \\
 Eq_3 &\Rightarrow V_{eff3}^2 = V_R^2 - (\vec{V}_R \cdot \vec{t}_{S3})^2 \\
 &= V_R^2 - (V_x t_{S3x} + V_y t_{S3y} + V_z t_{S3z})^2, \\
 Eq_4 &\Rightarrow V_{eff4}^2 = V_R^2 - (\vec{V}_R \cdot \vec{t}_{S4})^2 \\
 &= V_R^2 - (V_x t_{S4x} + V_y t_{S4y} + V_z t_{S4z})^2.
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

Indeksi 1, 2, 3 i 4 označavaju pojedine senzore *hot-wire-a*, a sa  $x$ ,  $y$  i  $z$ , označene su projekcije vektora na ose Kartezijevog koordinatnog sistema (sl. 2.18).

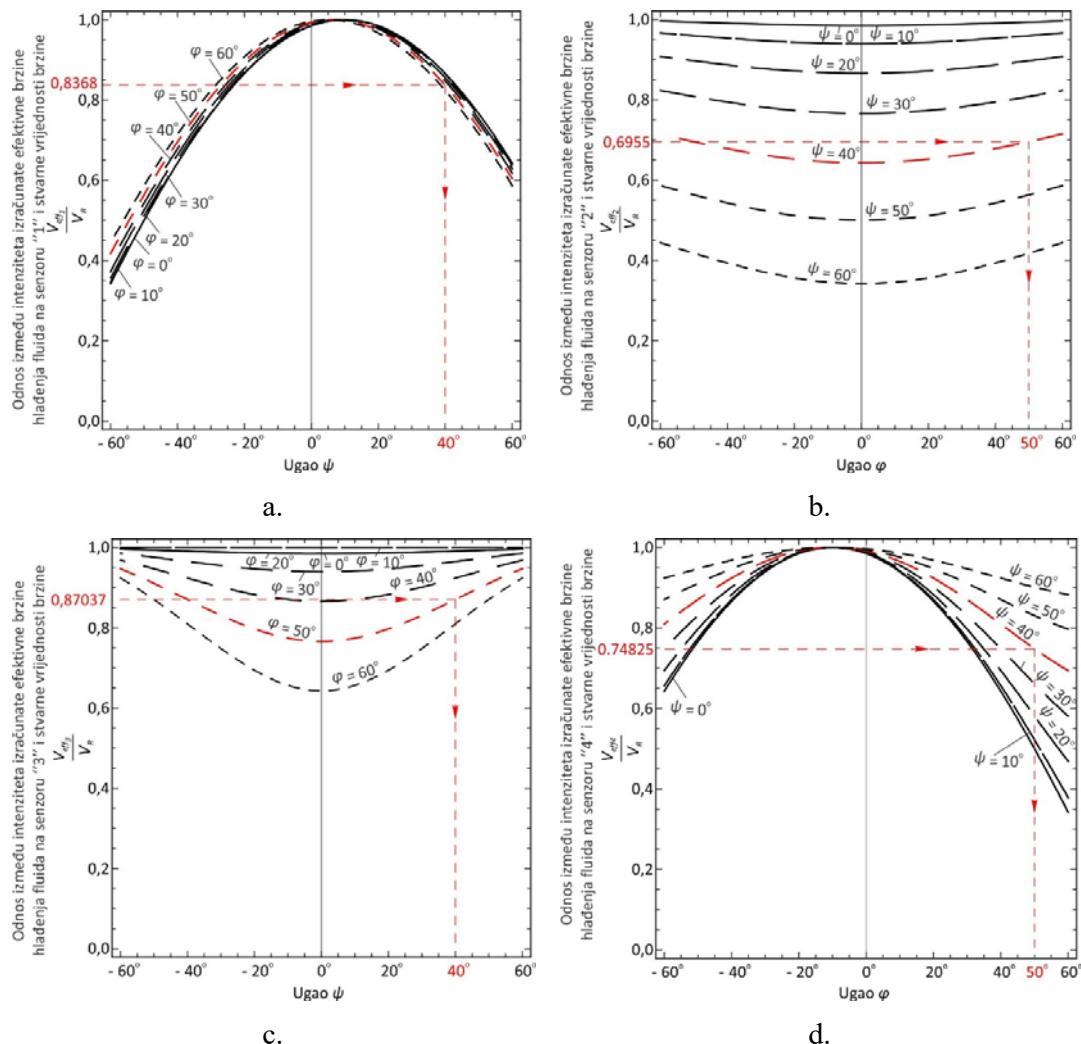
Konstatovano je da je sistem jednačina (2.5) nelinearan i da se u opštem slučaju može riješiti numerički. Sistem jednačina (2.5) ima više matematički tačnih rješenja od kojih je samo jedno fizikalno ispravno. Koje će se rješenje dobiti zavisilo je od početnih uslova iteracije koji se zadaju pri numeričkom rješenju sistema jednačina. Da bi se odredile tri nepoznate veličine (intenzitet vektora brzine, te uglovi  $\varphi$  i  $\psi$ ), iz sistema nelinearnih jednačina (2.5) formirana su četiri podsistema, sa po tri nelinearne jednačine za čije rješenje je upotrijebljen *Newton-ov* iteracioni metod. Fizikalno ispravno rješenje definisano je kao ono koje će se pojaviti kao matematički tačno rješenje u sva četiri sistema jednačina, tj. kao ono koje zadovoljava uslov:

$$\vec{V}_{RS1} \equiv \vec{V}_{RS2} \equiv \vec{V}_{RS3} \equiv \vec{V}_{RS4} \equiv \vec{V}_R. \tag{2.6}$$



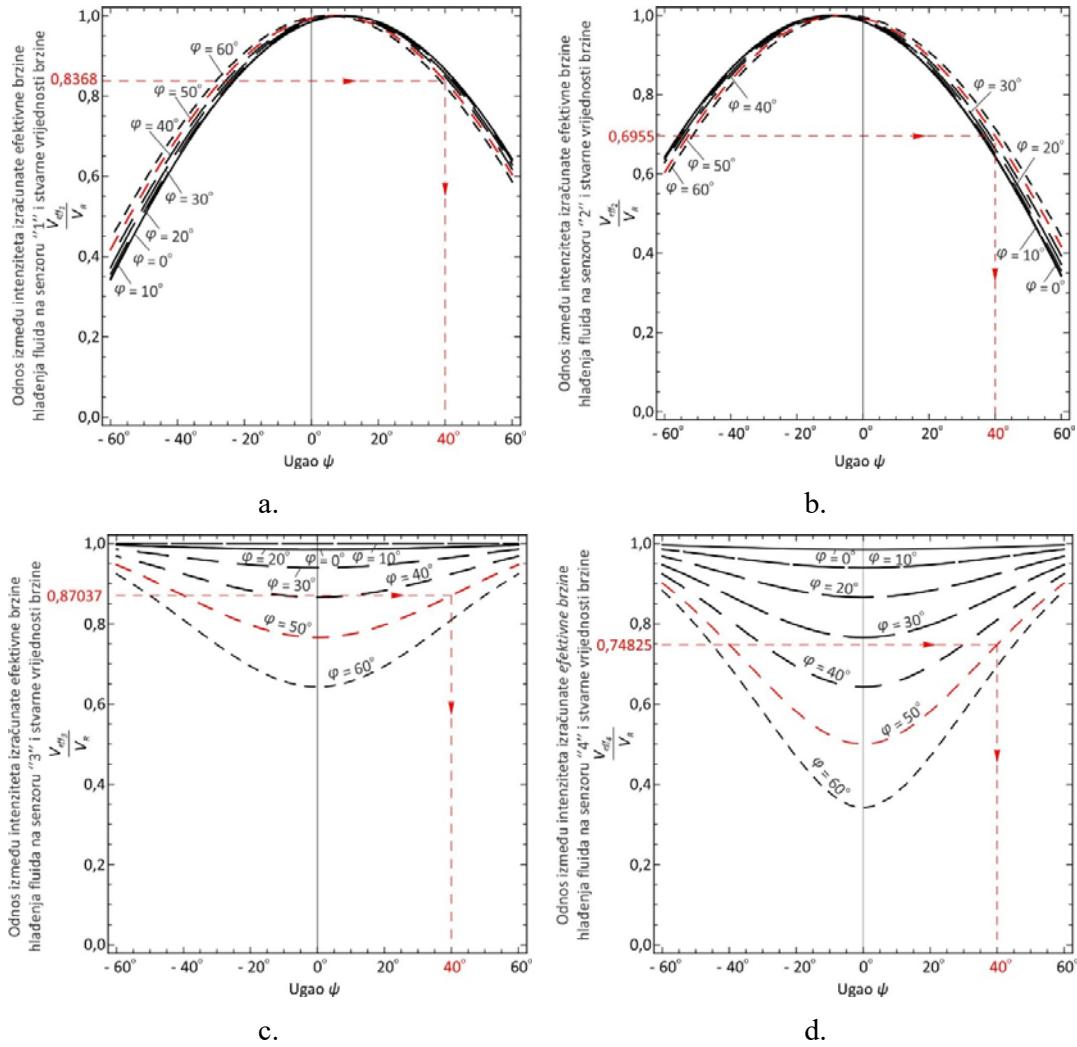
Sl. 2.18. Dispozicija senzora u sondi [98]

Numerička analiza je provedena za virtuelnu sondu sa uglom nagiba senzora u sondi od  $10^\circ$ , i za konstantnu brzinu strujanja fluida od 10 m/s. Pri tome je vektor brzine mogao da ima proizvoljni pravac strujanja, ali unutar ugaonog opsega uglova:  $-60^\circ \leq \varphi \leq 60^\circ$ , odnosno  $-60^\circ \leq \psi \leq 60^\circ$ . Na osnovu uspostavljenog matematičkog modela rada *hot-wire-a* u radu je predstavljena zavisnost promjene izračunate efektivne brzine hlađenja  $V_{eff_i}$  na svakom od senzora *hot-wire-a* ( $i = 1, 2, 3, 4$ ), od intenziteta vektora brzine  $V_R$  tj.  $V_{eff_i} / V_R$  od ugla  $\varphi$ , a za poznatu vrijednost ugla  $\psi$  (sl. 2.19), kao i zavisnost od ugla  $\psi$ , za poznatu vrijednost ugla  $\varphi$  (sl.2.20).



Sl. 2.19. Zavisnost  $V_{eff_i} / V_R$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) od ugla  $\varphi$  za poznatu vrijednost ugla  $\psi$  na  
a. senzoru 1, b. senzoru 2, c. senzoru 3 i d. senzoru 4 [98]

Konstatovano je da će zavisnost  $V_{eff1} / V_R$  od ugla  $\varphi$ , za poznatu negativnu vrijednost ugla  $\psi$  biti ista kao i zavisnost  $V_{eff2} / V_R$  od ugla  $\varphi$  za poznatu pozitivnu vrijednost ugla  $\psi$  (sl. 2.19. a i b) i obrnuto. Isto je vrijedilo i za negativnu vrijednost ugla  $\varphi$  (sl. 2.20. c i d). Zavisnost  $V_{eff3} / V_R$  i  $V_{eff4} / V_R$  od ugla  $\varphi$  (sl. 2.19. c i d) za poznatu negativnu vrijednost ugla  $\psi$  biće ista. Isto vrijedi i za negativne vrijednosti ugla  $\varphi$  (sl. 2.20 a i b).



Sl. 2.20. Zavisnost  $V_{effi} / V_R$  od ugla  $\psi$  za poznatu vrijednost ugla  $\varphi$  na a. senzoru 1, b. senzoru 2, c. senzoru 3 i d. senzoru 4 [98]

Na sl. 2.19 i 2.20, mogla se primjetiti simetrija u zavisnosti  $V_{eff} / V_R$  od ugla  $\varphi$  za poznatu vrijednost ugla  $\psi$ , kao i  $V_{eff} / V_R$  od ugla  $\psi$ , za poznatu vrijednost ugla  $\varphi$ . Sa navedenih slika mogla se vidjeti složenost pronalaska ispravnog rješenja iz više

različitim matematički tačnih rješenja, čak i kod virtualne sonde sa idealnim nagibom senzora od  $10^\circ$  i usvojenom konstantnom vrijednošću koeficijenata i eksponenata.

Naime, čak i u slučaju da nam je poznat odnos  $V_{eff} / V_R$  na svakom od četiri senzora *hot-wire-a*, i jedan od uglova  $\psi$  ili  $\varphi$ , još uvijek u opštem slučaju postoje dva različita ugla  $\varphi$  odnosno  $\psi$ , kojima se može definisati vektor brzine fluida, a koji predstavljaju matematički tačno rješenje, od kojih je samo jedno fizikalno ispravano. Očigledno je da matematički tačno rješenje zavisi od izbora početnih uslova za rješenje sistema nelinearnih jednačina

Za selekciju početnih uslova iteracije, a time i identifikaciju fizikalno ispravnog rješenja iz više matematički tačnih rješenja, koji se mogu dobiti rješavanjem četiri formirana podsistema jednačina upotrijebljen je algoritam „*tri protiv jedan*“.

Algoritam „*tri protiv jedan*“ je izračunavao nove početne uslove iteracije iz pretpostavke da se rješenje koje najviše odstupa od dobijene srednje vrijednosti rješenja u posmatranom iteracionom koraku, odbaci kao fizikalno neispravno.

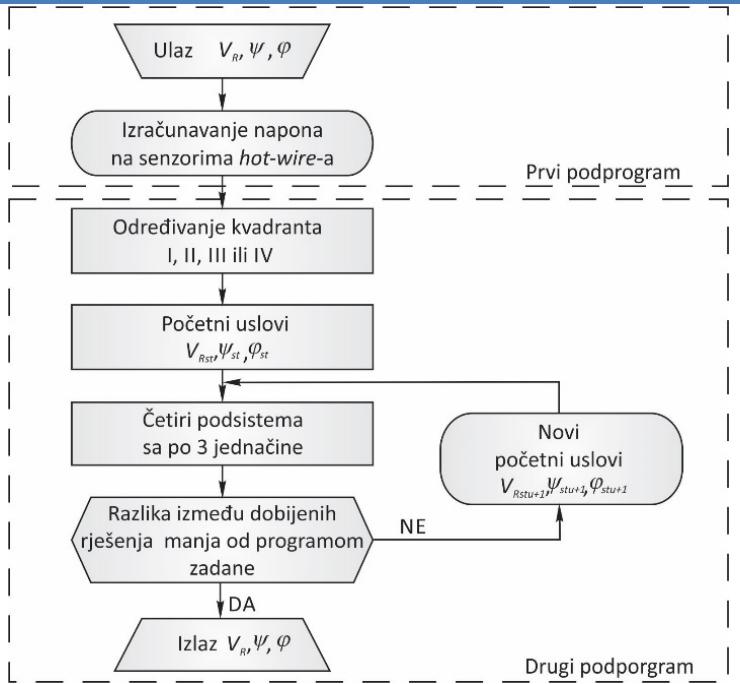
Novi početni uslovi za novi iteracioni korak, za određivanje vektora brzine fluida, su određivani osrednjavanjem vrijednosti rešenja preostala tri sistema jednačina u zavisnosti od toga koje je rješenje odbačeno kao fizikalno pogrešno. Postupak se ponavljao sve dok razlika između novodobijenih i zadanih (početnih) vrijednosti traženih veličina nije bila manja od programom zadane. Grafički prikaz matematičkog modela rada *hot-wire-a* prikazan je na sl. 2.21.

Kao i u [97], matematički model rada *hot-wire-a* se sastojao od dva podprograma. Prvi podprogram je simulirao rad virtualnog *hot-wire* uređaja sa četiri senzora izloženog strujanju fluida, intenziteta  $V_R$  i pravca definisanog sa dva ugla  $\varphi$  i  $\psi$ . Izlazne vrijednosti iz prvog podprograma bila su četiri napona na senzorima mjernog uređaja. Drugi podprogram je na osnovu izračunatih izlaznih napona iz prvog podprograma, trebao da identificuje vektor brzine fluida koji je uzrokovao dobijene promjene napona iz prvog podprograma.

Opisani matematički model rada *hot-wire-a* konstantne temperature testiran je u programskom paketu *Mathematica*®, pri čemu su provedena dva testa matematičkog modela.

Rezultati prvog testa prikazani su na sl. 2.19, 2.20, i 2.22 (crvene isprekidane linije), i u njemu je matematički model rada *hot-wire-a* trebalo da pronađe vektor brzine fluida definisan sljedećim vrijednostima:  $V_R = 10$  [m/s],  $\psi = 40^\circ$  i  $\varphi = 50^\circ$ .

---



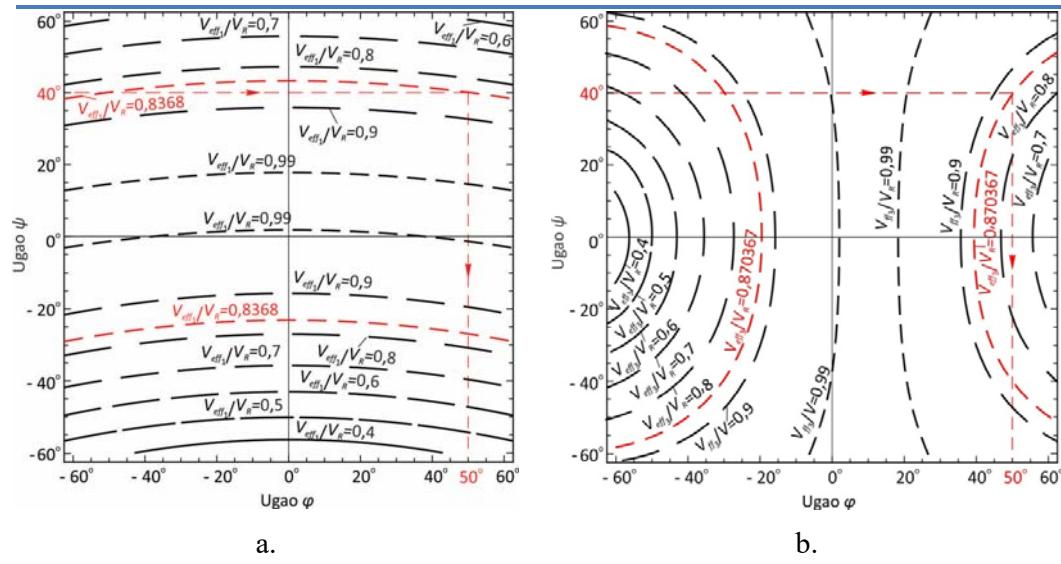
Sl. 2.21. Algoritam matematičkog modela rada hot-wire-a za pronalazak fizikalno ispravnog rješenja [98]

Na sl. 2.22. prikazana je zavisnost  $V_{eff} / V_R = const.$  u koordinatnom sistemu  $\varphi\psi$ , za senzore 1 i 3 (prema sl. 2.18). Zakrivljene linije  $V_{eff} / V_R = const.$  predstavljale su sve tačke koje daju istu vrijednost brzine za različite uglove  $\psi$  i  $\varphi$ , od kojih je samo jedna kombinacija na svakom od senzora mjernog uređaja bila fizikalno ispravna.

Navedeno je da je zavisnost  $V_{eff} / V_R = const.$  za senzor 2, osnosimetrično preslikana zavisnosti senzora 1, s tim što je osa simetrije  $\psi = 0$ . Ista situacija je i za senzor 4, kod koga je zavisnost  $V_{eff} / V_R = const.$  osnosimetrično preslikana zavisnost prikazana za senzor 3, a osa simetrije je  $\varphi = 0$ .

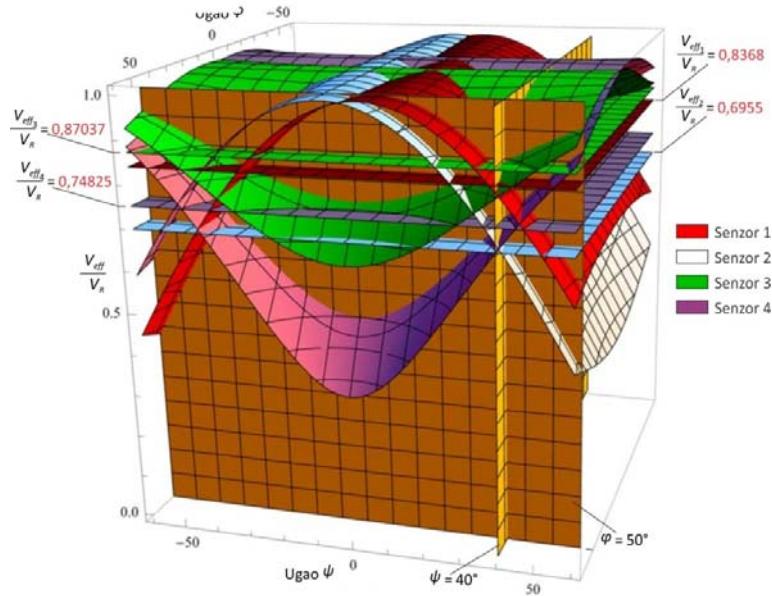
Grafički prikaz odnosa  $V_{eff_i} / V_R$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) u prostoru za razne vrijednosti uglova  $\psi$  i  $\varphi$  i prvi test matematičkog modela rada hot-wire-a prikazani su na sl. 2.23.

Na istoj slici je prikazano i dobijeno rješenje tj. matematički model rada hot-wire-a tj. njegov drugi podprogram je uspio da identificuje traženi vektor brzine (tj. pravac vektora je bio definisan uglovima  $\psi = 40^\circ$  i  $\varphi = 50^\circ$ ).



Sl. 2.22. Grafička prezentacija različitih vrijednosti  $V_{eff}/V_R = const.$  u koordinatnom sistemu  $\varphi\psi$ , i rezultati prvog testa matematičkog modela rada hot-wire-a na a. senzoru 1 i b. senzoru 3 [98]

Tokom drugog testa matematičkog modela rada hot-wire-a (sl. 2.24), odabran je ponovo intenzitet vekora brzine od 10 m/s, a drugi podprogram matematičkog modela rada hot-wire-a je imao zadatak da tačno identificuje vektor brzine fluida u opsegu uglova  $-60^\circ \leq \varphi \leq 60^\circ$  odnosno  $-60^\circ \leq \psi \leq 60^\circ$ , sa korakom od  $1^\circ$ .

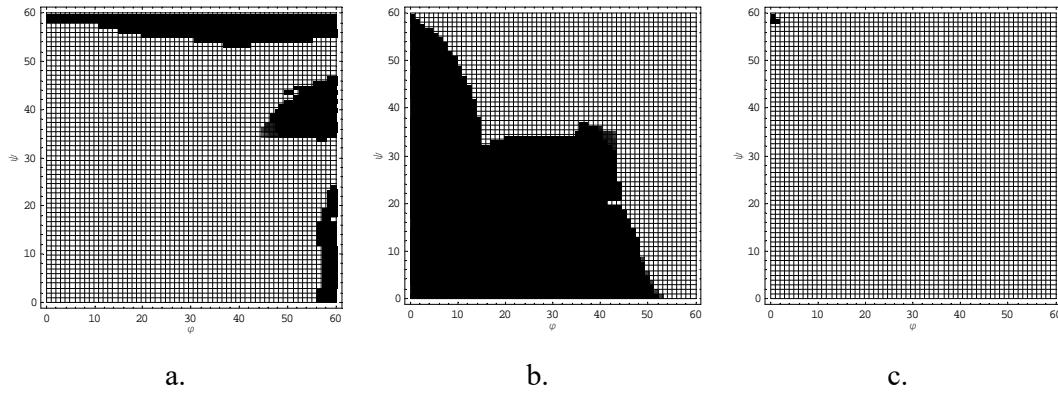


Sl. 2.23. Grafička interpretacija rezultata dobijenih tokom prvog testa rada matematičkog modela rada hot-wire-a, pogled sa strane [98]

Tokom provedenog testa, pokazalo se da je drugi podprogram prezentovanog matematičkog modela rada *hot-wire*-a uspijeva da ispravno identificuje traženi vektor brzine kako za pozitivne vrijednosti uglova  $\varphi$  i  $\psi$ , tako i za njihove negativne vrijednosti, a isto tako i za kombinaciju pozitivnih i negativnih vrijednosti uglova  $\varphi$  i  $\psi$ .

Na sl. 2.24. su prikazani dobijeni rezultati rada drugog programa u formi matrice sa 3600 izračunatih rezultata za prvi kvadrant. Za drugi kvadrant, grafik je osnosimetričan dobijenom, s tim što je  $\psi$  osa simetrije. Za treći i četvrti kvadrant, rezultati su simetrični u odnosu na prvi i drugi kvadrant s tim što je osa simetrije osa  $\varphi$ .

Tamna polja predstavljaju vrijednosti uglova  $\varphi$  i  $\psi$  za koju se dobijeni i stvarni rezultat razlikuje za više od  $3 \cdot 10^{-4}$ , dok bijela polja predstavljaju vrijednosti uglova  $\varphi$  i  $\psi$  za koju je navedena razlika manja od  $3 \cdot 10^{-4}$ . Broj iteracija u oba iteraciona ciklusa je bio ograničen na 10 po ciklusu, a kao što se može vidjeti, algoritam je uspijeva da ispravno identificuje vektor brzine u opsegu uglova  $|\varphi| \leq 60^\circ$  i  $|\psi| \leq 58^\circ$ .

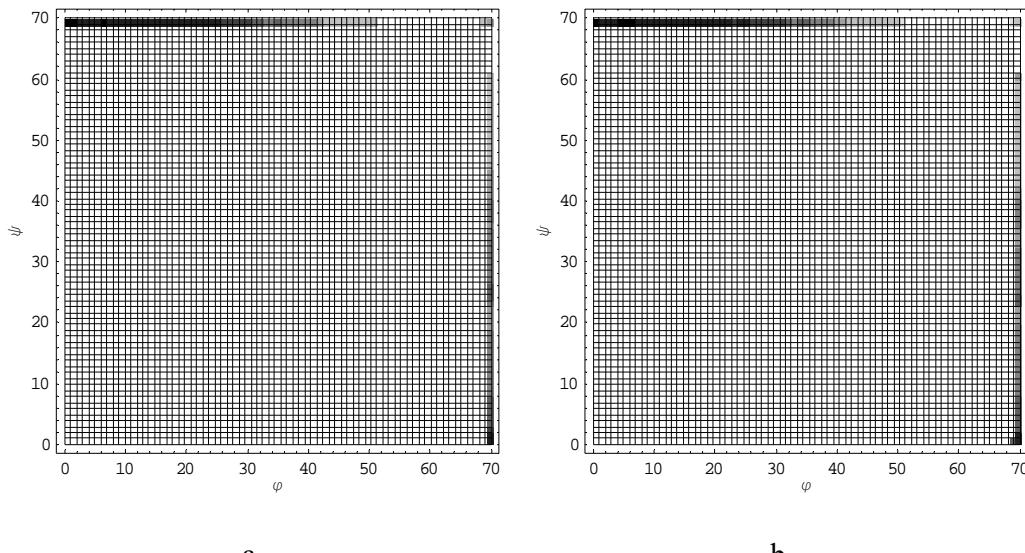


Sl. 2.24. Grafička interpretacija dobijenih rezultata tokom drugog testa matematičkog modela rada *hot-wire* – a upotrebor samojednog iterativnog ciklusa a. prvog b. drugog i c. upotrebor oba iterativna ciklusa [98]

U [99], ponovo je testiran algoritam za pronalažak vektora brzine fluida u širokom opsegu napadnih uglova ( $|\varphi| \leq 60^\circ$ ,  $|\psi| \leq 60^\circ$ , sl. 2.27). U ovom radu za osnovu rada matematičkog modela uzete su jednačine *King*-a (1.24) i *Jorgensen*-a (1.31) tj. tzv. *King/Jorgensen*-ov model, kojim je opisano ponašanje virtualne *hot-wire* sonde sa četiri senzora sa uglom nagiba  $35^\circ$ .

Vrijednosti *yaw* koeficijenta  $k$  kao i *pitch* koeficijenta  $h$  bile su konstantne i nezavisne od brzine strujanja ili promjene pravca fluida.

U osnovi matematički model rada *hot-wire-a* je imao sve elemente matematičkog modela opisanog u [98]. Provedena su dva testa matematičkog modela rada *hot-wire-a*, u kojima je usvojena konstantna vrijednost za *yaw* koeficijent  $k = 0$ , a *pitch* koeficijent  $h$ , imao je vrijednost  $h = 1,0$  i  $h = 1,1$ . Broj iteracionih koraka u dva ciklusa iteracija ograničen je na sedam, a rezultati rada matematičkog modela prikazani su na sl. 2.25.



Sl. 2.25. Grafička interpretacija rada matematičkog modela a.  $h = 1,0$ , b.  $h = 1,1$  [99]

### **3. HIPOTEZE DISERTACIJE**

Uvažavajući prethodno navedene specifičnosti *hot-wire-a* kao mjernog uređaja, moguće je formirati matematički model rada *hot-wire-a* konstantne temperature sa četiri senzora, koji se može korisiti za numeričke simulacije i analize. Elementi tako koncipiranog matematičkog modela (njegov drugi podprogram) mogu se koristiti za obradu rezultata eksperimentalnih mjerenja *hot-wire* anemometara konstantne temperature sa četiri i više senzora sa tačnošću određivanja vektora brzine i njegovih komponenata sličnom ili većom od metoda prezentovanog u [15].

Matematički model biće zasnovan pod pretpostavkom sljedećih hipoteza:

- na osnovu jednačina za efektivnu brzinu na svakom od senzora mjernog uređaja moguće je za sondu sa četiri senzora formirati četiri sistema od po tri nelinearne jednačine,
- svaki formirani sistem od po tri nelinearne jednačine može imati najviše 8 različitih matematički tačnih rješenja od kojih je samo jedno fizikalno ispravno,
- iz dobijenih rješenja za svaki od sistema sa po tri nelinearne jednačine, moguće je matematičkim algoritmom pod nazivom „*tri protiv jedan*“, odrediti fizikalno ispravno rješenje najmanje unutar do sada definisanih granica jedinstvenog rješenja za sonde sa četiri senzora, i to pravilnim variranjem početnih uslova iteracije tj. početnog vektora,
- u formiranim sistemima jednačina fizikalno ispravno rješenje je ono koje egzistira u svakom od četiri sistema sa po tri nelinearne jednačine.

## 4. MATEMATIČKI MODEL RADA HOT-WIRE-A

S cijem dokazivanja postavljenih hipoteza, formirali smo matematički model rada *hot-wire-a* konstantne temperature u kome smo prvo numeričkim simulacijama testirali postavljene hipoteze, a potom je dio formiranog matematičkog modela (drugi podprogram) upotrijebljen za potvrdu postavljenih hipoteza u uslovima realnih mjerena pomoću *hot-wire-a* konstantne temperature.

U prethodnim poglavljima navedeno je da nijedna od postojećih analitičkih jednačina koja opisuje zavisnost između izlaznog napona na krajevima senzora *hot-wire-a* konstantne temperature i vektora brzine fluida ne opisuje u potpunosti tačno fizičku prirodu ovog fenomena. Pored toga, konstrukcija sonde, te broj i raspored senzora u sondi znatno mogu da utiču na ponašanje *hot-wire-a*.

Iz navedenih razloga sprovođenje matematičkih analiza putem odgovarajućih jednačina kojima se izražava ponašanje *hot-wire-a* izloženog strujanju fluida ima samo indikativan značaj ukazujući na očekivano ponašanje *hot-wire-a* u idealnim uslovima, u kojima se primjenjenom jednačinom u potpunosti tačno može opisati istraživana zavisnost. U zavisnosti od toga koliko tačno odabrana matematička jednačina opisuje prirodu fenomena odavanja toplice sa zagrijanog senzora na okolni fluid koji struji nekom brzinom  $\vec{V}_r$ , kao i vrijednosti eksperimentalno određenih koeficijenata i eksponenata, zavisiće i tačnost matematičkog modela u odnosu na rezultate eksperimentalnih mjerena. Problem se još više usložnjava ukoliko se mjerena provode u blizni ili oko granice jedinstvenog rješenja, jer je nepouzdanost identifikacije vektora brzine dosta velika.

Iz navedenog pregleda radova, može se ustanoviti da su u velikom broju radova, posebno kod mjerena sa *hot-wire* sondama sa više senzora (trodimenzionalna mjerena), za opisivanje ponašanja senzora izloženog strujanju fluida korištene jednačine *King-a* (1.24) i *Jorgensen-a* (1.31). Stoga je odlučeno da se pri formiranju matematičkog modela kojim bismo testirali postavljene hipoteze, matematički model zasnuje na ovim dvjema jednačinama.

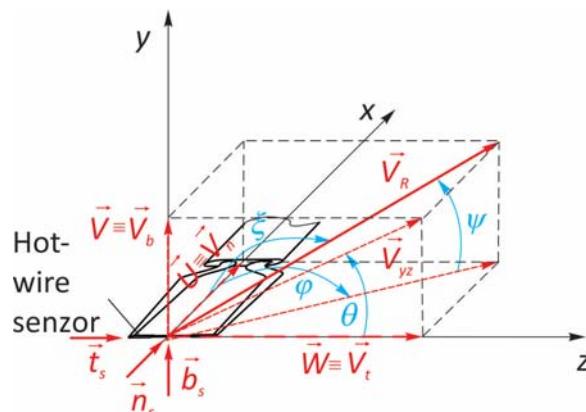
Formirani matematički model rada *hot-wire-a* se suštinski može primjeniti i na druge formulacije definisanja tzv. efektivne brzine hlađenja što je demonstrirano u nekoliko radova [97], [98]. Međutim, iz prezentovanih radova (npr. [33], [36] itd.) jasno je da će u odnosu na korištene jednačine navedene u radovima [97] i [98], pod pretpostavkom dovoljno tačnog određivanja potrebnih koeficijenata i eksponenata, eksperimentalno

izmjerenim vrijednostima putem *hot-wire-a* više odgovarati vrijednosti određene matematičkim modelom zasnovanim na *King/Jorgensen*-ovim jednačinama odnosno *generalisanom zakonu hlađenja* (1.35).

#### **4.1. Struktura matematičkog modela rada *hot-wire-a***

Za simulaciju rada *hot-wire-a* konstantne temperature sa četiri senzora, kojim bi se potvrdile postavljene hipoteze, u programskom paketu *Mathematica®*, koncipiran je matematički model rada uređaja koji se sastoji od dva podprograma.

Pri provođenju numeričkih analiza rada matematičkog modela i dokazivanju postavljenih hipoteza, prvi podprogram koristi se za simulacije mjerjenja *hot-wire* anemometrima konstantne temperature sa četiri senzora, tj. prvi podprogram na osnovu slučajno odabrane vrijednosti intenziteta i pravca vektora brzine fluida (definisanog u prostoru uglovima  $\varphi$  i  $\psi$ , ili  $\xi$  i  $\vartheta$  sl. 4.1), izračunava vrijednosti napona na četiri senzora *hot-wire-a*.



Sl. 4.1. Definisanje položaja vektora brzine

Drugi podprogram matematičkog modela koncipiran je tako da na osnovu eksperimentalno izmjerenih vrijednosti napona na senzorima *hot-wire-a* (ili izračunatih pomoću prvog podprograma), jednoznačno identificuje vektor brzine fluida kojem oni pripadaju (obrnuto preslikavanje), polazeći od pretpostavke da svaka kombinacija napona na senzorima mjernog uređaja jednoznačno definiše jedan vektor brzine.

## 4.2. Opis prvog podprograma matematičkog modela

### 4.2.1. Određivanje komponenti vektora brzine $U$ , $V$ i $W$

Za simuliranje uticaja strujanja fluida na promjenu napona na senzorima *hot-wire-a*, kreiran je podprogram koji je trebao da odredi vrijednost napona na *hot-wire* sondi sa četiri senzora, kad na njega nastrujava fluid poznatog intenziteta i pravca. Položaj vektora brzine fluida  $\vec{V}_R$  definisan je u odnosu na koordinatni sistem koji se poklapao sa osom sonde (sl. 4.2). U odnosu na tako definisan koordinatni sistem, položaj vektora brzine  $\vec{V}_R$  definisao se sa dva ugla  $\psi$  i  $\varphi$  (sl. 4.2), ili sa  $\xi$  i  $\theta$  (sl. 4.1). Ukoliko je položaj vektora brzine ( $\vec{V}_R$ ) definisan pomoću uglova  $\psi$  i  $\varphi$  i ukoliko nam je poznat njegov intenzitet ( $V_R$ ), projekcije vektora brzine na ose usvojenog koordinatnog sistema ( $U$ ,  $V$  i  $W$ ) možemo odrediti na sljedeći način.

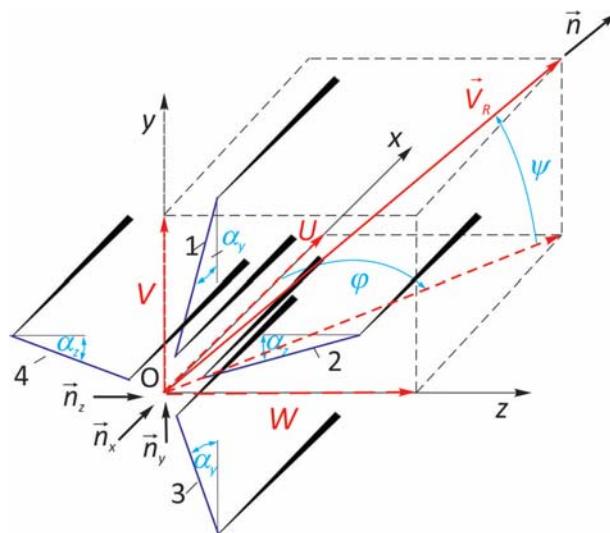
Vektor brzine fluida može se definisati preko jediničnog vektora  $\vec{n}$ :

$$\vec{V}_R = V_R \vec{n} = \vec{U} + \vec{V} + \vec{W} = U\vec{i} + V\vec{j} + W\vec{k}, \quad (4.1)$$

pri čemu je jedinični vektor vektora brzine ( $\vec{n}$ ) definisan kao:

$$\vec{n} = \vec{n}_x + \vec{n}_y + \vec{n}_z = n_x \vec{i} + n_y \vec{j} + n_z \vec{k}. \quad (4.2)$$

U jednačini (4.2) sa  $n_x$ ,  $n_y$  i  $n_z$  su označene projekcije jediničnog vektora brzine  $\vec{n}$  na ose usvojenog koordinatnog sistema referencije (sl. 4.2).



Sl. 4.2. Senzori mjernog uređaja

Iz jednačina (4.1) i (4.2) slijedi da je:

$$\vec{V}_R = V_R \vec{n} = V_R (\vec{n}_x + \vec{n}_y + \vec{n}_z) = V_R n_x \vec{i} + V_R n_y \vec{j} + V_R n_z \vec{k}, \quad (4.3)$$

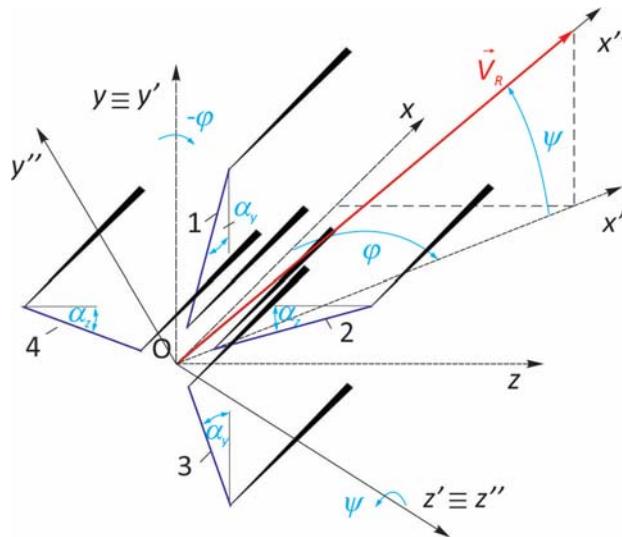
tj.

$$\begin{aligned} U &= V_R n_x, \\ V &= V_R n_y, \\ W &= V_R n_z. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Projekcije jediničnog vektora normale  $\vec{n}$  ( $n_x$ ,  $n_y$  i  $n_z$ ) na ose usvojenog koordinatnog sistema referencije, možemo dobiti množenjem matrice transformacije  $T_{\psi\varphi}$ , sa jediničnim vektorom:

$$\begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix} = T_{\psi\varphi} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (4.5)$$

Matricu transformacije  $T_{\psi\varphi}$  dobijamo uzimajući u obzir dvije rotacije koordinatnog sistema  $x,y,z$ , prvu oko ose  $y$  za ugao  $-\varphi$ , pri čemu koordinatni sistem  $x,y,z$  prelazi u koordinatni sistem  $x',y',z'$  (tj.  $y \equiv y'$ ), a potom i dodatnom rotacijom koordinatnog sistema  $x',y',z'$  oko ose  $z'$  za ugao  $\psi$ , pri čemu nastaje koordinatni sistem  $x'',y'',z''$ , (tj.  $z' \equiv z''$ ), čija se osa  $x''$  poklapa sa pravcem vektora brzine  $\vec{V}_R$  (sl. 4.3).



Sl. 4.3. Transformacija koordinatnog sistema  $x,y,z$  u sistem  $x'',y'',z''$ , pomoću uglova rotacije  $-\varphi$  i  $\psi$

Matrica transformacije  $T_{\psi\varphi}$  se dobije proizvodom matrica  $T_y$  i  $T_z$ :

$$T_{\psi\varphi} = T_y T_z = \begin{bmatrix} \cos(-\varphi) & 0 & \sin(-\varphi) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(-\varphi) & 0 & \cos(-\varphi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4.6)$$

$$T_{\psi\varphi} = \begin{bmatrix} \cos\varphi\cos\psi & -\cos\varphi\sin\psi & -\sin\varphi \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ \sin\varphi\cos\psi & -\sin\varphi\sin\psi & \cos\varphi \end{bmatrix}.$$

Iz jednačine (4.5) i (4.6) slijedi:

$$\begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varphi\cos\psi & -\cos\varphi\sin\psi & -\sin\varphi \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ \sin\varphi\cos\psi & -\sin\varphi\sin\psi & \cos\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varphi\cos\psi \\ \sin\psi \\ \sin\varphi\cos\psi \end{bmatrix}. \quad (4.7)$$

Iz jednačine (4.4) i jednačine (4.7) slijedi jednačina (4.8).

$$\begin{aligned} U &= V_R \cos\psi \cos\varphi, \\ V &= V_R \sin\psi, \\ W &= V_R \cos\psi \sin\varphi. \end{aligned} \quad (4.8)$$

U slučaju da smo vrijednosti komponenti vektora brzine  $U$ ,  $V$  i  $W$  definisali pomoću uglova  $\xi$  i  $\theta$  (sl. 4.1), morali bismo prvo rotirati koordinatni sistem  $x, y, z$  oko ose  $x$ , za ugao  $-\theta$  (pri čemu je  $x \equiv x_\theta'$ ), pa potom rotirati novi koordinatni sistem  $x_\theta', y_\theta', z_\theta'$  oko ose  $y_\theta'$  za ugao  $-\xi$ , pri čemu bi dobili koordinatni sistem  $x_\xi'', y_\xi'', z_\xi''$  (u ovom slučaju je  $y_\theta' \equiv y_\xi''$ ), a matrica transformacije  $T_{\theta\xi}$  bi iznosila:

$$T_{\theta\xi} = T_x T_{y_\theta'} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(-\theta) & -\sin(-\theta) \\ 0 & \sin(-\theta) & \cos(-\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(-\xi) & 0 & \sin(-\xi) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(-\xi) & 0 & \cos(-\xi) \end{bmatrix}, \quad (4.9)$$

$$T_{\theta\xi} = T_x T_{y_\theta'} = \begin{bmatrix} \cos\xi & 0 & -\sin\xi \\ \sin\theta\sin\xi & \cos\theta & \sin\theta\cos\xi \\ \cos\theta\sin\xi & -\sin\theta & \cos\theta\cos\xi \end{bmatrix}.$$

odnosno:

$$\begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\xi & 0 & -\sin\xi \\ \sin\theta\sin\xi & \cos\theta & \sin\theta\cos\xi \\ \cos\theta\sin\xi & -\sin\theta & \cos\theta\cos\xi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\xi \\ \sin\theta\sin\xi \\ \cos\theta\sin\xi \end{bmatrix}. \quad (4.10)$$

Komponente  $U$ ,  $V$  i  $W$  vektora brzine fluida ( $\vec{V}_R$ ), definisane pomoću uglova  $\xi$  i  $\theta$  iznose:

$$\begin{aligned} U &= V_R \cos \xi, \\ V &= V_R \sin \xi \sin \theta, \\ W &= V_R \sin \xi \cos \theta, \end{aligned} \quad (4.11)$$

a veza između uglova  $\psi, \varphi$  odnosno  $\theta, \xi$  može se uspostaviti na osnovu jednačina (4.8) i (4.10):

$$\begin{aligned} \psi &= \arcsin(\sin \xi \sin \theta), \\ \varphi &= \arcsin\left(\frac{\sin \xi \cos \theta}{\cos \psi}\right). \end{aligned} \quad (4.12)$$

#### **4.2.2. Određivanje efektivne brzine hlađenja na senzorima hot-wire-a**

Pod dejstvom vektora brzine fluida  $\vec{V}_R$ , na senzorima hot-wire-a pojaviće se odgovarajući napon, čija se vrijednost može odrediti na osnovu King-ovog zakona (jednačina, (1.24)). Za određivanje efektivne brzine hlađenja na svakom od „ $i$ “ senzora mjernog uređaja koršćena je jednačina Jorgensen-a (4.1):

$$V_{effi}^2 = V_{ni}^2 + k_i V_{ti}^2 + h_i V_{bi}^2; \quad i = 1, 2, 3, 4; \quad (4.13)$$

gdje su:

- $V_{ni}$  - intenzitet normalne komponente brzine na senzor „ $i$ “ tj. komponente vektora brzine koja je okomita na senzor (sl. 4.1. i sl. 4.2),
- $V_{ti}$  - intenzitet tangencijalne komponente brzine na senzor „ $i$ “ tj. komponente vektora brzine koja je paralelna osi senzora (sl. 4.1. i sl. 4.2),
- $V_{bi}$  - intenzitet binormalne komponente brzine na senzor „ $i$ “ tj. komponente vektora brzine okomite na senzor i na nosače senzora, (sl. 4.1. i sl. 4.2).

Na svakom od senzora hot-wire-a možemo da postavimo koordinatni sistem vezan za osu senzora (sl. 4.4). Označimo li jedinične vektore takvog koordinatnog sistema sa  $\vec{n}_{si}$ ,  $\vec{t}_{si}$  i  $\vec{b}_{si}$ , tad se normalna, tangencijalna i binormalna komponenta vektora brzine  $\vec{V}_R$ , na nekom od senzora hot-wire-a može odrediti iz jednačina:

$$\begin{aligned} V_{ni} &= \vec{V}_R \cdot \vec{n}_{si}, \\ V_{ti} &= \vec{V}_R \cdot \vec{t}_{si}, \\ V_{bi} &= \vec{V}_R \cdot \vec{b}_{si}. \end{aligned} \quad (4.14)$$

Imajući u vidu jednačinu (4.2), jednačinu (4.14) možemo zapisati u sljedećem obliku:

$$\begin{aligned} V_{ni} &= (\vec{U}\vec{i} + \vec{V}\vec{j} + \vec{W}\vec{k})\vec{n}_{si} = (\vec{U}\vec{i} + \vec{V}\vec{j} + \vec{W}\vec{k})(n_{xsi}\vec{i} + n_{ysi}\vec{j} + n_{zsi}\vec{k}), \\ V_{ti} &= (\vec{U}\vec{i} + \vec{V}\vec{j} + \vec{W}\vec{k})\vec{t}_{si} = (\vec{U}\vec{i} + \vec{V}\vec{j} + \vec{W}\vec{k})(t_{xsi}\vec{i} + t_{ysi}\vec{j} + t_{zsi}\vec{k}), \\ V_{bi} &= (\vec{U}\vec{i} + \vec{V}\vec{j} + \vec{W}\vec{k})\vec{b}_{si} = (\vec{U}\vec{i} + \vec{V}\vec{j} + \vec{W}\vec{k})(b_{xsi}\vec{i} + b_{ysi}\vec{j} + b_{zsi}\vec{k}), \end{aligned} \quad (4.15)$$

tj.:

$$\begin{aligned} V_{ni} &= U n_{xsi} + V n_{ysi} + W n_{zsi}, \\ V_{ti} &= U t_{xsi} + V t_{ysi} + W t_{zsi}, \\ V_{bi} &= U b_{xsi} + V b_{ysi} + W b_{zsi}. \end{aligned} \quad (4.15')$$

U prethodnoj jednačini su:

- $n_{xsi}, n_{ysi}$  i  $n_{zsi}$  - projekcije jediničnog vektora u pravcu normale nekog senzora na ose  $x, y, z$ ,
- $t_{xsi}, t_{ysi}$  i  $t_{zsi}$  - projekcije jediničnog vektora u pravcu tangente nekog senzora na ose  $x, y, z$ , i
- $b_{xsi}, b_{ysi}$  i  $b_{zsi}$  - projekcije jediničnog vektora u pravcu binormale nekog senzora na ose  $x, y, z$ .

Da bi se odredila projekcija jediničnih vektora  $\vec{n}_{si}$ ,  $\vec{t}_{si}$  i  $\vec{b}_{si}$  na ose  $x, y, z$ , izvršen je niz rotacija koordinatnog sistema  $x, y, z$ , pri čemu se nakon svake rotacije dobijala projekcija jediničnih vektora  $\vec{n}_{si}$ ,  $\vec{t}_{si}$  i  $\vec{b}_{si}$  na ose  $x, y, z$  za jedan od senzora.

Rotacijom koordinatnog sistema  $x, y, z$ , za ugao  $-\alpha_y$  (matrica transformacije  $T_{s1}$ ), oko ose  $z$  dolazi do preklapanja ose  $y$  sa osom senzora "1" (sl. 4.4), tj. prelaska koordinatnog sistema  $x, y, z$  u koordinatni sistem  $x_{s1}, y_{s1}, z_{s1}$ .

Projekcije jediničnih vektora  $\vec{n}_{s1}$ ,  $\vec{t}_{s1}$  i  $\vec{b}_{s1}$  koordinatnog sistema vezanog za senzor ( $x_{s1}, y_{s1}, z_{s1}$ ), na ose  $x, y, z$  koordinatnog sistema vezanog za osu sonde iznose:

- normalne komponente jediničnog vektora  $\vec{n}_{s1}$ :

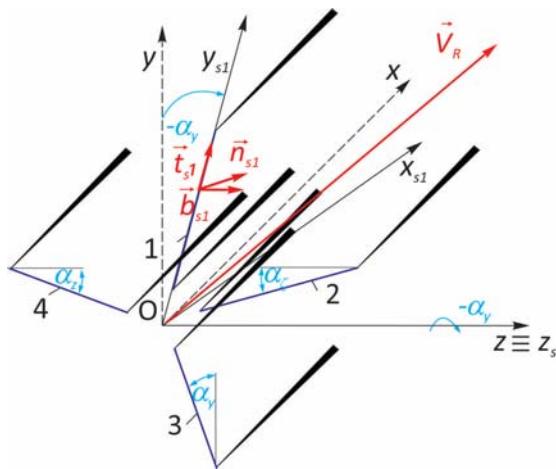
$$\begin{bmatrix} n_{x_{s1}} \\ n_{y_{s1}} \\ n_{z_{s1}} \end{bmatrix} = T_{s1} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(-\alpha_y) & -\sin(-\alpha_y) & 0 \\ \sin(-\alpha_y) & \cos(-\alpha_y) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_y \\ -\sin \alpha_y \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (4.16)$$

- tangencijalne komponente jediničnog vektora  $\vec{t}_{s1}$ :

$$\begin{bmatrix} t_{xs1} \\ t_{ys1} \\ t_{zs1} \end{bmatrix} = T_{s1} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(-\alpha_y) & -\sin(-\alpha_y) & 0 \\ \sin(-\alpha_y) & \cos(-\alpha_y) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \alpha_y \\ \cos \alpha_y \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (4.17)$$

- binormalne komponente jediničnog vektora  $\vec{b}_{s1}$ :

$$\begin{bmatrix} b_{xs1} \\ b_{ys1} \\ b_{zs1} \end{bmatrix} = T_{s1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(-\alpha_y) & -\sin(-\alpha_y) & 0 \\ \sin(-\alpha_y) & \cos(-\alpha_y) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (4.18)$$



Sl. 4.4. Transformacija koordinatnog sistema  $x, y, z$  u sistem  $x_{s1}, y_{s1}, z_{s1}$ , za ugao rotacije  $-\alpha_y$

Analogno je i za senzor „3“, s tim da se rotacija koordinatnog sistema  $x, y, z$ , obavlja za ugao  $\alpha_y$  (matrica transformacije  $T_{s3}$ ), oko ose  $z$ , pri čemu će doći do preklapanja ose  $y$  sa osom senzora “3”.

Projekcije jediničnih vektora  $\vec{n}_{s3}$ ,  $\vec{t}_{s3}$  i  $\vec{b}_{s3}$  koordinatnog sistema vezanog za senzor „3“, na ose  $x, y, z$  koordinatnog sistema vezanog za osu sonde iznose:

- normalne komponente jediničnog vektora  $\vec{n}_{s3}$ :

$$\begin{bmatrix} n_{xs3} \\ n_{ys3} \\ n_{zs3} \end{bmatrix} = T_{s3} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_y & -\sin \alpha_y & 0 \\ \sin \alpha_y & \cos \alpha_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_y \\ \sin \alpha_y \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (4.19)$$

- tangencijalne komponente jediničnog vektora  $\vec{t}_{s3}$ :

$$\begin{bmatrix} t_{xs3} \\ t_{ys3} \\ t_{zs3} \end{bmatrix} = T_{s3} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_y & -\sin \alpha_y & 0 \\ \sin \alpha_y & \cos \alpha_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \alpha_y \\ \cos \alpha_y \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (4.20)$$

- binormalne komponente jediničnog vektora  $\vec{b}_{s3}$ :

$$\begin{bmatrix} b_{xs3} \\ b_{ys3} \\ b_{zs3} \end{bmatrix} = T_{s3} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_y & -\sin \alpha_y & 0 \\ \sin \alpha_y & \cos \alpha_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (4.21)$$

U slučaju senzora „2“ i „4“, rotacija koordinatnog sistema  $x, y, z$ , obavlja se za ugao  $\alpha_z$  (matrice transformacije  $T_{s2}$  i  $T_{s4}$ ), oko ose „ $y$ “, i to za ugao  $\alpha_z$  (matrica transformacije  $T_{s2}$ ), odnosno ugao  $-\alpha_z$  (matrica transformacije  $T_{s2}$ ) pri čemu dolazi do preklapanja ose „ $z$ “ sa osom senzora “2” odnosno „4“.

Projekcije jediničnih vektora  $\vec{n}_{s2}$ ,  $\vec{t}_{s2}$  i  $\vec{b}_{s2}$  koordinatnog sistema vezanog za senzor „2“, na ose  $x, y, z$  koordinatnog sistema vezanog za osu sonde iznose:

- normalne komponente jediničnog vektora  $\vec{n}_{s2}$ :

$$\begin{bmatrix} n_{xs2} \\ n_{ys2} \\ n_{zs2} \end{bmatrix} = T_{s2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_z & 0 & \sin \alpha_z \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha_z & 0 & \cos \alpha_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_z \\ 0 \\ -\sin \alpha_z \end{bmatrix}, \quad (4.22)$$

- tangencijalne komponente jediničnog vektora  $\vec{t}_{s2}$ :

$$\begin{bmatrix} t_{xs2} \\ t_{ys2} \\ t_{zs2} \end{bmatrix} = T_{s2} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_z & 0 & \sin \alpha_z \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha_z & 0 & \cos \alpha_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \alpha_z \\ 0 \\ \cos \alpha_z \end{bmatrix}, \quad (4.23)$$

- binormalne komponente jediničnog vektora  $\vec{b}_{s2}$ :

$$\begin{bmatrix} b_{xs2} \\ b_{ys2} \\ b_{zs2} \end{bmatrix} = T_{s2} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_z & 0 & \sin \alpha_z \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha_z & 0 & \cos \alpha_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (4.24)$$

Za senzor „4“ projekcije jediničnih vektora  $\vec{n}_{s4}$ ,  $\vec{t}_{s4}$  i  $\vec{b}_{s4}$ , na ose  $x, y, z$  koordinatnog sistema vezanog za osu sonde iznose:

- normalne komponente jediničnog vektora  $\vec{n}_{s4}$ :

$$\begin{bmatrix} n_{xs4} \\ n_{ys4} \\ n_{zs4} \end{bmatrix} = T_{s4} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(-\alpha_z) & 0 & \sin(-\alpha_z) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(-\alpha_z) & 0 & \cos(-\alpha_z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_z \\ 0 \\ \sin \alpha_z \end{bmatrix}, \quad (4.25)$$

- tangencijalne komponente jediničnog vektora  $\vec{t}_{s4}$ :

$$\begin{bmatrix} t_{xs4} \\ t_{ys4} \\ t_{zs4} \end{bmatrix} = T_{s4} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(-\alpha_z) & 0 & \sin(-\alpha_z) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(-\alpha_z) & 0 & \cos(-\alpha_z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \alpha_z \\ 0 \\ \cos \alpha_z \end{bmatrix}, \quad (4.26)$$

- binormalne komponente jediničnog vektora  $\vec{b}_{s4}$ :

$$\begin{bmatrix} b_{xs4} \\ b_{ys4} \\ b_{zs4} \end{bmatrix} = T_{s4} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(-\alpha_z) & 0 & \sin(-\alpha_z) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(-\alpha_z) & 0 & \cos(-\alpha_z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (4.27)$$

Koristeći jednačinu (4.14) za poznati vektor brzine  $\vec{V}_R$ , mogu se uz pomoć jednačina (4.15-4.27), odrediti normalne, tangencijalne i binormalne komponente na svakom od senzora *hot-wire-a*. Ukoliko su nam dodatno poznati i koeficijenti uz tangente ( $k_i$ ) i binormale ( $h_i$ ), za sva četiri senzora ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) *hot-wire-a*, može se odrediti efektivna brzina hlađenja na svakom od senzora ( $V_{effi}$ ) pomoću jednačina:

$$\begin{aligned} V_{eff1} &= \sqrt{(n_{xs1}U + n_{ys1}V + n_{zs1}W)^2 + k_1(t_{xs1}U + t_{ys1}V + t_{zs1}W)^2 + h_1(b_{xs1}U + b_{ys1}V + b_{zs1}W)^2}, \\ V_{eff2} &= \sqrt{(n_{xs2}U + n_{ys2}V + n_{zs2}W)^2 + k_2(t_{xs2}U + t_{ys2}V + t_{zs2}W)^2 + h_2(b_{xs2}U + b_{ys2}V + b_{zs2}W)^2}, \\ V_{eff3} &= \sqrt{(n_{xs3}U + n_{ys3}V + n_{zs3}W)^2 + k_3(t_{xs3}U + t_{ys3}V + t_{zs3}W)^2 + h_3(b_{xs3}U + b_{ys3}V + b_{zs3}W)^2}, \\ V_{eff4} &= \sqrt{(n_{xs4}U + n_{ys4}V + n_{zs4}W)^2 + k_4(t_{xs4}U + t_{ys4}V + t_{zs4}W)^2 + h_4(b_{xs4}U + b_{ys4}V + b_{zs4}W)^2}. \end{aligned} \quad (4.28)$$

Na osnovu poznate efektivne brzine hlađenja na svakom od senzora ( $V_{effi}$ ), i vrijednosti koeficijenata  $A_i$  i  $B_i$ , odnosno eksponenta  $p_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ), koristeći *King*-ovog zakon (1.24) može se odrediti i vrijednost napona ( $E_i$ ) na svakom od senzora *hot-wire-a*. Određivanjem vrijednosti izlaznih napona na senzorima *hot-wire-a* završava se prvi podprogram matematičkog modela rada *hot-wire-a*.

#### 4.3. Opis drugog podprograma matematičkog modela rada *hot-wire-a* (program za određivanje vektora brzine)

Drugi podprogram matematičkog modela ima zadatak da na osnovu izmjerениh (ili prvim podprogramom matematičkog modela izračunatih) napona na senzorima mjernog uređaja (pod pretpostavkom da svakom vektoru brzine odgovara samo jedna

kombinacija napona na senzorima mjernog uređaja), identificuje vektor brzine fluida kojem ti naponi odgovaraju tj. parametre vektora brzine fluida - intenzitet (tj. brzinu strujanja  $V_R$ ), te napadne uglove vektora brzine  $\psi$  i  $\varphi$  (odnosno  $\xi$  i  $\theta$  ako je položaj vektora brzine definisan sa ova dva ugla, sl. 4.1), odnosno tri komponente brzine  $U$ ,  $V$  i  $W$ . U daljem dijelu teksta dat je opis drugog podprograma matematičkog modela rada *hot-wire-a* čiji je rad zasnovan na tzv. *King/Jorgensen*-ovom modelu ponašanja senzora izloženog strujanju fluida (odziv senzora definisan *King*-ovim zakonom, (1.24), a efektivna brzina hlađenja jednačinom *Jorgensen*-a (1.31)), pri čemu su tražene veličine intenzitet vektora brzine  $V_R$ , te napadni uglovi vektora brzine  $\psi$  i  $\varphi$ . Analogna koncepcija drugog podprograma matematičkog modela je i u slučaju primjene tzv. *generalisanog zakona hlađenja* (jednačina (1.35)) ili traženja komponenti vektora brzine  $U$ ,  $V$  i  $W$  uvažavajući specifičnosti tih postupaka.

Iz poznatih napona na senzorima mjernog uređaja ( $E_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$  - ulazni podaci iz prvog podprograma matematičkog modela rada *hot-wire-a*, ili rezultati eksperimentalnih mjerjenja pomoću *hot-wire-a*), drugi podprogram prvo izračunava procijenjenju (startnu, početnu) vrijednost intenziteta vektora brzine iz jednačine:

$$V_s = \frac{\sqrt{V_{eff1}^2 + V_{eff2}^2 + V_{eff3}^2 + V_{eff4}^2}}{2 \cdot 0,86}. \quad (4.29)$$

Intenziteti efektivnih brzina na pojedinim senzorima određuju se na osnovu *King*-ovog zakona (1.24), a na osnovu poznatih vrijednosti koeficijenata  $A_i$  i  $B_i$  (određenih eksperimentalno kalibracijom sonde prije mjerjenja, obično metodom najmanjih kvadrata), odnosno eksponenta  $p_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$  tj.:

$$\begin{aligned} V_{eff1} &= \left( \frac{E_1^2 - A_1^2}{B_1} \right)^{\frac{1}{p_1}}, \\ V_{eff2} &= \left( \frac{E_2^2 - A_2^2}{B_2} \right)^{\frac{1}{p_2}}, \\ V_{eff3} &= \left( \frac{E_3^2 - A_3^2}{B_3} \right)^{\frac{1}{p_3}}, \\ V_{eff4} &= \left( \frac{E_4^2 - A_4^2}{B_4} \right)^{\frac{1}{p_4}}. \end{aligned} \quad (4.30)$$

Nakon određivanja intenziteta efektivnih brzina hlađenja na senzorima *hot-wire-a*, drugi podprogram matematičkog modela pokušava približno da utvrdi u kom se kvadrantu

nalazi vektor brzine, da bi postavljanjem odgovarajućih uslova konvergencije mogao da odredi njegov intenzitet i pravac. Položaj vektora brzine utvrđuje se na osnovu položaja pojedinih senzora u prostoru u odnosu na koordinatni sistem referencije koji se poklapa sa osom sonde i izračunatih efektivnih brzina strujanja (4.30). Na osnovu navedenih podataka drugi podprogram matematičkog modela približno određuje kvadrant u kome bi trebao da se nalazi vektor brzine fluida.

Nakon identifikacije kvadranta u kome se nalazi vektor brzine strujanja fluida, u narednom koraku, u drugom podprogramu matematičkog modela rada *hot-wire-a*, formiraju se četiri jednačine za efektivnu brzinu strujanja za četiri senzora *hot-wire* sonde iz kojih će se numeričkim postupkom pokušati odrediti tražene veličine ( $V_R$ ,  $\psi$  i  $\varphi$ , odnosno  $V_R$ ,  $\xi$  i  $\theta$ ):

$$\begin{aligned} Eq_1 \Rightarrow V_{eff1}^2 &= (\vec{V}_R \cdot \vec{n}_{s1})^2 + k_1 (\vec{V}_R \cdot \vec{t}_{s1})^2 + h_1 (\vec{V}_R \cdot \vec{b}_{s1})^2, \\ Eq_2 \Rightarrow V_{eff2}^2 &= (\vec{V}_R \cdot \vec{n}_{s2})^2 + k_2 (\vec{V}_R \cdot \vec{t}_{s2})^2 + h_2 (\vec{V}_R \cdot \vec{b}_{s2})^2, \\ Eq_3 \Rightarrow V_{eff3}^2 &= (\vec{V}_R \cdot \vec{n}_{s3})^2 + k_3 (\vec{V}_R \cdot \vec{t}_{s3})^2 + h_3 (\vec{V}_R \cdot \vec{b}_{s3})^2, \\ Eq_4 \Rightarrow V_{eff4}^2 &= (\vec{V}_R \cdot \vec{n}_{s4})^2 + k_4 (\vec{V}_R \cdot \vec{t}_{s4})^2 + h_4 (\vec{V}_R \cdot \vec{b}_{s4})^2. \end{aligned} \quad (4.31)$$

U jednačini (4.31) su sa:  $\vec{n}_{si}$ ,  $\vec{t}_{si}$  i  $\vec{b}_{si}$ , ( $i = 1, 2, 3, 4$ ), označeni jedinični vektori normale, tangente i binormale na nekom od senzora *hot-wire-e* sonde. S obzirom da su sve četiri jednačine (4.31) lineano nezavisne, i da se traže tri nepoznate veličine ( $V_R$ ,  $\psi$  i  $\varphi$ , odnosno  $V_R$ ,  $\xi$  i  $\theta$ ) koje zadovoljavaju sve jednačine, iz sistema jednačina (4.31) mogu se formirati četiri podsistema jednačina sa po tri jednačine (4.32):

$$S_1 = \begin{cases} Eq_2 \\ Eq_3 \\ Eq_4 \end{cases}, \quad S_2 = \begin{cases} Eq_1 \\ Eq_3 \\ Eq_4 \end{cases}, \quad S_3 = \begin{cases} Eq_1 \\ Eq_2 \\ Eq_4 \end{cases}, \quad S_4 = \begin{cases} Eq_1 \\ Eq_2 \\ Eq_3 \end{cases}. \quad (4.32)$$

Formiranjem četiri podsistema sa po tri nelinearne jednačine, *hot-wire* sonda sa četiri senzora, posmatra se kao kombinacija četiri različite *hot-wire* sonde sa po tri senzora. Za rješenje sistema jednačina (4.32) upotrijebljen je *Newton*-ov iteracioni postupak. Ovaj postupak u programskom paketu *Mathematica®* provodi se komandom „*Findroot*“.

Pošto sistemi nelinearnih jednačina (4.32) imaju više rješenja, provođenjem iteracionog postupka dobiće se jedno od rješenja koje zavisi od izbora početnih uslova iteracije.

Ovako dobijeno rješenje, u opštem slučaju ne mora biti i fizikalno ispravno tj. ono koje tražimo.

Postupak pronalaženja fizikalno ispravnog rješenja, provodimo u najviše dva iteraciona ciklusa. Svaki od iteracionih ciklusa ima najviše do 10 iteracionih koraka (sl. 2.20). U prvom iteracionom ciklusu, kao početne vrijednosti za početak iteracionog ciklusa odabrane su sljedeće vrijednosti traženih veličina:

$$\begin{aligned}\varphi_{st} &= 0^\circ, \\ \psi_{st} &= 0^\circ,\end{aligned}\tag{4.33}$$

dok je za početnu vrijednost intenziteta vektora brzine fluida ( $V_{Rst}$ ), usvojena vrijednost definisana jednačinom (4.29).

Na osnovu dobijenih rezultata iz prvog iteracionog koraka, prvog iteracionog ciklusa formiraju se početne vrijednosti za novi iteracioni korak prvog iteracijskog ciklusa, pomoću algoritma nazvanog „*tri protiv jedan*“. Postupak pronalaska novih rješenja, komandom *Findroot* u programskom paketu *Mathematica®* se ponavlja sve dok razlika između početnih ulaznih vrijednosti u posmatrani iteracioni korak i dobijenih rezultata iz posmatranog iteracionog koraka ne bude manja od programom zadane. Ukoliko je razlika između početnih i dobijenih vrijednosti traženih veličina ( $V_R, \psi$  i  $\varphi$ , odnosno  $V_R, \xi$  i  $\theta$ ), a nakon provedenih 10 iteracionih koraka u prvom iteracionom ciklusu, veća od programom zadane, provodi se dugi ciklus iteracija sa novim početnim uslovima iteracije.

Početni uslovi za uglove  $\varphi$  i  $\psi$  u drugom iteracionom ciklusu zavise od kvadranta u kome je pretpostavljeno da se nalazi vektor brzine fluida, a za početnu vrijednost intenziteta vektora brzine uzima se izračunata vrijednost iz prvog ciklusa iteracija.

Analogno prvom iteracionom ciklusu, i drugi iteracioni ciklus ima maksimalno 10 iteracionih koraka. Postupak traženja rješenja i ovdje se provodi sve dok razlika između ulaznih i izlaznih vrijednosti posmatranog iteracionog koraka ne bude manja od programom zadane. Novi početni uslovi za novi iteracioni korak drugog iteracionog ciklusa takođe se određuju pomoću algoritma „*tri protiv jedan*“.

#### 4.3.1. Selekcija numeričkih rješenja – algoritam „*tri protiv jedan*“

Da bismo sa sprovođenjem iterativnog procesa iz više matematički tačnih rješenja izdvojili ono koje je fizikalno ispravno potrebno je provesti selekciju dobijenih rješenja u posmatranom iteracionom koraku u oba iteraciona ciklusa (ukoliko se postupak

---

traženja vektora brzine fluida mora provesti kroz oba iteraciona ciklusa). Pri tome se polazi od pretpostavke da je teorijski, za idealnu virtualnu sondu kod koje se ponašanje senzora izloženog strujanju fluida može u potpunosti opisati jednačinama (4.30) i (4.13), fizikalno ispravno rješenje ono koje se istovremeno javlja kao rješenje sva četiri sistema jednačina (4.32) za iste početne uslove iteracije, tj:

$$\begin{aligned}\psi &= \psi_{S_1} = \psi_{S_2} = \psi_{S_3} = \psi_{S_4}, \\ \varphi &= \varphi_{S_1} = \varphi_{S_2} = \varphi_{S_3} = \varphi_{S_4}, \\ V_R &= V_{R_{S_1}} = V_{R_{S_2}} = V_{R_{S_3}} = V_{R_{S_4}},\end{aligned}\tag{4.34}$$

gdje smo sa indeksima  $S_1, S_2, S_3$  i  $S_4$  označili rješenja traženih veličina dobijenih iz četiri podsistema jednačina (4.32).

Da bismo iz dobijenih rješenja podsistema jednačina (4.32), izdvojili fizikalno ispravno rješenje proveli smo selekciju dobijenih rješenja u svakom iteracionom koraku svakog iteracionog ciklusa. Selekcija dobijenih rješenja u posmatranom iteracionom koraku „ $u$ “ se sprovodi analizom dobijenih rješenja četiri podsistema nelinearnih jednačina  $S_1, S_2, S_3$  i  $S_4$  (4.32). U toj analizi dobijenih rješenja pokušava se utvrditi koje od dobijenih rješenja ( $V_{RuSj}, \varphi_{uSj}$  i  $\psi_{uSj}$ ), podsistema nelinearnih jednačina (4.32) najviše odstupa od srednje vrijednosti rješenja. Kao rezultat provedenog iteracijskog koraka „ $u$ “, u svakom od četiri podsistema jednačina „ $S_j$ “ ( $j = 1, 2, 3, 4$ , (4.32)), dobije se po jedno rješenje za intenzitet vektora  $V_{RuSj}$  i dva ugla  $\varphi_{uSj}$  i  $\psi_{uSj}$  (odnosno  $V_{RuSj}, \xi_{uSj}$  i  $\theta_{uSj}$ , ili  $U_{uSj}, V_{uSj}$  i  $W_{uSj}$  zavisno od toga šta su tražene veličine u drugom podprogramu). Od dobijenih rješenja se potom može formirati srednja vrijednost dobijenih rješenja:

$$f_{mu} = \begin{cases} \psi_{mu} = \frac{1}{4} \sum_{j=1}^4 \psi_{uSj} \\ \varphi_{mu} = \frac{1}{4} \sum_{j=1}^4 \varphi_{uSj} \\ V_{Rmu} = \frac{1}{4} \sum_{j=1}^4 V_{RuSj} \end{cases},\tag{4.35}$$

Pri čemu smo sa  $f_{mu}$  označili skup srednjih vrijednosti rješenja sistema jednačina (4.32) u posmatranom iteracionom koraku „ $u$ “ nekog iteracionog ciklusa.

Upravo analiza ovako dobijenih rezultata, omogućava konvergenciju dobijenih rezultata, u najvećem broju slučajeva, ka fizikalno ispravnom rješenju, a što je prezentovano u radovima [97], [98] i [99].

Ukoliko sa  $f_{u,S_j}$  označimo skup vrijednosti dobijenih rješenja za  $V_{RuSj}$ ,  $\varphi_{uSj}$  i  $\psi_{uSj}$ , u datom iteracionom koraku „ $u$ “ nekog iteracionog ciklusa, u nekom od podsistema jednačina „ $S_j$ “ ( $j = 1, 2, 3, 4$ ), tad se razlika između srednje vrijednosti dobijenih rješenja u nekom iteracionom koraku „ $u$ “ ( $f_{mu}$ ) nekog iteracionog ciklusa (prvog ili drugog) i dobijenih rješenja iz svakog od podistema jednačina „ $S_j$ “ ( $j = 1, 2, 3, 4$ ),  $O_{fu,Sj}$  može odrediti iz jednačina:

$$\begin{aligned} O_{fu,S1} &= |f_{u,S1} - f_{mu}|, \\ O_{fu,S2} &= |f_{u,S2} - f_{mu}|, \\ O_{fu,S3} &= |f_{u,S3} - f_{mu}|, \\ O_{fu,S4} &= |f_{u,S4} - f_{mu}|. \end{aligned} \quad (4.36)$$

Nakon određivanja odstupanja svake grupe rješenja  $f_{u,Sj}$  od srednje vrijednosti rješenja  $f_{mu}$ , algoritam „*tri protiv jedan*“ identificuje onu grupu rješenja  $f_{u,Sj}$  (tj. rješenje nekog od podistema jednačina „ $S_j$ “ ( $j = 1, 2, 3, 4$ )), :

$$O_{fu,max} = \max |O_{fu,Sj}|, \quad (4.37)$$

koje najviše odstupa od srednje vrijednosti rješenja  $f_{mu}$  u posmatranom iteracionom koraku „ $u$ “ i odbacuje ga kao fizikalno nekorektno.

Od preostala tri skupa rješenja za  $V_{RuSj}$ ,  $\varphi_{uSj}$  i  $\psi_{uSj}$  algoritam „*tri protiv jedan*“ formira nove početne uslove za naredni iteracioni korak tj. ukoliko je  $O_{fu,max} = \max |O_{fu,S1}|$ , tad su nove vrijednosti početnih uslova za naredni iteracioni korak jednog od dva iteraciona ciklusa definisane jednačinama:

$$\begin{aligned} \varphi_{stu+1} &= \frac{\varphi_{u,S2} + \varphi_{u,S3} + \varphi_{u,S4}}{3}, \\ \psi_{stu+1} &= \frac{\psi_{u,S2} + \psi_{u,S3} + \psi_{u,S4}}{3}, \\ V_{Rstu+1} &= \frac{V_{Ru,S2} + V_{Ru,S3} + V_{Ru,S4}}{3}. \end{aligned} \quad (4.38)$$

Ukoliko je  $O_{fu,\max} = \max |O_{fu,S2}|$  tad su nove vrijednosti početnih uslova za naredni iteracioni korak jednog od dva iteraciona ciklusa definisane jednačinama:

$$\begin{aligned}\varphi_{stu+1} &= \frac{\varphi_{u,S1} + \varphi_{u,S3} + \varphi_{u,S4}}{3}, \\ \psi_{stu+1} &= \frac{\psi_{u,S1} + \psi_{u,S3} + \psi_{u,S4}}{3}, \\ V_{Rstu+1} &= \frac{V_{Ru,S1} + V_{Ru,S3} + V_{Ru,S4}}{3}.\end{aligned}\tag{4.39}$$

Analogno, ako je  $O_{fu,\max} = \max |O_{fu,S3}|$  tad su:

$$\begin{aligned}\varphi_{stu+1} &= \frac{\varphi_{u,S1} + \varphi_{u,S2} + \varphi_{u,S4}}{3}, \\ \psi_{stu+1} &= \frac{\psi_{u,S1} + \psi_{u,S2} + \psi_{u,S4}}{3}, \\ V_{Rstu+1} &= \frac{V_{Ru,S1} + V_{Ru,S2} + V_{Ru,S4}}{3},\end{aligned}\tag{4.40}$$

odnosno, za  $O_{fu,\max} = \max |O_{fu,S4}|$ :

$$\begin{aligned}\varphi_{stu+1} &= \frac{\varphi_{u,S1} + \varphi_{u,S2} + \varphi_{u,S3}}{3}, \\ \psi_{sti+1} &= \frac{\psi_{u,S1} + \psi_{u,S2} + \psi_{u,S3}}{3}, \\ V_{Rsti+1} &= \frac{V_{Ru,S1} + V_{Ru,S2} + V_{Ru,S3}}{3}.\end{aligned}\tag{4.41}$$

Na ovaj način su određeni početni uslovi za novi ciklus iteracija „u“ nekog iteracionog ciklusa. Navedeni postupak traženja rješenja u nekom od iterativnih ciklusa se provodi dok razlika između ulaznih i izlaznih vrijednosti traženih veličina ne bude manja od programom zadane vrijednosti ili nakon određenog broja iteracionih koraka (obično 10). Ukoliko se nakon prvog ciklusa iteracija ne postigne zadana tačnost, prelazi se na drugi ciklus iteracija koji se provodi na isti način kao i prvi ciklus iteracija (sl. 4.5), ali su početni uslovi iteracije u drugom iterativnom ciklusu, različiti od početnih uslova iteracije prvog iteracionog ciklusa (tj. onih zadanih jednačinom (4.33)). Za početnu vrijednost intenziteta brzine fluida u drugom ciklusu iteracija, usvaja se posljednja izračunata vrijednost iz prvog ciklusa iteracija, dok su startne vrijedosti za uglove  $\varphi$  i  $\psi$  zadane u matematičkom algoritmu i zavise od prethodno identifikovanog kvadranta u kome bi se mogao nalaziti vektor brzine fluida.

## 5. NUMERIČKE ANALIZE I EKSPERIMENT

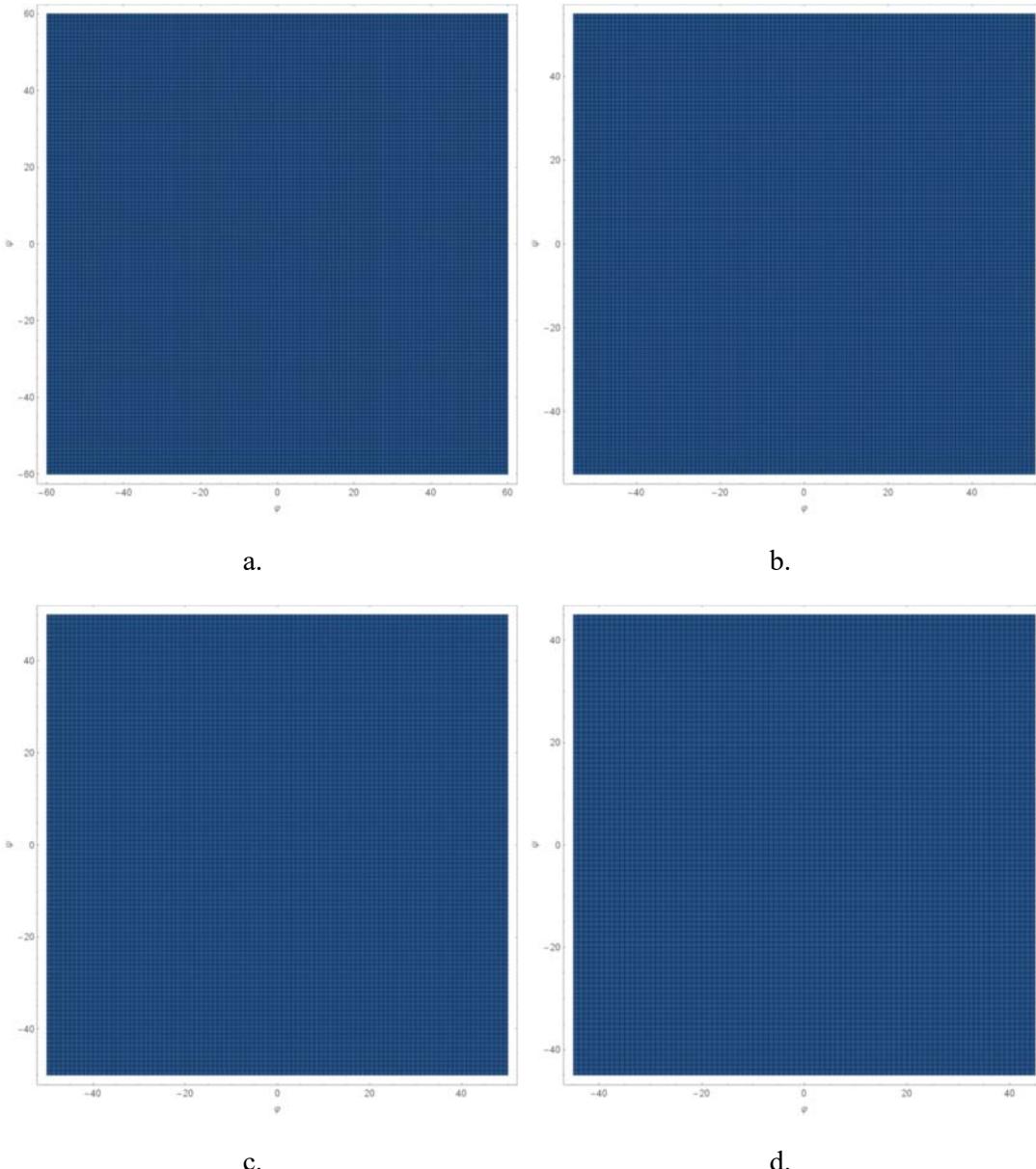
### 5.1. Numerička analiza rada matematičkog modela *hot-wire-a*

Provedeno je niz numeričkih testova rada matematičkog modela rada *hot-wire-a*, koji su dijelom publikovani u [97], [98], [99] i [100]. U navedenim radovima, testiran je rad matematičkog modela i njegovih dijelova nad podacima koji bi se dobili od idealne virtuelne *hot-wire* sonde konstantne temperature sa četiri senzora. Prema [97], [98], [99] i [100], matematički model je uspješno identifikovao vektor brzine fluida u dosta širokoj oblasti napadnih uglova čak i izvan utvrđenih granica oblasti jedinstvenog rješenja za određene konstrukcije *hot-wire* sondi. Iz prezentovanih radova u poglavljima II i III, odnosno publikovanih rezultata obrade eksperimentalnih podataka, slijedi da jednačine *King-a* i *Jorgensen-a* odnosno *generalisani zakon hlađenja*, mogu dosta tačno opisati ponašanje *hot-wire-a* izloženog strujanju fluida promjenljivog pravca i intenziteta, u određenom opsegu napadnih uglova, pod pretpostavkom dovoljno tačno određenih kalibracionih koeficijenata i eksponenata.

Na sl. 5.1. predstavljeno je nekoliko numeričkih testova dobijenih primjenom opisanog matematičkog modela, i to za slučaj *hot-wire* sonde sa četiri senzora koje imaju uglove nagiba senzora od  $30^\circ$ ,  $35^\circ$ ,  $40^\circ$  i  $45^\circ$ . U prikazanim numeričkim testovima, odziv senzora je opisan *King-ovom* jednačinom (1.24), a efektivna brzina jednačinom *Jorgensena* (1.31). U ovakovom matematičkom modelu zasnovanom na jednačinama *King-a* i *Jorgensen-a*, na svim senzorima usvojene su iste, konstantne vrijednosti tzv. *yaw* ( $k_i = k = 0, i = 1, 2, 3, 4$ ) i *pitch* ( $h_i = h = 0, i = 1, 2, 3, 4$ ) koeficijenta.

U radu [98] pokazano je da u principu granica uspješnosti identifikacije vektora brzine fluida prvo iteracionog ciklusa drugog podprograma matematičkog modela odgovara identifikovanoj oblasti jedinstvenog rješenja (koja je definisana npr. jednačinom navedenom u [79]). Iz ovoga je slijedilo da se predloženi matematički model, odnosno prvi iteracioni ciklus drugog podprograma matematičkog modela rada *hot-wire-a* konstantne temperature, može koristiti i za određivanje granice oblasti jedinstvenog rješenja različitih konstrukcija sondi sa tri i četiri senzora.

Identifikovane granice jedinstvenog rješenja pomoću prvog iterativnog ciklusa drugog podprograma prezentovanog matematičkog modela rada *hot-wire-a* za sonde sa četiri senzora sa različitim uglom nagiba senzora i vrijednostima koeficijenata  $k_i$  i  $h_i$  navedene su u tabeli 5.I.



Sl. 5.1. Numerički testovi matematičkog modela rada *hot-wire-a* zasnovanog na tzv. King/Jorgensen-ovom modelu ponašanja senzora. *Yaw* koeficijent  $k_i = k = 0, i = 1, 2, 3, 4$ ; *Pitch* koeficijent  $h_i = h = 0, i = 1, 2, 3, 4$ . a. ugao nagiba senzora  $30^\circ$ ,  $-60^\circ \leq \varphi \leq 60^\circ$ ;  $-60^\circ \leq \psi \leq 60^\circ$ ; b. ugao nagiba senzora  $35^\circ$ ,  $-55^\circ \leq \varphi \leq 55^\circ$ ;  $-55^\circ \leq \psi \leq 55^\circ$ ; c. ugao

---

nagiba senzora  $40^\circ$ ,  $-50^\circ \leq \varphi \leq 50^\circ$ ;  $-50^\circ \leq \psi \leq 50^\circ$ ; d. ugao nagiba senzora  $45^\circ$ ,  
 $-45^\circ \leq \varphi \leq 45^\circ$ ;  $-45^\circ \leq \psi \leq 45^\circ$ ;

Tabela 5.I Identifikovane granice oblasti jedinstvenog rješenja numeričkim testovima prezentovanog matematičkog modela rada *hot-wire-a* zasnovanog na jednačinama *King-a* i *Jorgensen-a* za sonde sa četiri senzora

Nagib senzora	Vrijednosti <i>yaw</i> koeficijenata	Vrijednosti <i>pitch</i> koeficijenata	Ugao $\theta^\circ$	Identifikovana granica oblasti jedinstvenog rješenja $\xi_{cr}^\circ$
$30^\circ$	$k = 0$	$h = 1,0$	$45^\circ$	47,6
	$k = 0,1$	$h = 1,1$	$45^\circ$	46,2
	$k = 0,2$	$h = 1,2$	$45^\circ$	45,0
$35^\circ$	$k = 0$	$h = 1,0$	$45^\circ$	45,14
	$k = 0,1$	$h = 1,1$	$45^\circ$	44,13
	$k = 0,2$	$h = 1,2$	$45^\circ$	43,27
$40^\circ$	$k = 0$	$h = 1,0$	$45^\circ$	42,34
	$k = 0,1$	$h = 1,1$	$45^\circ$	41,8
	$k = 0,2$	$h = 1,2$	$45^\circ$	41,33
$45^\circ$	$k = 0$	$h = 1,0$	$45^\circ$	39,23
	$k = 0,1$	$h = 1,1$	$45^\circ$	39,23
	$k = 0,2$	$h = 1,2$	$45^\circ$	39,23

## 5.2. Obrada eksperimentalnih podataka drugim podprogramom matematičkog modela rada *hot-wire-a*

Provđeno je nekoliko eksperimentalnih mjerjenja u Laboratoriji za prenos toplote i mase, turbulentna strujanja i HVAC na Mašinskom fakultetu u Podgorici, tokom marta i oktobra mjeseca 2016. godine. Provđena eksperimentalna istraživanja imala su za cilj

da provjere postavljene hipoteze u disertaciji u slučaju rada matematičkog modela (tačnije njegovog drugog podprograma i algoritma „*tri protiv jedan*“) sa podacima dobijenim iz eksperimentalnih mjerena.

Na osnovu podataka iz eksperimentalnih mjerena provedenih tokom mjeseca marta 2016. godine provedena su dva testa prezentovanog matematičkog modela odnosno njegovog drugog podprograma i algoritma „*tri protiv jedan*“. U prvom provedenom testu komparirana je uspješnost identifikacije vektora brzine fluida, drugim podprogramom prezentovanog matematičkog modela i algoritma „*tri protiv jedan*“ kad su oni zasnovani na tzv. *King/Jorgensen*-ovom modelu (jednačini odziva senzora i definisanju vrijednosti efektivne brzine hlađenja) i tzv. *generalisanom zakonu hlađenja* (1.35). U drugom testu komparirana je tačnost određivanja intenziteta  $U$  komponente vektora brzine  $\vec{V}_R$  drugim podprogramom matematičkog modela odnosno algoritmom „*tri protiv jedan*“ i metoda prezentovanog u [15], pri čemu su oba bila zasnovana na tzv. *generalisanom zakonu hlađenja* (1.35) za dva opsega uglova  $\xi$  i to  $\xi = -30^\circ \div 30^\circ$  odnosno  $\xi = -35^\circ \div 35^\circ$  i vrijednost ugla  $\theta = 45^\circ$  (sl. 5.6).

### **5.2.1. Određivanje koeficijenata $A$ i $B$ iz *King*-ovog zakona**

Vrijednosti koeficijenata  $A_i$  i  $B_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ), za svaki od senzora *hot-wire*-a određena je postupkom navedenim u [18] i [25].

Polazeći od jednačine *Jorgensen*-a (1.31) za ugao nastrujavanja vektora brzine  $\vec{V}_R$ , i  $\psi = 0^\circ$  i  $\varphi = 0^\circ$  (tj. kad se pravac vektora brzine  $\vec{V}_R$  poklapa sa osom sonde odnosno osom  $x$ , pa je  $h_i = 0$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ ), za svaki od senzora *hot-wire*-a, (sl. 5.2), možemo da napišemo jednačinu za efektivnu brzinu u obliku:

$$V_{\text{effi}} = (V_R^2 \cos^2 \alpha + V_R^2 k_i \sin^2 \alpha)^{1/2} = V_R (\cos^2 \alpha + k_i \sin^2 \alpha)^{1/2}, \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (5.1)$$

pri čemu je u prethodnoj jednačini:  $\alpha = \alpha_y = \alpha_z$ .

Na osnovu *King*-ovog zakona (1.24), slijedi da efektivne brzine hlađenja na svakom od senzora u ovom slučaju možemo odrediti iz jednačine:

$$E_i^2 = A_i + B_i V_{\text{effi}}^{p_i} = A_i + B_i V_R^{p_i} (\cos^2 \alpha + k_i \sin^2 \alpha)^{p_i/2}; \quad i = 1, 2, 3, 4; \quad (5.2)$$

odnosno:

$$E_i^2 = A_i + B_{si} V_R^{p_i}, \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (5.3)$$

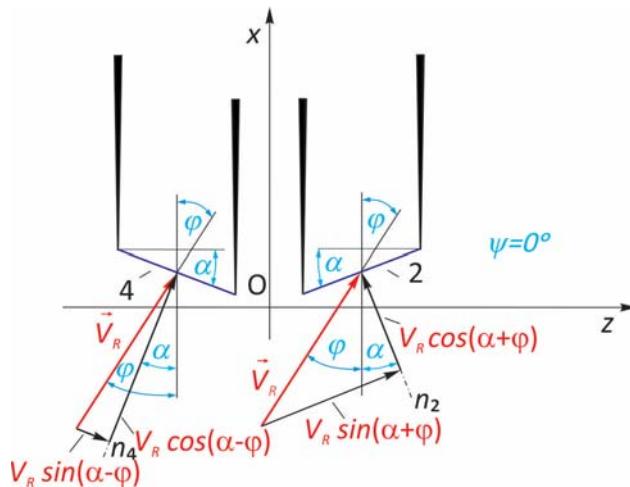
pri čemu je:

$$B_{si} = B_i (\cos^2 \alpha + k_i \sin^2 \alpha)^{p_i/2}, \quad i = 1, 2, 3, 4. \quad (5.4)$$

Za sve senzore usvojena je vrijednost eksponenta  $p_i = p = 0,5$ , ( $i = 1, 2, 3, 4$ ).

Mijenjanjem intenziteta brzine strujanja fluida, za navedeni položaj vektora brzine  $\vec{V}_R$  ( $\psi = 0^\circ$ ,  $\varphi = 0^\circ$ ), mijenjaće se i naponi na svakom od senzora *hot-wire-a*, pa se iz očitanih intenziteta napona na svakom od senzora za svaki intenzitet brzine, metodom najmanjih kvadrata mogu iz jednačina (5.3) odrediti vrijednosti koeficijenata  $A_i$  i  $B_{si}$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) pojedinačno, za svaki od četiri senzora.

Na sl. 5.2. prikazane su komponente vektora brzine  $\vec{V}_R$ , razložene na senzorima "2" i "4", za slučaj nastrujavanja vektora brzine fluida pod uglom  $\psi = 0^\circ$  i  $\varphi \neq 0^\circ$ . Sa  $n_2, n_4$  označene su normale na senzor "2" ( $n_2$ ) i senzor "4" ( $n_4$ ).



Sl. 5.2. Komponente vektora brzine fluida  $\vec{V}_R$  na senzorima „2“ i „4“, za slučaj napadnog ugla vektora brzine fluida  $\psi = 0^\circ$ ,  $\varphi \neq 0^\circ$

### 5.2.2. Određivanje yaw (k) i pitch (h) koeficijenta

Nakon što se odrede vrijednosti koeficijenata  $A_i$  i  $B_{si}$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) za svaki od četiri senzora *hot-wire-a*, može se pristupiti određivanju *yaw* (*k*) i *pitch* (*h*) koeficijenata na svakom od senzora.

Iz jednačine (5.4), slijedi da je koeficijent  $B_i$  iz King-ovog zakona za svaki od senzora (pri  $\psi = 0^\circ$ ,  $\varphi = 0^\circ$ ) definisan izrazom:

$$B_i = \frac{B_{si}}{(\cos^2 \alpha + k_i \sin^2 \alpha)^{p_i/2}}, \quad i = 1, 2, 3, 4. \quad (5.5)$$

Polazeći od jednakosti (5.2), za senzore „2“ i „4“, (sl. 5.2), za napadni ugao vektora brzine  $\vec{V}_R$ , pod uglovima  $\psi = 0^\circ$  i  $\varphi = 0^\circ$ , odnosno uglovima  $\psi = 0^\circ$  i  $\varphi \neq 0^\circ$  (tzv. yaw ravan), možemo napisati jednakosti:

$$\begin{aligned}(E_{2,4,\psi=0,\varphi=0}^2 - A_{2,4})^{2/p} &= B_{s2,s4} V_R (\cos^2 \alpha + k_{2,4} \sin^2 \alpha), \\ (E_{2,4,\psi=0,\varphi \neq 0}^2 - A_{2,4})^{2/p} &= B_{s2,s4} V_R (\cos^2(\alpha \pm \varphi) + k_{2,4} \sin^2(\alpha \pm \varphi)),\end{aligned}\quad (5.6)$$

odnosno:

$$\frac{E_{2,4,\psi=0,\varphi \neq 0}^2 - A_{2,4}}{E_{2,4,\psi=0,\varphi=0}^2 - A_{2,4}} = \frac{\cos^2(\alpha \pm \varphi) + k_{2,4} \sin^2(\alpha \pm \varphi)}{\cos^2 \alpha + k_{2,4} \sin^2 \alpha} = F_{2,4}. \quad (5.7)$$

Jednačina (5.7) se može zapisati u obliku:

$$\frac{E_{2,4,\psi=0,\varphi \neq 0}^2 - A_{2,4}}{E_{2,4,\psi=0,\varphi=0}^2 - A_{2,4}} = \frac{1 - \sin^2(\alpha \pm \varphi) + k_{2,4} \sin^2(\alpha \pm \varphi)}{1 - \sin^2 \alpha + k_{2,4} \sin^2 \alpha} = F_{2,4}. \quad (5.8)$$

Iz jednačine (5.8) možemo odrediti yaw koeficijente  $k_2$  i  $k_4$  za neki proizvoljni ugao  $\varphi \neq 0$ . Yaw koeficijent za senzor „2“ :

$$k_{2\varphi \neq 0} = 1 + \frac{1 - F_2}{F_2 \sin^2 \alpha - \sin^2(\alpha + \varphi)}, \quad (5.9)$$

odnosno za senzor „4“

$$k_{4\varphi \neq 0} = 1 + \frac{1 - F_4}{F_4 \sin^2 \alpha - \sin^2(\alpha - \varphi)}. \quad (5.10)$$

Na potpuno analogan način možemo odrediti i koeficijente  $k_1$  i  $k_3$  za senzore „1“ i „3“ s tim što se pri tome sonda rotira oko ose „x“ (sl. 5.2) za ugao  $-90^\circ$ .

Da bismo odredili tzv. pitch koeficijente ( $h_i, i = 1, 2, 3, 4$ ), senzori se postavljaju u tzv. pitch ravan (ravan  $x, y$ ), a potom se ponovo vrši zakretanje sonde za neki ugao  $\varphi$ . Na sl. 5.3. prikazan je postupak određivanja komponenti vektora brzine fluida  $\vec{V}_R$  za senzor „1“ prilikom određivanja koeficijenta  $h_1$ . I prilikom određivanja koeficijenta  $h_i$ , ( $i = 1, 2, 3, 4$ ), vektor brzine fluida struji na senzore hot-wire-a pod uglom  $\psi = 0^\circ$ , a  $\varphi \neq 0^\circ$ . Da bismo za senzor „1“ odredili vrijednost koeficijenta  $h_1$ , za neki napadni ugao  $\varphi \neq 0^\circ$ , potrebno je prvo definisati efektivnu brzinu hlađenja na senzoru „1“. Na osnovu obrasca Jorgensen-a (1.31) i sa sl. 5.3, slijedi da je za  $\varphi \neq 0^\circ$ :

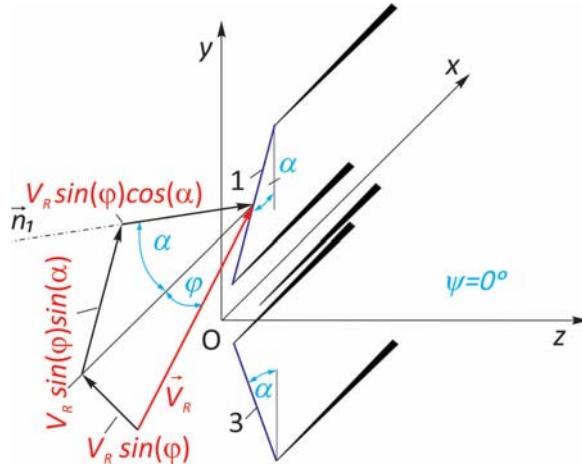
$$V_{eff1\varphi \neq 0} = V_R \left( \cos^2 \varphi \cos^2 \alpha + k_1 \cos^2 \varphi \sin^2 \alpha + h_1 \sin^2 \varphi \right)^{1/2}, \quad (5.11)$$

odnosno za slučaj  $\varphi = 0^\circ$ :

$$V_{eff1\varphi=0} = V_R \left( \cos^2 \alpha + k_l \sin^2 \alpha \right)^{1/2}. \quad (5.12)$$

Uvrštavanjem vrijednosti iz (5.11) i (5.12) u (5.2) dobijamo jednačinu:

$$\begin{aligned} (E_{1,\psi=0,\varphi=0}^2 - A_l)^{2/p} &= B_{s1} V_R (\cos^2 \alpha + k_l \sin^2 \alpha), \\ (E_{1,\psi=0,\varphi\neq0}^2 - A_l)^{2/p} &= B_{s1} V_R \left( \cos^2 \varphi \cos^2 \alpha + k_l \cos^2 \varphi \sin^2 \alpha + h_l \sin^2 \varphi \right). \end{aligned} \quad (5.13)$$



Sl. 5.3. Komponente vektora brzine fluida  $\vec{V}_R$  na senzoru „1“ za slučaj napadnog ugla vektora brzine fluida  $\psi = 0^\circ, \varphi \neq 0^\circ$

Iz jednačine (5.13), slijedi da je:

$$\frac{(E_{1,\psi=0,\varphi\neq0}^2 - A_l)^{2/p}}{(E_{1,\psi=0,\varphi=0}^2 - A_l)^{2/p}} = \frac{\cos^2 \varphi \cos^2 \alpha + k_l \cos^2 \varphi \sin^2 \alpha + h_l \sin^2 \varphi}{\cos^2 \alpha + k_l \sin^2 \alpha} = G_l, \quad (5.14)$$

odnosno:

$$G_l = \frac{\cos^2 \varphi [1 + \sin^2 \alpha (k_l - 1)] + h_l \sin^2 \varphi}{1 + \sin^2 \alpha (k_l - 1)}. \quad (5.15)$$

Iz jednačine (5.15) slijedi da je vrijednost koeficijenta  $h_l$ , za neki napadni ugao vektora brzine fluida  $\psi = 0^\circ$  i  $\varphi \neq 0^\circ$ :

$$h_l = \frac{(G_l - \cos^2 \varphi) [1 + \sin^2 \alpha (k_l - 1)]}{\sin^2 \varphi}. \quad (5.16)$$

Analogno je i za preostala tri senzora, tj.

$$h_i = \frac{(G_i - \cos^2 \varphi) [1 + \sin^2 \alpha (k_i - 1)]}{\sin^2 \varphi}; \quad (i = 2, 3, 4), \quad (5.17)$$

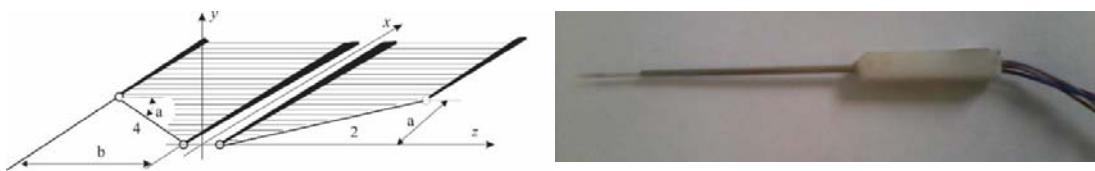
s tim što je prilikom određivanja koeficijenata  $h_2$  i  $h_4$  neophodno izvršiti rotaciju sonde za ugao  $90^\circ$  oko ose „ $x$ “, da bi se ovi koeficijenti na opisani način, mogli odrediti prilikom kalibracije sonde.

### **5.2.3. Određivanje koeficijenata u *generalisanom zakonu hlađenja***

Određivanje koeficijenata  $a_{im}$  i  $b'_{im}$  ( $i=1,2,3,4$ ;  $m=1,2,3,4,5$ ) vrši se metodom najmanjih kvadrata, iz većeg broja jednačina. Postupak kalibracije se provodi na sljedeći način. Pri konstantnoj brzini strujanja vrši se promjena položaja sonde njenim zakretanjem za ugao  $\theta$  ( $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$  i  $135^\circ$ ) i  $\xi$  (u opsegu  $\pm 30^\circ$  u prvom testu, odnosno  $\pm 35^\circ$  u drugom testu), pri čemu se za svaki položaj sonde snimaju vrijednosti odgovarajućeg napona na *hot-wire* uređaju. Potom se provode merenja napona na senzoru *hot-wire*-a pri položaju sonde  $\theta=0^\circ$  i  $\xi=0^\circ$  mijenjanjem intenziteta brzine. Na ovaj način za svaki položaj sonde imamo poznatu brzinu strujanja i odgovarajuće napone na senzorima *hot-wire*-a. Iz dobijenih rezultata mjerena, formiramo linearne jednačine sa po 10 nepoznatih koeficijenata (najčešće nekoliko desetina) koje rješavamo metodom najmanjih kvadrata dobijajući tražene vrijednosti koeficijenata  $a_{im}$  i  $b'_{im}$  iz tzv. *generalisanog zakona hlađenja* (1.35).

### **5.3. Opis eksperimentalnih mjerena**

Eksperimentalna mjerena provedena su u martu 2016. godine sa *hot-wire* sondom sa dva senzora u „V“ rasporedu (sl. 5.4a i 5.4b). Sa ovom sondom simulirano je mjerena sa sondom sa četiri senzora. Raspored senzora u sondi odgovarao je onom prikazanom na sl. 4.2. i sl. 4.3, odnosno sl. 5.2. i sl. 5.3. i sl. 5.6.



a.

b.

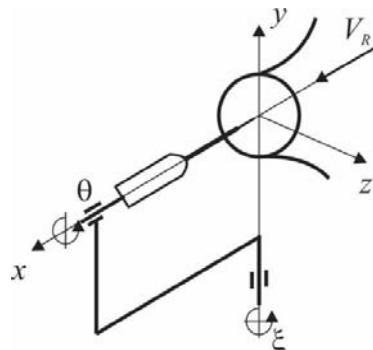
Sl. 5.4. Sonda sa dva senzora u "V" rasporedu korišćena tokom eksperimenta a. skica,  
b. fotografija sonde

Nakon provedene kalibracije (prema postupku objašnjrenom u poglavlju 5.2), pristupilo se eksperimentalnim mjeranjima s ciljem testiranja rada drugog podprograma

predloženog matematičkog modela i algoritma „*tri protiv jedan*“ u prvom testu, odnosno poređenju dviju metoda u drugom testu, (prezentovanog metoda zasnovanom na algoritmu „*tri protvi jedan*“ i metoda prezentovanom u [15]), pri čemu su oba metoda zasnovana na tzv. *generalisanom zakonu hlađenja*.

Odziv senzora „1“ i „3“, za neki ispitivani ugao  $\xi$ ,  $\theta$  (sl. 5.5), pri određenom intenzitetu brzine  $V_R$  dobijao se rotacijom sonde za  $90^\circ$ . Dimenzije sonde su iznosile  $a = 0,41$  mm, i  $b = 0,61$  mm, što je približno odgovaralo uglu nagiba senzora od  $\alpha = \alpha_y = \alpha_z = 34^\circ$ . Sam senzor bio je izrađen od legure platinijuma i rodijuma (10%), a prečnik senzora je iznosio  $2,5 \mu\text{m}$ . Za rotaciju (pozicioniranje za neki napadni ugao) sonde upotrijebljen je mehanizam prikazan na sl. 5.5.

Ugao  $\xi$  mijenja se u opsegu od  $\pm 30^\circ$  u prvom testu, odnosno  $\pm 35^\circ$  u drugom testu, sa korakom od  $5^\circ$  duž ose  $\xi$  (u oba testa), odnosno sa korakom od  $45^\circ$  u opsegu promjene ugla  $\theta$  (koordinatni sistem sl. 5.5)  $0^\circ \div 360^\circ$ . Eksperimentalna mjerena su provedena unutar oblasti jedinstvenog rješenja za upotrijebljenu sondu.



Sl. 5.5. Šematski prikaz pribora za kalibraciju i pozicioniranje sonde u odnosu na tok fluida

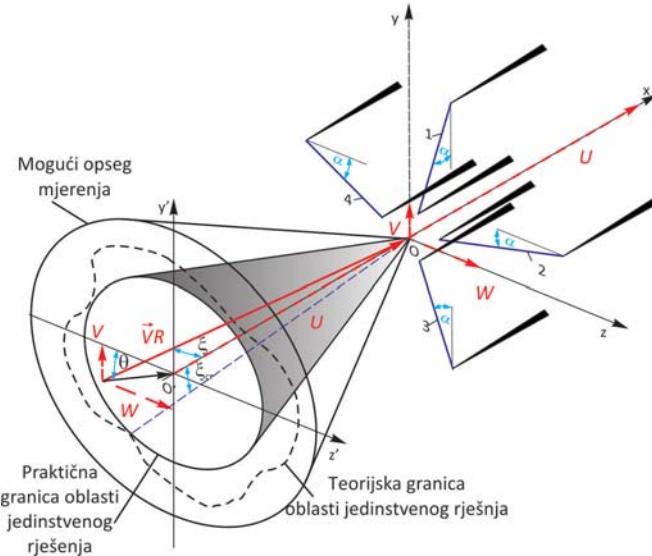
Sonda je zagrijavana sa modifikovanom elektronikom za *hot-wire* anemometar konstantne temperature, proizvedenom od AA Lab System, sa frekventnim odzivom od 50 kHz, pri stepenu pregrijanja 1,35, što je približno odgovaralo temperaturi senzora od  $290^\circ\text{C}$ . Za snimanje podataka korišćen je četverokanalni ATD konvektor sa brzinom uzorkovanja podataka od 100 kHz.

Sonda je kalibrirana pomoću mlaznice koja može da obezbijedi uniformno strujanje u opsegu brzina od  $0 \div 30$  m/s sa zanemarljivim nivoom turbulentcije. Tokom eksperimentalnih mjerena provedenih u martu mjesecu 2016. godine, intenzitet brzine

je održavan konstantnim pomoću ventilatora sa elektronski kontrolisanim brojem obrtaja. Intenzitet brzine fluida iz mlaznice se mogao odrediti iz jednačine:

$$V_R = 0,0028RPM + 0,204. \quad (5.18)$$

U toku provođenja eksperimenta, temperatura vazduha se vrlo malo mijenjala, što je omogućilo da se zanemari njen uticaj na rezultate eksperimentalnih mjerena.



Sl. 5.6. Šematski prikaz oblasti u kojoj su provedena eksperimentalna mjerena

#### **5.4. Eksperimentalna mjerena**

Eksperimentalna mjerena su provedena u Laboratoriji za prenos topote i mase, turbulentna strujanja i HVAC na Mašinskom fakultetu u Podgorici. Prilikom provođenja eksperimenta prvo je izvršena kalibracija sonde, a potom su provedena eksperimentalna mjerena. Tokom eksperimentalnih mjerena, intenzitet brzine je održavan konstantnim pomoću ventilatora sa elektronski kontrolisanim brojem obrtaja koji je iznosio 2027 obrt/min što je odgovaralo brzini od 5,8796 m/s. Napadni uglovi vektora brzine  $\vec{V}_R$  mijenjali su se u opsegu  $\theta = 0 \div 360^\circ$ , sa korakom od  $45^\circ$ , i  $\xi = -35 \div 35^\circ$  sa korakom od  $5^\circ$ . Podaci o snimljenim vrijednostima napona na senzorima *hot-wire-a* tokom navedenih eksperimentalnih mjerena navedeni su u tab. 5.II.

U prvom testu, cilj eksperimentalnih mjerena bio je potvrda postavljenih hipoteza u disertaciji odnosno pouzdanosti rada drugog podprograma predloženog matematičkog modela rada *hot-wire-a* i algoritma „*tri protiv jedan*“ u radu sa eksperimentalnim podacima tj. tačnost identifikacije vektora brzine fluida  $\vec{V}_R$  iz seta snimljenih

eksperimentalnih podataka. U tu svrhu, formirana su dva modela drugog podprograma od kojih je jedan bio zasnovan na tzv. *King/Joregensen*-ovim jednačinama (tj. *King/Joregensen*-ovom modelu), a drugi na tzv. *generalisanom zakonu hlađenja* (1.35).

Tabela 5.II. Izmjerene vrijednosti napona na senzorima *hot-wire-a*, mart 2016

Red. br. mjerenja	Napadni ugao vektora brzine fluida $\vec{V}_R$		Vrijedost napona na senzoru „1“ $E_1$	Vrijedost napona na senzoru „2“ $E_2$	Vrijedost napona na senzoru „3“ $E_3$	Vrijedost napona na senzoru „4“ $E_4$	Broj obrtaja ventilatora <i>RPM</i>
-	Ugao $\xi^\circ$	Ugao $\theta^\circ$	$V$	$V$	$V$	$V$	obrt/min
1.	0	0	-1,8688	-1,9920	-1,9908	-1,8672	1924,00
2.	0	0	-1,8771	-2,0025	-2,0008	-1,8759	2027,00
3.	0	0	-1,8914	-2,0156	-2,0140	-1,8891	2149,00
4.	0	0	-1,8984	-2,0229	-2,0203	-1,8963	2230,00
5.	0	0	-1,9109	-2,0342	-2,0328	-1,9087	2352,00
1.	0	0	-1,8771	2,0025	-2,0008	-1,8759	2027,00
2.	5	0	-1,874	-1,9882	-2,0025	-1,8831	2027,00
3.	10	0	-1,8751	-1,9747	-2,0053	-1,8908	2027,00
4.	15	0	-1,8774	-1,9579	-2,0087	-1,8951	2027,00
5.	20	0	-1,8804	-1,94	-2,0127	-1,899	2027,00
6.	25	0	-1,8837	-1,9208	-2,0184	-1,9013	2027,00
7.	30	0	-1,8871	-1,9012	-2,0227	-1,9021	2027,00
8.	35	0	-1,8912	-1,8822	-2,0283	-1,9014	2027,00
9.	0	0	-1,8737	-1,9999	-1,9988	-1,8734	2027,00
10.	-5	0	-1,8766	-2,0115	-1,9981	-1,861	2027,00
11.	-10	0	-1,8791	-2,0189	-2,0003	-1,848	2027,00
12.	-15	0	-1,8816	-2,0252	-2,0006	-1,8324	2027,00
13.	-20	0	-1,8837	-2,0301	-2,0031	-1,8162	2027,00
14.	-25	0	-1,8868	-2,0328	-2,0061	-1,797	2027,00
15.	-30	0	-1,8905	-2,0347	-2,0098	-1,777	2027,00

*Matematički model za određivanje vektora brzine za sonde sa četiri senzora hot-wire  
anemometra konstantne temperature*

16.	-35	0	-1,8945	-2,0341	-2,0131	-1,7558	2027,00
17.	0	0	-1,8746	-2,0009	-1,9994	-1,8716	2027,00
1.	0	90	-1,8715	-1,9991	-2,0031	-1,8734	2027,00
2.	5	90	-1,8621	-2,0025	-2,0122	-1,874	2027,00
3.	10	90	-1,8503	-2,0053	-2,0195	-1,8751	2027,00
4.	15	90	-1,8333	-2,0087	-2,0259	-1,8774	2027,00
5.	20	90	-1,8151	-2,0127	-2,0306	-1,8804	2027,00
6.	25	90	-1,7974	-2,0184	-2,0329	-1,8837	2027,00
7.	30	90	-1,7757	-2,0227	-2,0344	-1,8871	2027,00
8.	35	90	-1,7538	-2,0283	-2,0343	-1,8912	2027,00
9.	0	90	-1,8738	-1,9988	-2,0004	-1,8737	2027,00
10.	-5	90	-1,8823	-1,9981	-1,988	-1,8766	2027,00
11.	-10	90	-1,8892	-2,0003	-1,9761	-1,8791	2027,00
12.	-15	90	-1,8949	-2,0006	-1,9598	-1,8816	2027,00
13.	-20	90	-1,8991	-2,0031	-1,9419	-1,8837	2027,00
14.	-25	90	-1,9012	-2,0061	-1,9229	-1,8868	2027,00
15.	-30	90	-1,9024	-2,0098	-1,9032	-1,8905	2027,00
16.	-35	90	-1,9014	-2,0131	-1,8817	-1,8945	2027,00
17.	0	90	-1,8726	-1,9994	-2,0023	-1,8746	2027,00
1.	0	45	-1,8762	-1,9998	-2,0008	-1,8737	2027,00
2.	5	45	-1,8692	-1,9939	-2,0098	-1,8806	2027,00
3.	10	45	-1,8621	-1,987	-2,0168	-1,8863	2027,00
4.	15	45	-1,8547	-1,9813	-2,0229	-1,8922	2027,00
5.	20	45	-1,8456	-1,9771	-2,0295	-1,8965	2027,00
6.	25	45	-1,8431	-1,9732	-2,0342	-1,9003	2027,00
7.	30	45	-1,8356	-1,9725	-2,0373	-1,9036	2027,00
8.	35	45	-1,8308	-1,9703	-2,0401	-1,9064	2027,00
9.	0	45	-1,8752	-1,9995	-2,0004	-1,8732	2027,00
10.	-5	45	-1,8811	-2,0067	-1,9913	-1,866	2027,00
11.	-10	45	-1,8879	-2,0129	-1,982	-1,8598	2027,00
12.	-15	45	-1,8937	-2,0193	-1,9721	-1,8533	2027,00
13.	-20	45	-1,8982	-2,0242	-1,9628	-1,848	2027,00

14.	-25	45	-1,9061	-2,0292	-1,9542	-1,8425	2027,00
15.	-30	45	-1,9086	-2,0332	-1,9473	-1,8407	2027,00
16.	-35	45	-1,91	-2,0362	-1,9409	-1,8375	2027,00
17.	0	45	-1,8785	-1,9988	-2,0011	-1,8741	2027,00
1.	0	-45	-1,8737	-2,0035	-1,9998	-1,8742	2027,00
2.	5	-45	-1,8806	-1,995	-1,9939	-1,8826	2027,00
3.	10	-45	-1,8863	-1,9866	-1,987	-1,8893	2027,00
4.	15	-45	-1,8922	-1,9789	-1,9813	-1,8949	2027,00
5.	20	-45	-1,8965	-1,9725	-1,9771	-1,8994	2027,00
6.	25	-45	-1,9003	-1,9649	-1,9732	-1,9045	2027,00
7.	30	-45	-1,9036	-1,9594	-1,9725	-1,9076	2027,00
8.	30	-45	-1,9064	-1,9551	-1,9703	-1,9098	2027,00
9.	0	-45	-1,8732	-2,0034	-1,9995	-1,8743	2027,00
10.	-5	-45	-1,866	-2,0137	-2,0067	-1,8663	2027,00
11.	-10	-45	-1,8598	-2,0202	-2,0129	-1,8591	2027,00
12.	-15	-45	-1,8533	-2,0259	-2,0193	-1,852	2027,00
13.	-20	-45	-1,848	-2,0311	-2,0242	-1,8463	2027,00
14.	-25	-45	-1,8425	-2,0355	-2,0292	-1,8401	2027,00
15.	-30	-45	-1,8407	-2,0386	-2,0332	-1,836	2027,00
16.	-35	-45	-1,8375	-2,041	-2,0362	-1,8316	2027,00
17.	0	-45	-1,8741	-2,0047	-1,9988	-1,8745	2027,00

U drugom testu, izvršeno je poređenje tačnosti dviju metoda zasnovanih na tzv. *generalisanom zakonu hlađenja* (metoda zasnovanom na algoritmu „*tri protvi jedan*“ i metoda prezentovanom u [15]) prilikom određivanja intenziteta  $U$  komponente vektora brzine  $\vec{V}_R$  u opsegu napadnih uglova  $\xi = -30 \div 30^\circ$  odnosno  $\xi = -35 \div 35^\circ$  sa korakom od  $5^\circ$  pri  $\theta = 45^\circ$  (sl. 5.6).

## 5.5. Rezultati obrade podataka eksperimentalnih mjerena prvog testa

### 5.5.1. Vrijednosti koeficijenata u matematičkim modelima zasnovanim na jednačinama King-a i Jorgensen-a i generalisanog zakona hlađenja

Iz izmjerenih vrijednosti napona na senzorima *hot-wire*-a u opsegu napadnih uglova  $-30^\circ \leq \xi \leq +30^\circ$ , navedenih u tabeli 5.II. prostupkom navedenim u poglavlju 5.2.

određene su vrijednosti koeficijenata neophodnih za rad drugog podprograma matematičkog modela rada *hot-wire-a*, zasnovanog na jednačinama *King* i *Jorgensen-a* ( $A_i, B_{si}, k_i, h_i, i=1,2,3,4$ ), odnosno koeficijenata neophodnih za rad drugog podprograma po *generalisanom zakonu hlađenja* ( $a_{im}, b'_{im}, i=1,2,3,4 ; m=1,2,3,4,5$ ). Vrijednosti koeficijenata iz *King/Jorgensen-ovog* modela prikazane su u tabeli 5.III, a *generalisanog zakona hlađenja* u tabeli 5.IV.

Tabela 5.III Izračunate vrijednosti koeficijenata  $A_i$  i  $B_i$  iz *King-ovog* zakona hlađenja i koeficijenata  $k_i$  i  $h_i$  iz *Jorgensen-ove* jednačine za svaki od senzora *hot-wire-a*, za opseg napadnih uglova vektora brzine  $\vec{V}_R$ ,  $\xi = -30 \div 30^\circ$

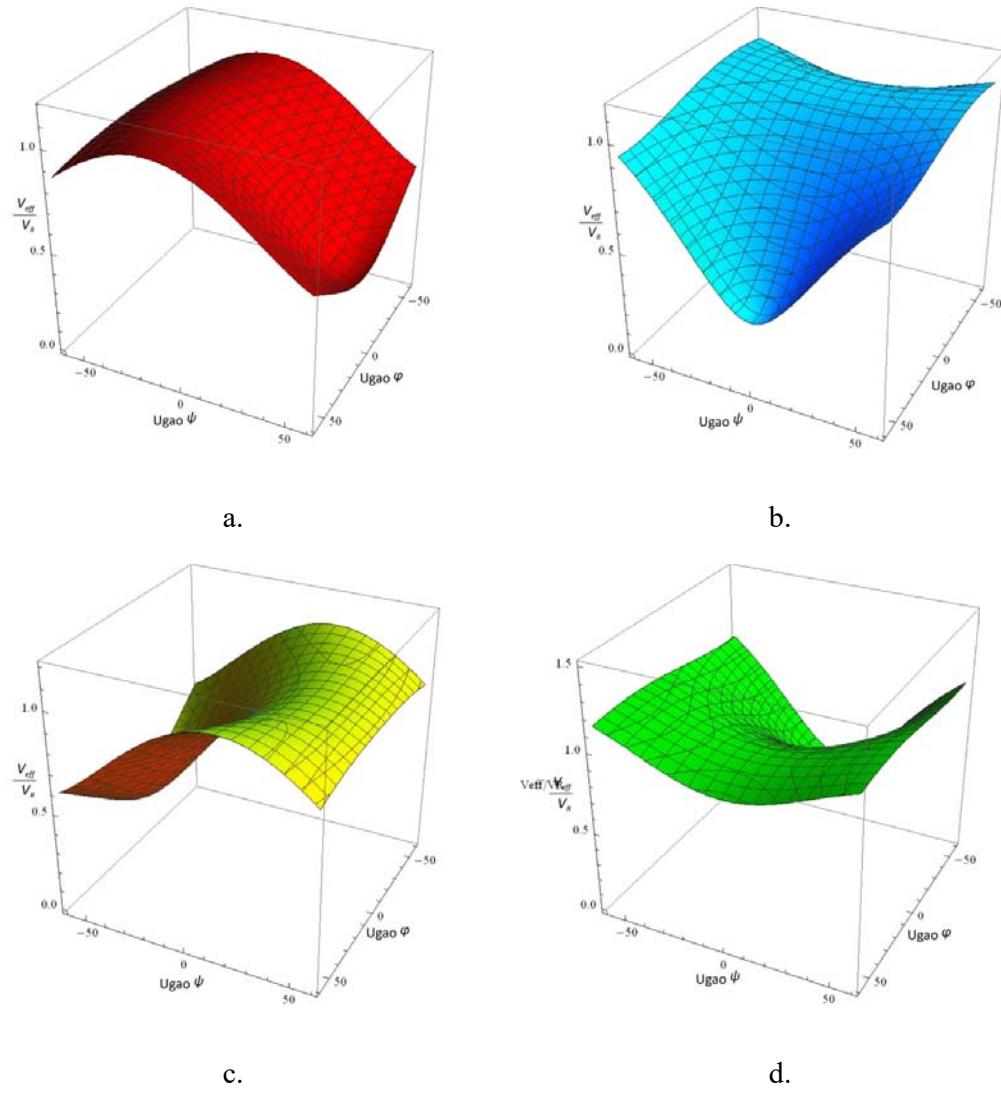
	Senzor „1“		Senzor „2“		Senzor „3“		Senzor „4“	
<i>King-ov zakon</i>	$A_1$	1,389676221	$A_2$	1,509072563	$A_3$	1,517069544	$A_4$	1,393448959
	$B_1$	0,657	$B_2$	0,7133	$B_3$	0,7018	$B_4$	0,6503
<i>Jednačina Jorgensen-a</i>	$k_1$	0,15	$k_2$	0,105	$k_3$	0,09	$k_4$	0,165
	$h_1$	1,18	$h_2$	1,15	$h_3$	1,2	$h_4$	1,5

Tabela 5.IV Izračunate vrijednosti koeficijenata  $a_{im}$  i  $b'_{im}$  iz *generalisanog zakona hlađenja* za svaki od senzora *hot-wire-a*, za opseg napadnih uglova vektora brzine  $\vec{V}_R$   $\xi = -30 \div 30^\circ$

Senzor „1“				Senzor „2“			
$b'_{11}$	-114744,252	$a_{11}$	0,685	$b'_{21}$	84298,140	$a_{21}$	1,557
$b'_{12}$	-233871,145	$a_{12}$	1,494	$b'_{22}$	188369,478	$a_{22}$	0,842
$b'_{13}$	-177146,457	$a_{13}$	-0,761	$b'_{23}$	157464,515	$a_{23}$	0,120
$b'_{14}$	-58966,286	$a_{14}$	-0,041	$b'_{24}$	58383,181	$a_{24}$	-0,885
$b'_{15}$	-7252,873	$a_{15}$	0,092	$b'_{25}$	8105,53	$a_{25}$	-0,076
Senzor „3“				Senzor „4“			
$b'_{31}$	-27233,554	$a_{31}$	0,553	$b'_{41}$	135451,443	$a_{41}$	1,556
$b'_{32}$	-47978,418	$a_{32}$	1,627	$b'_{42}$	308080,015	$a_{42}$	0,612

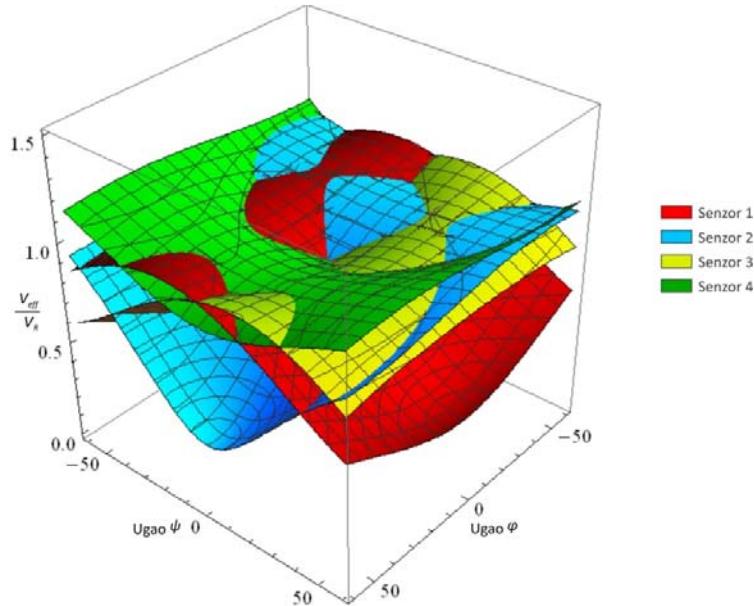
$b'_{33}$	-30227,343	$a_{33}$	1,094	$b'_{43}$	262970,601	$a_{43}$	-0,049
$b'_{34}$	-7800,833	$a_{34}$	0,159	$b'_{44}$	99856,119	$a_{44}$	0,856
$b'_{35}$	-636,635	$a_{35}$	-0,200	$b'_{45}$	14236,571	$a_{44}$	-0,068

Grafički prikaz odnosa  $V_{eff}/V_R$ , za slučaj da je efektivna brzina hlađenja na nekom od senzora hot-wire-a definisana obrascem Jorgensen-a (1.31), i za podatke iz tabele 5.III za svaki od senzora dat je na sl. 5.7.



Sl. 5.7. Grafički prikaz odnosa  $V_{eff}/V_R$ , za slučaj da je efektivna brzina hlađenja na nekom od senzora hot-wire-a definisana obrascem Jorgensen-a, ugao nagiba senzora  $\alpha = 34^\circ$  a. senzor „1“,  $k_1 = 0,15$ ,  $h_1 = 1,18$ ; b. senzor „2“,  $k_2 = 0,105$ ,  $h_2 = 1,15$ ; c. senzor „3“,  $k_3 = 0,09$ ,  $h_3 = 1,2$ ; d. senzor „4“  $k_4 = 0,165$ ,  $h_4 = 1,5$

Grafički prikaz odnosa  $V_{\text{eff}} / V_R$ , za sve senzore sonde koja je korišćena prilikom eksperimenta na sl. 5.8.

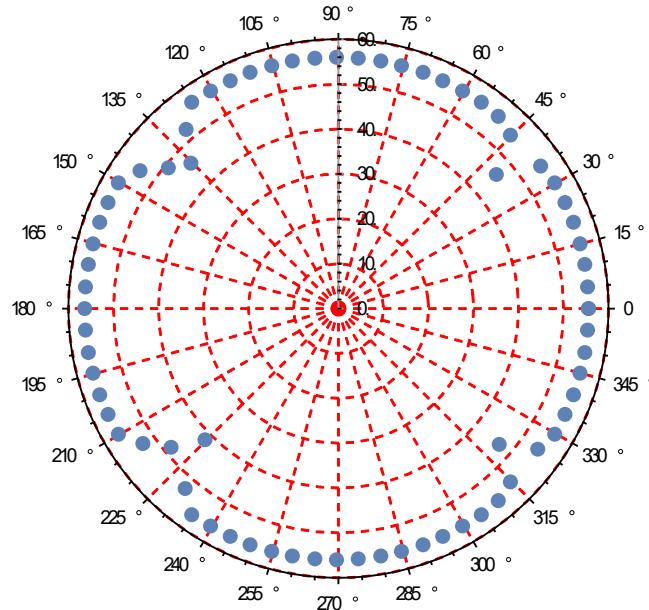


Sl. 5.8. Grafički prikaz odnosa  $V_{\text{eff}} / V_R$ , za slučaj da je efektivna brzina hlađenja na senzorima hot-wire-a definisana obrascem Jorgensen-a, za sva četiri senzora hot-wire-a

Prvi iteracioni ciklus drugog podprograma matematičkog modela rada *hot-wire-a*, može se koristiti za određivanje granice jedinstvenog rješenja za neku konkretnu sondu sa četiri senzora, ukoliko su nam pored nagiba senzora u sondi poznate i vrijednosti koeficijenata  $k_i$  i  $h_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) za svaki od senzora *hot-wire* sonde. Za naš eksperiment korišćena je sonda sa nagibom senzora od  $\alpha = 34^\circ$ , a vrijednosti koeficijenata  $k_i$  i  $h_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) navedene su u tabeli 5.III. Za navedene podatke, prvi iteracioni ciklus drugog podprograma matematičkog modela, izračunao je da je granica oblasti jedinstvenog rješenja za ovu sondu približno definisana uglovima  $\theta = 226^\circ$  i  $\xi_{cr} \approx 41,2^\circ$ , a grafički prikaz oblasti jedinstvenog rješenja za ovu sondu prikazan je na sl. 5.9.

Na osnovu izračunatih vrijednosti koeficijenata sadržanih u jednačinama *King-a* i *Jorgensen-a* i u *generalisanom zakonu hlađenja*, iz provedenih eksperimentalnih mjerjenja (tab. 5.II), u prvom testu, drugi podprogram prezentovanog matematičkog modela i njegov algoritam „*tri protiv jedan*“, odredio je vrijednosti komponenti vektora

brzine  $\vec{V}_R$  ( $U, V, W$ ), za u opsegu napadnih uglova  $\xi = -30^\circ \div 30^\circ$  sa korakom od  $5^\circ$ , i  $\theta = 0 \div 360^\circ$  sa korakom od  $45^\circ$ .



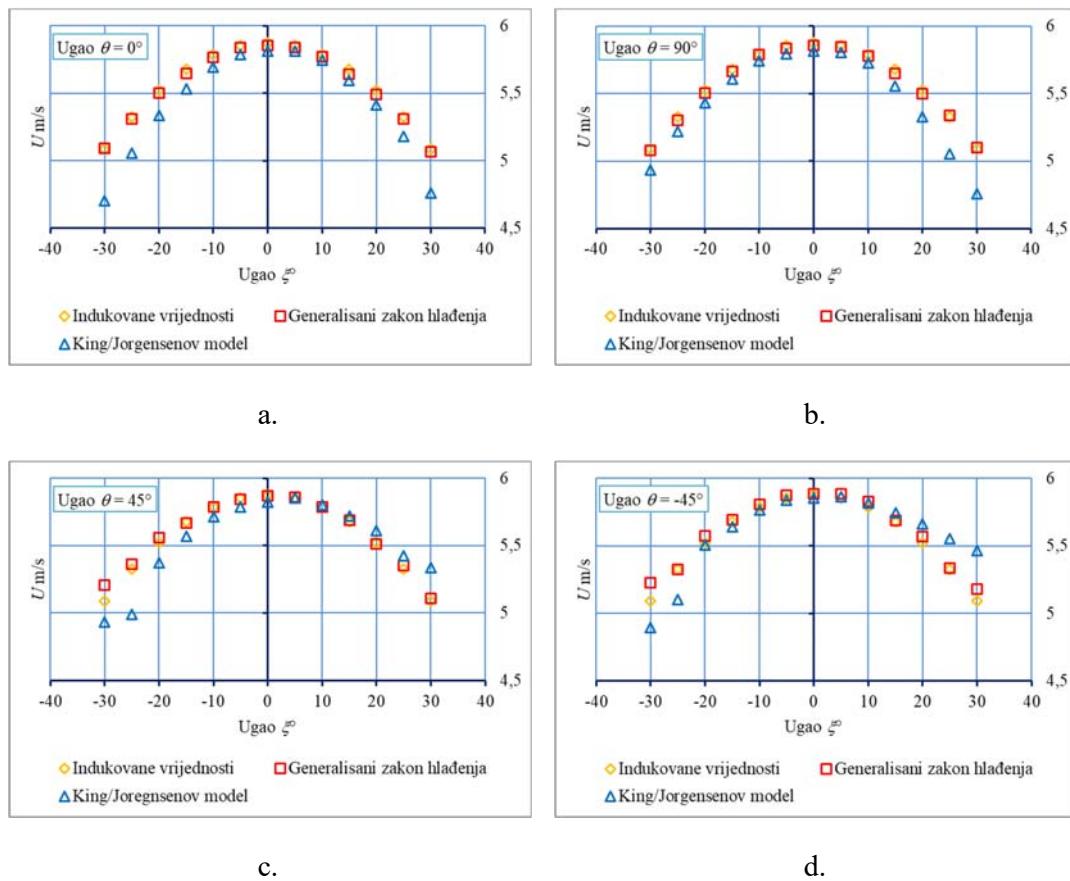
Sl. 5.9. Oblast jedinstvenog rješenja za sondu korićenu u eksperimentu na osnovu podataka iz tab. 5.III

### 5.5.2. $U$ komponenta brzine

Izračunate vrijednosti intenziteta  $U$  komponente vektora brzine  $\vec{V}_R$ , pomoću drugog podprograma prezentovanog matematičkog modela, odnosno njegovog prvog iteracionog ciklusa i algoritma „*tri protiv jedan*“ kad je on zasnovan na King/Jorgensen-ovom modelu (jednačini odziva senzora (1.24) i definisanju vrijednosti efektivne brzine hlađenja (1.31)), odnosno *generalisanom zakonom hlađenja* (1.35), za različite napadne uglove vektora brzine  $\vec{V}_R$  prikazane su na sl. 5.10. Radi usporedbe, na slici je prikazan i intenzitet indukovane (stvarne, tražene) komponente brzine  $U$ .

Sa sl. 5.10. se može uočiti da su intenziteti komponente brzine  $U$  određeni *generalisanim zakonom hlađenja* znatno bolje reprezentovali stvarne (indukovane) vrijednosti komponente brzine  $U$  u odnosu na intenzitete određene drugim podprogramom matematičkog algoritma zasnovanom na King/Jorgensen-ovom modelu. Posebno je to uočljivo za vrijednost ugla  $\theta = 0^\circ$  i  $\xi = \pm 30^\circ$ , ali i za  $\theta = 90^\circ$  odnosno  $\theta = \pm 45^\circ$  i  $\xi = \pm 30^\circ$ .

Veća odstupanja King/Jorgensen-ovog modela za vrijednosti ugla  $\xi = \pm 25^\circ$  odnosno  $\xi = \pm 30^\circ$  za sve analizirane vrijednosti uglova  $\theta$  mogu se objasniti usvojenom, jednom konstantnom vrijednošću koeficijenata  $k_i$  i  $h_i$  ( $i = 1,2,3,4$ ) na svakom od senzora *hot-wire-a*, prilikom obrade eksperimentalnih podataka. Kao što smo već naveli ove vrijednosti se mijenjaju sa promjenom napadnog ugla vektora brzine  $\vec{V}_R$ , a u procesu obrade podataka drugim podprogramom prezentovanim matematičkim modelom i algoritmom „*tri protiv jedan*“ usvojene su njihove prosječne vrijednosti za svaki od senzora *hot-wire-a*.

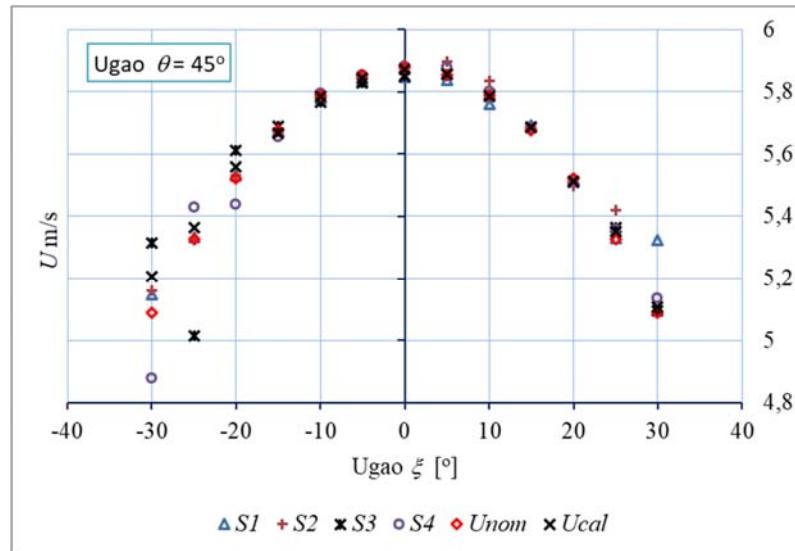


Sl. 5.10. Intenziteti  $U$  komponente vektora brzine  $\vec{V}_R$ , određeni pomoću prvog iteracionog ciklusa drugog podprograma matematičkog modela rada *hot-wire-a* za različite vrijednosti uglova  $\theta$  i  $\xi$  i eksperimentalne podatke iz tabele 5.II. a.  $\theta = 0^\circ$ ; b.  $\theta = 90^\circ$ ; c.  $\theta = 45^\circ$ ; d.  $\theta = -45^\circ$

Na sl. 5.11. prikazan je princip rada drugog podprograma matematičkog modela odnosno algoritma „*tri protiv jedan*“ kad je on zasnovan na *generalisanom zakonu hlađenja* (1.35). Rješenja četiri podsistema jednačina (4.32) za komponentu brzine  $U$

vektora brzine  $\vec{V}_R$ , označena su sa  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$  i  $S_4$ , indukovana vrijednost sa  $U_{nom}$  a finalno rješenje za neki ugao  $\xi$  (za opseg napadnih uglova vektora brzine  $-30^\circ \leq \xi \leq 30^\circ$  i  $\theta = 45^\circ$ ) označeno je sa  $U_{cal}$ . Kao što se može vidjeti sa sl. 5.11, algoritam „*tri protiv jedan*“ odbacuje najnepreciznije dobijeno rješenje iz sistema jednačina (4.32) (rješenje podistema jednačina  $S_4$  sa relativnom greškom od 4,45%), i od preostala tri rješenja podistema jednačina ( $S_1$ ,  $S_2$ , i  $S_3$ ) izračunava konačno rješenje  $U_{cal}$  (kao aritmetičku sredinu rješenja tri podistema jednačina sa  $S_1$ ,  $S_2$ , i  $S_3$ ).

Finalno rješenje  $U_{cal}$  (sa relativnom greškom od 2,32%) može u nekim slučajevima očigledno biti manje tačno od rješenja pojedinih podistema jednačina (4.32). Tako su npr. za ugao  $\xi = -30^\circ$ , rješenja podistema jednačina  $S_1$  i  $S_2$  (4.32) tačnija od finalnog rješenja. Sa sl. 5.6, vidi se da su pravci senzora „1“ i „2“ u ovom slučaju više poravnati sa pravcem vektora brzine  $\vec{V}_R$  u odnosu na ose senzora „3“ i „4“, tako da će podistemi jednačina (4.32) koji sadrži jednačine sa ova dva senzora ( $S_3$  i  $S_4$ ) davati i veću grešku prilikom eksperimentalnih mjerjenja. Slična situacija je i za slučaj napadnih uglova  $\xi = -25^\circ$  i  $\xi = -20^\circ$  (sl. 5.11).



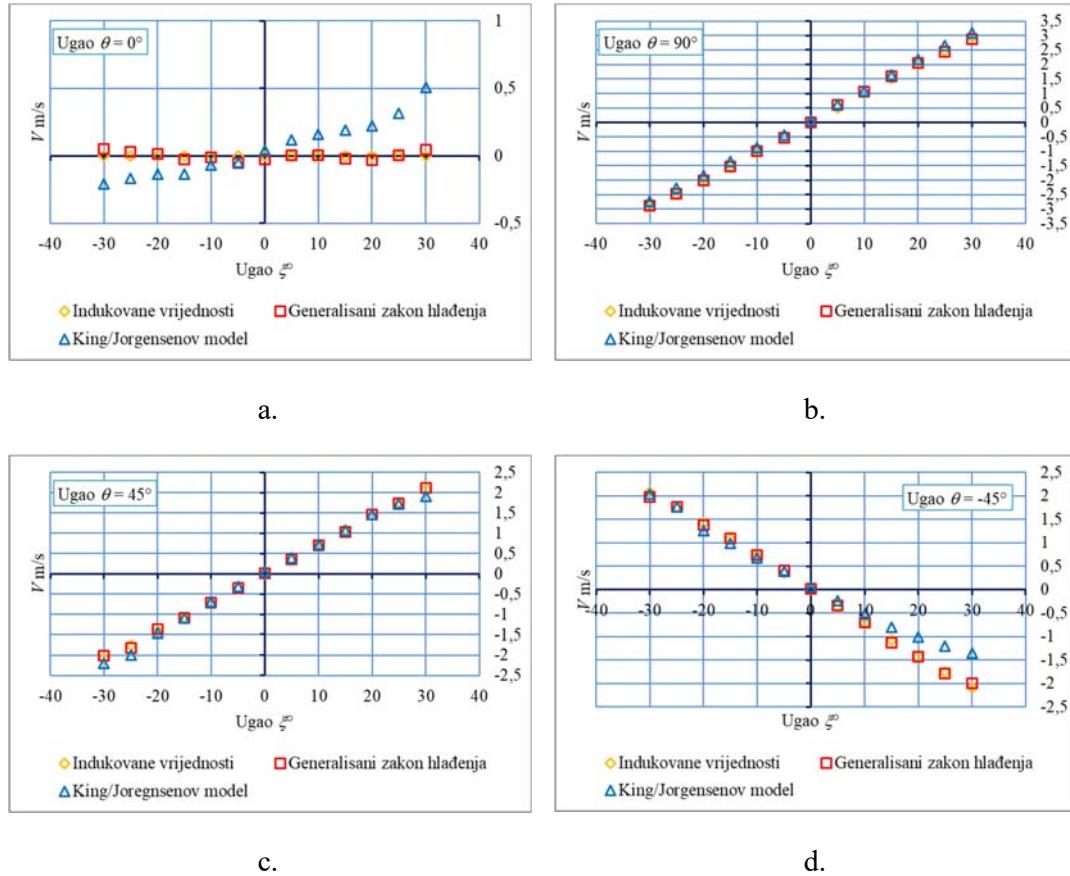
Sl. 5.11. Rješenja četiri podistema jednačina (4.32) za  $U$  komponente vektora brzine  $\vec{V}_R$ , (rješenja su označena sa  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$  i  $S_4$ ), nominalno ( $U_{nom}$ ) i finalno rješenje ( $U_{cal}$ ), dobijeni pomoću algoritma „*tri protiv jedan*“ zasnovanog na *generalisanom zakonu hlađenja* (1.35) [100]

Finalno rješenje dobijeno algoritmom „tri protiv jedan“ je očigledno između krajnjih dobijenih rješenja tj. ne može da bude najgore od dobijenih rješenja četiri podsistema jednačina (4.32). Kao što se može uočiti sa sl. 5.11, sa porastom napadnog ugla  $\xi$ , u opštem slučaju rastu razlike u rješenjima četiri podsistema jednačina (4.32). Ovo se može pripisati nesavršenošću jednačina kojima se izražava zavisnost između hlađenja senzora i promjene napona na njegovim krajevima, ali i (kako smo već naveli) većim poravnanjem pravca vektora brzine sa osom pojedinih senzora iz jednačine (4.32). Kao posljedica toga, sistemi jednačina koji sadrže jednačine sa tih senzora biće više u grešci od drugih podsistema jednačina.

### 5.5.3. $V$ komponenta brzine

Rezultati obrade eksperimentalnih podataka za  $V$  komponente vektora brzine  $\vec{V}_R$ , pomoću prvog iteracionog ciklusa drugog podprograma prezentovanog matematičkog modela rada *hot-wire-a* kad je on zasnovan na *King/Jorgensen-ovom* modelu i tzv. *generalisanim zakonom hlađenja*, za različite napadne uglove  $\xi$  i  $\theta$  vektora brzine  $\vec{V}_R$  prikazane su na sl. 5.12. Radi usporedbe, na slici je prikazan i intenzitet indukovane (stvarne, tražene) komponente brzine  $V$ .

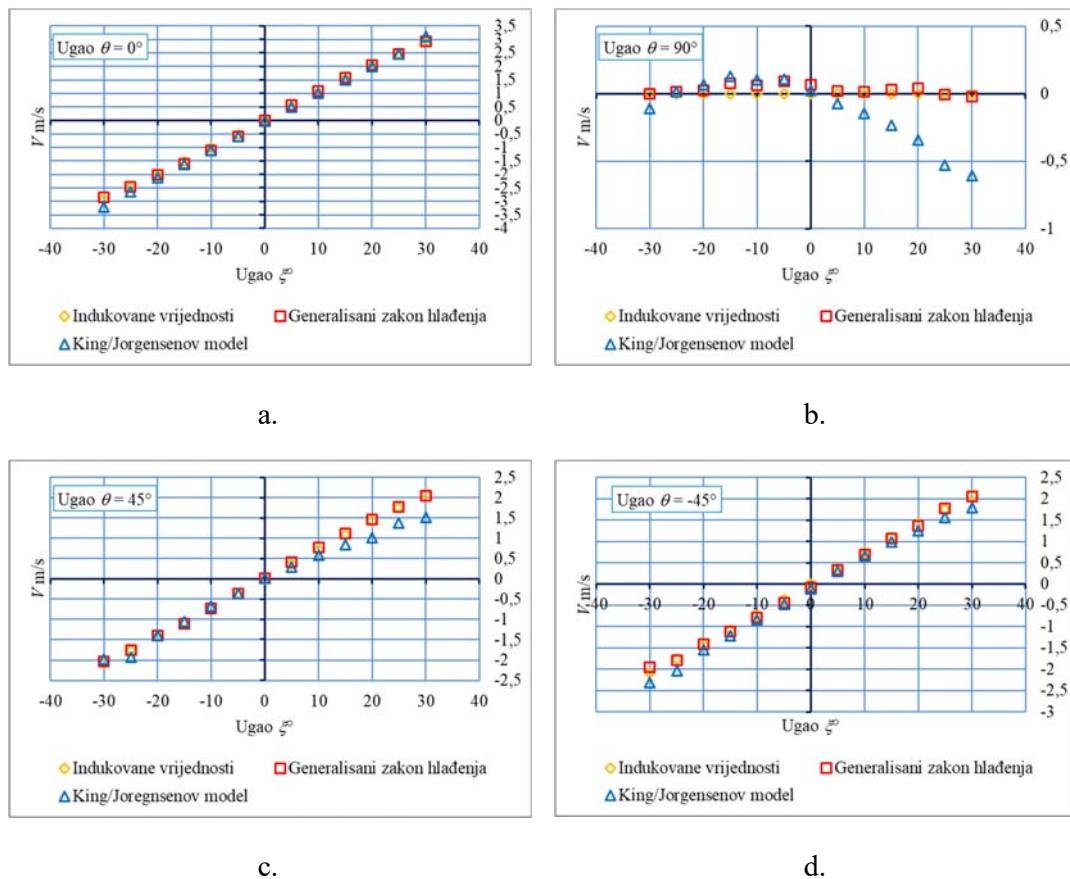
Sa sl. 5.12. uočljivo je znatno bolje slaganje komponenti brzine  $V$  određenih iz eksperimentalnih podataka, pomoću drugog podprograma prezentovanog matematičkog modela rada *hot-wire-a* baziranom na *King/Jorgensen-ovim* modelu, odnosno *generalisanim zakonom hlađenja* sa indukovanim vrijednostima komponente brzine  $V$ . Ponovo *generalisani zakon hlađenja* pokazuje nešto bolje rezultate (posebno pri vrijednosti  $\theta = 0^\circ$ ) u odnosu na *King/Jorgensen-ov* model. I ova odstupanja se generalno mogu pripisati načinu određivanja *yaw* ( $k_i$ ) i *pitch* ( $h_i$ ) koeficijenata koji su korišteni u prezentovanom matematičkom modelu.



Sl. 5.12. Intenziteti  $V$  komponente vektora brzine  $\vec{V}_r$ , određeni pomoću prvog iteracionog ciklusa drugog podprograma prezentovanog matematičkog modela rada *hot-wire-a* za različite vrijednosti uglova  $\theta$  i  $\xi$  i eksperimentalne podatke iz tabele 5.II. a.  $\theta = 0^\circ$ ; b.  $\theta = 90^\circ$ ; c.  $\theta = 45^\circ$ ; d.  $\theta = -45^\circ$

#### 5.5.4. $W$ komponenta brzine

Rezultati obrade eksperimentalnih podataka za  $W$  komponente vektora brzine  $\vec{V}_r$ , pomoću prvog iteracionog ciklusa drugog podprograma prezentovanog matematičkog modela rada *hot-wire-a* kad je on zasnovan na *King/Jorgensen-ovom* modelu i tzv. *generalisanim zakonom hlađenja*, za različite napadne uglove  $\xi$  i  $\theta$  vektora brzine  $\vec{V}_R$  prikazane su na sl. 5.13. Radi usporedbe, na slici je prikazan i intenzitet indukovane (stvarne, tražene) komponente brzine  $W$ .



Sl. 5.13. Intenziteti  $W$  komponente vektora brzine  $\vec{V}_r$ , određeni pomoću prvog iteracionog ciklusa drugog podprograma prezentovanog matematičkog modela rada *hot-wire-a* za različite vrijednosti uglova  $\theta$  i  $\xi$  i eksperimentalne podatke iz tabele 5.II. a.  
 a.  $\theta = 0^\circ$ ; b.  $\theta = 90^\circ$ ; c.  $\theta = 45^\circ$ ; d.  $\theta = -45^\circ$

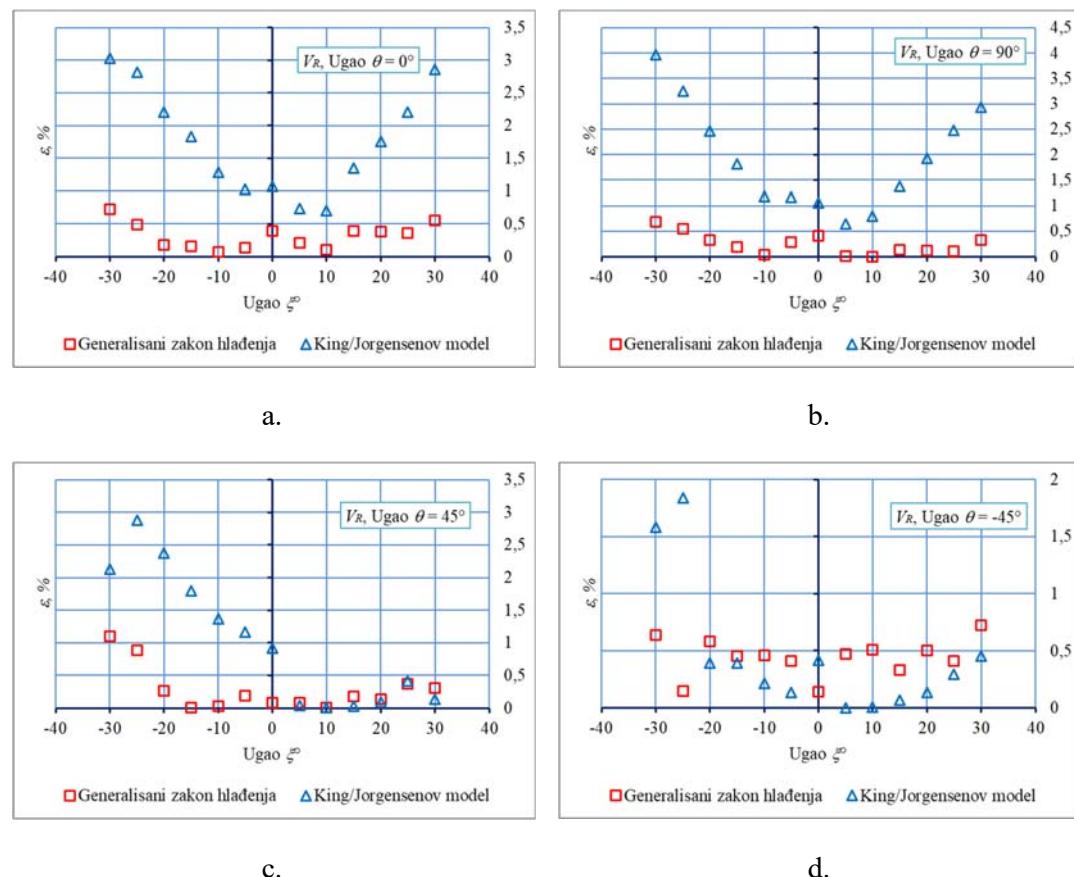
Analogno rezultatima dobijenim iz eksperimentalnih mjerena za komponentu brzine  $V$ , su i podaci dobijeni za brzinu  $W$  (sl. 5.13). Ponovo *generalisani zakon hlađenja* pokazuje nešto bolje rezultate (ali sad pri vrijednosti  $\theta = 90^\circ$ ) u odnosu na *King/Jorgensen-ov* model. I ova odstupanja se generalno mogu pripisati načinu određivanja *yaw* ( $k_i$ ) i *pitch* koeficijenta u *King-Jorgensen-ovom* modelu.

### 5.5.5. Relativna greška određivanja intenziteta vektora brzine $\vec{V}_r$ na osnovu izračunatih vrijednosti njenih komponenti

Nakon određivanja intenziteta komponenti vektora brzine  $\vec{V}_r$ , prvim iteracionim ciklusom drugog podprograma prezentovanog matematičkog modela rada *hot-wire-a*, izračunala se i relativna greška  $\varepsilon$  u određivanju njegovog intenziteta pomoću jednačine:

$$\varepsilon = \frac{|V_R - V_{Rcal}|}{V_R} \times 100\% \quad (5.19)$$

pri čemu je sa  $V_{Rcal}$  označen intenzitet izračunatog vektora brzine na osnovu izračunatih intenziteta komponenti  $U$ ,  $V$  i  $W$  prvim iterativnim ciklusom drugog podprograma prezentovanog matematičkog modela rada *hot-wire-a* zasnovanog na *King/Jorgensen-ovom* modelu ili na *generalisanom zakonu hlađenja*. Vrijednosti izračunate relativne greške  $\varepsilon$  prikazane su na sl. 5.14.



Sl. 5.14. Relativna greška  $\varepsilon$  pri određivanju intenziteta vektora brzine  $\vec{V}_R$ , pomoću prvog iteracionog ciklusa drugog podprograma prezentovanog matematičkog modela rada *hot-wire-a* za različite vrijednosti uglova  $\theta$  i  $\xi$  i eksperimentalne podatke iz marta 2016. a.  $\theta = 0^\circ$ ; b.  $\theta = 90^\circ$ ; c.  $\theta = 45^\circ$ ; d.  $\theta = -45^\circ$

Generalno, drugi podprogram matematičkog modela zasnovan na *generalisanom zakonu hlađenja* daje dosta bolje rezultate od drugog podprograma matematičkog modela zasnovanog na *King/Jorgensen-ovom* modelu i ovakva ocjena se može dati za sve testirane uglove  $\theta$ . Tako je npr. maskimalna greška pri određivanju  $\vec{V}_R$  u slučaju rada drugog podprograma matematičkog modela zasnovanog na *King/Jorgensen-ovom*

modelu iznosila oko 4% (za  $\theta = -90^\circ$  i  $\xi = -30^\circ$  sl. 5.14b) dok je u slučaju primjene *generalisanog zakona hlađenja* ta greška iznosila oko 1,1% (za  $\theta = 45^\circ$  i  $\xi = -30^\circ$  sl. 5.14c).

Uspješnom identifikacijom komponenti vektora brzine pomoću matematičkog modela rada *hot-wire-a* konstantne temperature za sonde sa četiri senzora iz rezultata eksperimentalnih mjerena potvrđene su hipoteze postavljene u disertaciji.

## **5.6. Rezultati obrade podataka eksperimentalnih mjerena drugog testa**

### **5.6.1. Izračunate vrijednosti koeficijenata u matematičkom modelu zasnovanom na *generalisanom zakonu hlađenja***

U drugom testu, rezultati dobiveni pomoću drugog podprograma matematičkog modela tj. algoritma „*tri protiv jedan*“ zasnovanog na jednačinama *generalisanog zakona hlađenja* za komponentu brzine  $U$  vektora brzine  $\vec{V}_R$ , u opsegu napadnih uglova  $-30^\circ \leq \xi \leq 30^\circ$  i  $-35^\circ \leq \xi \leq 35^\circ$  i za  $\theta = 45^\circ$  (sl. 5.6), upoređeni su sa rezultatima jednog od najboljih poznatih metoda opisanim u [15]. Da bi se izračunale vrijednosti brzina za komponentu brzine  $U$  vektora brzine  $\vec{V}_R$ , u opsegu napadnih uglova  $-35^\circ \leq \xi \leq 35^\circ$  i za  $\theta = 45^\circ$  bilo je neophodno ponovo (na osnovu podataka eksperimentalnih mjerena navedenih u tabeli 5.II), odrediti vrijednosti koeficijenata neophodnih za rad drugog podprograma matematičkog algoritma po *generalisanom zakonu hlađenja* ( $a_{im}$ ,  $b'_{im}$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ ;  $m = 1, 2, 3, 4, 5$ ).

Nove vrijednosti koeficijenata iz *generalisanog zakona hlađenja* za opseg napadnih uglova vektora brzine  $\vec{V}_R$ ,  $\xi = -35 \div 35^\circ$ , a na osnovu izmjerenih vrijednosti napona iz tabele 5.II, prikazane su u tabeli 5.V.

Rezultati drugog testa u slučaju kad se ugao  $\xi$  mijenja u opsegu uglova  $-30^\circ \leq \xi \leq 30^\circ$  sa korakom od  $5^\circ$  su prikazani na sl. 5.15a, a za opseg uglova  $-35^\circ \leq \xi \leq 35^\circ$  na sl. 5.15b.

Kao što se može vidjeti sa sl. 5.15a, ( $-30^\circ \leq \xi \leq 30^\circ$ ) oba metoda daju dobru tačnost u gotovo svim mjernim tačkama. To međutim nije slučaj u opsegu uglova  $-35^\circ \leq \xi \leq 35^\circ$  (sl. 5.15b) za koji u gotovo svim mjernim tačkama (osim za ugao  $\xi = 15^\circ$ ) drugi podprogram prezentovanog matematičkog modela tj. algoritam „*tri protiv jedan*“ ( $U_{nom}$ ) daje tačnije rezultate. Za vrijednosti uglova  $\xi \geq 20^\circ$  tačnost se nije mogla uporediti jer

metod prezentovan u [15] nije konvergirao. Slični rezultati su dobijeni i za komponente  $V$  i  $W$  vektora brzine  $\vec{V}_R$  za  $\vartheta = 45^\circ$ .

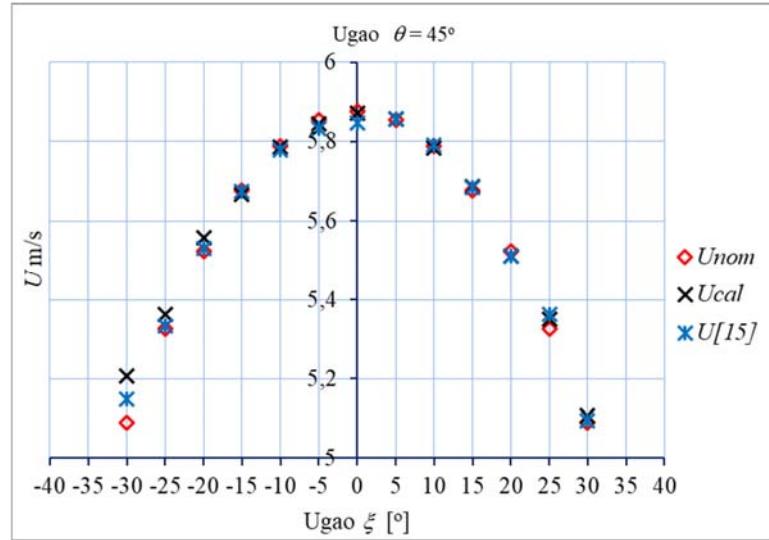
Tabela 5.V Izračunate vrijednosti koeficijenata  $a_{im}$  i  $b'_{im}$  iz generalisanog zakona hlađenja za svaki od senzora hot-wire-a, za opseg napadnih uglova vektora brzine  $\vec{V}_R$   $\xi = -35 \div 35^\circ$

Senzor „1“				Senzor „2“			
$b'_{11}$	-380882,638	$a_{11}$	0,6360	$b'_{21}$	-495235,167	$a_{21}$	1,4626
$b'_{12}$	-823012,828	$a_{12}$	1,4388	$b'_{22}$	-1002790,508	$a_{22}$	0,7407
$b'_{13}$	-666036,322	$a_{13}$	- 0,7117	$b'_{23}$	-760586,126	$a_{23}$	0,1001
$b'_{14}$	-239214,998	$a_{14}$	-0,0359	$b'_{24}$	-256071,368	$a_{24}$	-0,7571
$b'_{15}$	-32165,592	$a_{15}$	0,0382	$b'_{25}$	-32283,623	$a_{25}$	0,0017
Senzor „3“				Senzor „4“			
$b'_{31}$	-93066,596	$a_{31}$	0,5371	$b'_{41}$	38100648,573	$a_{41}$	1,6382
$b'_{32}$	-185019,858	$a_{32}$	1,6033	$b'_{42}$	83122766,787	$a_{42}$	3,3345
$b'_{33}$	-137168,332	$a_{33}$	1,0606	$b'_{43}$	67989124,098	$a_{43}$	- 0,1217
$b'_{34}$	-44879,085	$a_{34}$	0,1572	$b'_{44}$	24710236,061	$a_{44}$	0,1777
$b'_{35}$	-5456,128	$a_{35}$	-0,2018	$b'_{45}$	3367026,496	$a_{44}$	-0,5585

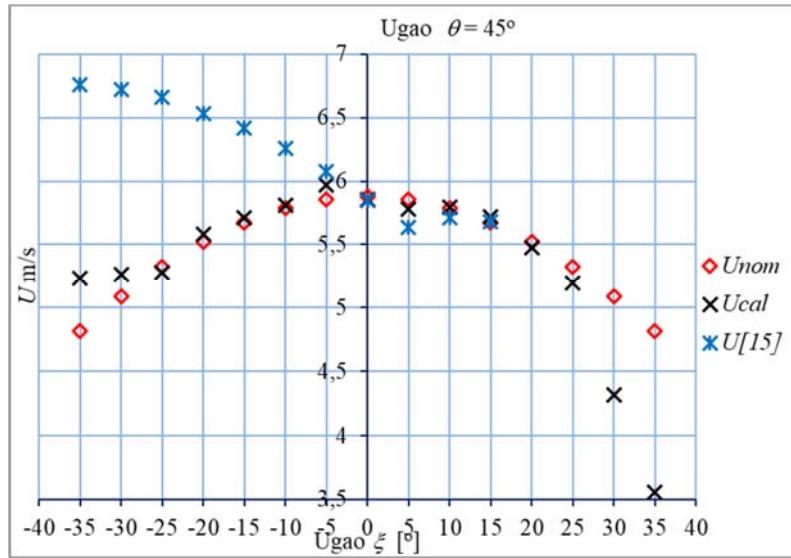
Očigledno je da je drugi podprogram matematičkog modela tj. algoritam „*tri protiv jedan*“ mnogo tačniji za više vrijednosti ugla  $\xi$  u odnosu na metod prezentovan u [15].

Metod prezentovan u [15] ( $U[15]$ ) koristi samo dva rješenja sistema jednačina (4.32) (to su rješenja sistema jednačina  $S_1$  i  $S_2$ ) selektujući ono koje je tačnije.

Nesavršenost primjenjenih zakona hlađenja, prilikom obrade eksperimentalnih rezultata mjerjenja, drugim podprogramom prezentovanog matematičkog modela, ne utiče podjednako na svaki od četiri podsistema jednačina (4.32). Što god je vektor brzine fluida  $\vec{V}_R$  više poravnat sa osom pojedinih senzora biće i veća greška zbog kalibracione procedure i obrnuto, što god je napadni ugao vektora brzine u pravcu ose sonde manji to će se rješenja četri podsistema jednačina (4.32) manje razlikovati.



a.



b.

Sl. 5.15. Poređenje tačnosti određivanja  $U$  komponente vektora brzine  $\vec{V}_R$  dobijenih pomoću algoritma „tri protiv jedan“ ( $U_{cal}$ ) i metoda prezentovanog u [15] ( $U$  [15]) za  $\theta = 45^\circ$ : a. u opsegu  $-30^\circ \leq \xi \leq 30^\circ$ , b. u opsegu  $-35^\circ \leq \xi \leq 35^\circ$  [100]

Sa porastom napadnog ugla vektora brzine  $\vec{V}_R$  u odnosu na osu sonde, ose pojedinih senzora će biti više ili manje poravnate sa pravcem vektora brzine  $\vec{V}_R$ , što će uticati na tačnost rješenja pojedinih podsistema jednačina (4.32). Drugim riječima tačnost jednih podsistema jednačina će rasti, a drugih opadati. Što god je veći broj podsistema jednačina imaćemo veću mogućnost da nađemo ono rješenje koje je najtačnije. Ovo je razlog zašto je drugi podprogram prezentovanog matematičkog modela tj. algoritam „tri

*protiv jedan*“ pokazivao veću tačnost od metoda prezentovanog u [15] za više vrijednosti napadog ugla  $\xi$ .

Iz prezentovanih rezultata se takođe može vidjeti da je u velikom broju slučajeva, bar jedno od četiri rješenja podsistema jednačina (4.32) tačnije od konačnog rješenja dobijenog algoritmom „*tri protiv jedan*“. Ovo ukazuje na mogućnost da bi se formiranjem još kompleksnijeg algoritma od prezentovanog mogla postići i veća tačnost što će biti predmet daljih istraživanja.

## **6. ZAKLJUČAK I NOVI ISTRAŽIVAČKI ZADACI**

### **6.1. Poređenje dobijenih rezultata numeričkih simulacija i eksperimentalnih mjerena sa postavljenom hipotezom**

Provedenim numeričkim simulacijama prezentovanim matematičkim modelom rada *hot-wire-a* konstantne temperature kao i uspješnim određivanjem komponenti vektora brzine fluida iz rezultata eksperimentalnih mjerena potvrđene su tvrdnje postavljene u hipotezi disertacije.

Za svaki od senzora *hot-wire-a* formirana je odgovarajuća nelinearna jednačina koja je opisivala zavisnost promjene električnog otpora senzora od promjene intenziteta i pravca vektora brzine fluida.

Iz jednačina za senzore formirana su četiri nelinearna sistema jednačina sa po tri nelinearne jednačine. Iz rezultata numeričkih testiranja matematičkog modela [97], [98], [99] i [100], vidljivo je da su rješenja ovih sistema nelinearnih jednačina omogućavala maksimalno do osam mogućih različitih rješenja za vektor brzine fluida od kojih je samo jedno fizikalno ispravno. Numeričke simulacije provedene matematičkim modelom, pokazale su da se fizikalno ispravno rješenje tj. vektor brzine fluida može identifikovati u dosta širokoj oblasti napadnih uglova vektora brzine, čak i izvan oblasti granice jedinstvenog rješenja i to za različite konstrukcije *hot-wire* sondi, pri čemu je ponašanje senzora u sondi sa četiri senzora izloženih strujanju fluida proizvoljnog pravca i intenziteta bilo opisano jednačinama *King-a* (1.24) i *Jorgensen-a* (1.31). U prezentovanim simulacijama pokazalo se da je fizikalno ispravno rješenje ono koje egzistira kao rješenje u sva četiri sistema nelinearnih jednačina, čime su potvrđene postavljene hipoteze.

Rad predloženog matematičkog modela rada *hot-wire-a* i algoritma „*tri protiv jedan*“ testiran je i na realnim podacima dobijenim eksperimentalnim mjeranjima, i to kad je matematički model, odnosno njegov drugi podprogram zasnovan na različitim jednačinama koje definišu vezu između promjene napona na senzorima *hot-wire-a* i promjene pravca i intenziteta vektora brzine. Dobijeni rezultati, u oba testa, pokazali su da u praksi on uspješno može da identificuje vektor brzine fluida u dosta širokoj oblasti napadnih uglova. Bolje rezultate pokazao je test matematičkog modela odnosno njegovog prvog iteracionog ciklusa drugog podprograma i algoritma „*tri protiv jedan*“ zasnovan na tzv. *generalisanom zakonu hlađenja*, zbog veće tačnosti pri određivanju kalibracionih koeficijenata.

## 6.2. Praktični i teorijski doprinos provedenih istraživanja

Sa matematičkim modelom rada *hot-wire-a*, biće moguće vršiti simulacije rada različitih konstrukcija *hot-wire-a* konstantne temperature sa četiri senzora, a njegov drugi podprogram i algoritam „*tri protiv jedan*“ omogućava novi način određivanja komponenti vektora brzine fluida iz podataka eksperimentalnih mjerena. U prezentovanom testu, tačnost rezultata dobijenih obradom eksperimentalnih podataka pomoću matematičkog modela bila je slična ili viša od tačnosti koja se može postići sa jednim od najboljih poznatih metoda. Osnovana prednost matematičkog modela u odnosu na upoređivani metod, je mogućnost analize dobijenih rješenja s ciljem identifikacije i odbacivanja onog koje najviše odstupa od srednje vrijednosti rješenja za obradu iz matematičkog modela.

Na osnovu rezultata obrade podataka eksperimentalnih mjerena, može se zaključiti da se matematičkim modelom može uspješno identifikovati vektor brzine fluida, sa velikom tačnošću u dosta širokoj oblasti mogućih napadnih uglova vektora brzine fluida. S obzirom na postignutu tačnost pri obradi rezultata eksperimentalnih mjerena, matematički model rada *hot-wire-a* odnosno njegov drugi podprogram i algoritam „*tri protiv jedan*“ može se primjenjivati za obradu rezultata mjerena *hot-wire anemometrima* sa četiri senzora, provođenje numeričkih simulacija rada *hot-wire-a* kad se ponašanje *hot-wire-a* izloženog strujanju fluida opisuje različitim jednačinama, itd. Pored toga, formirani matematički model, uz male izmjene, biće moguće koristiti i za druge sonde sa više senzora, kod kojih je moguće formiranje različitih kombinacija sondi sa tri senzora (sonde sa pet, šest i više senzora).

Matematički model rada *hot-wire-a* omogućava definisanje granica jedinstvenog rješenja za sonde različite konfiguracije sa četiri senzora, čime se može približno definisati ugaona oblast pouzdanog mjerena ovih sondi.

## 6.3. Novi istraživački zadaci

U narednom periodu predviđeno je testiranje rada matematičkog modela odnosno njegovog drugog podprograma i algoritma „*tri protiv jedan*“ nad eksperimentalnim podacima dobijenim mjeranjima u opsegu napadnih uglova sonde sa četiri senzora koji se nalaze na granici jedinstvenog rješenja za tu sondu i preko te granice. Takođe je predviđeno testiranje drugog podprograma predloženog matematičkog modela rada *hot-wire-a* i algoritma „*tri protiv jedan*“ na sondama sa 5 i više senzora, za što će biti potrebne izvjesne modifikacije matematičkog modela odnosno njegovog drugog

podprograma i algoritma „*tri protiv jedan*“. Iz prezentovanih rezultata se takođe može vidjeti da je u velikom broju slučajeva, bar jedno od četiri rješenja podsistema jednačina (4.32) tačnije od konačnog rješenja dobijenog algoritmom „*tri protiv jedan*“. Ovo ukazuje na mogućnost da bi se formiranjem još kompleksnijeg algoritma od prezentovanog mogla postići i veća tačnost što će biti predmet daljih istraživanja.

## 7. LITERATURA

- [1] A. Singha and R. Sadr, "In situ calibration of foru-wire hot -wire probe for atmospeheric measurement," *Experimental Thermal and Fluid Science*, vol. 44, pp. 82-89, 2013.
- [2] P. V. Vukoslavčević and J. M. Wallace, "Using direct numerical simulation to analyze and improve hot-wire probe sensor and array configuration for simultaneous measurement of the velocity vector and the velocity gradient tensor," *Phisics of Fluids*, vol. 25, 2013.
- [3] A. Talamelli, A. Segalini, R. Orlu, P. Schlatter and H. M. Alferedsson, "Correcting hot-wire spatial resolution effects in third- and fourthorder," *Exp Fluids*, vol. 54:1496, 2013.
- [4] E. Özahi, M. Ö. Çarpinlioğlu and M. Y. Gündö, "Simple methods for low speed calibration of hot-wire anemometers," *Flow Measurement and Instrumentation*, vol. 21, pp. 166-170, 2010.
- [5] S. S. Sattarzadeh, A. Kalpakli and R. Örlü, "Hot-wire calibration at low velocities: Revisiting the vortex shedding method," *Hindawi Publishing Corporation*, vol. 2013, p. 6, 2013.
- [6] P. Freymuth, Bibliography of Thermal Anemometry, TSI Incorporated, 1992.
- [7] M. L. Fingerson, "Thermal anemometry, current state, and future directions," *Rev. Sci. Instrum*, vol. 65 (2), pp. 285-301, 1994.
- [8] L. V. King, "On the convection of hheat from small cylinders in a stream of fluid: Determinationof the convection constants of small platinum wires with applicationst to hot-wire anemometry," *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, vol. 214, pp. 373-432, 1914.
- [9] C. P. Stainback and A. K. Nagabushana, "Review of hot-wire anemometry techniques and the range of their applicability for various flows," *Electronic Journal of Fluids Engineering, Transactions of the ASME*, vol. 167, pp. 1-54, 1993.
- [10] J. Boussinesq, "An equation for the phenomena of heat convection and an estimate of the cooling power of fluids," *Journal de Mathematiques*, vol. 1, no. 285-332, 1905.
- [11] W. Nunes dos Santos, "Advances on the hot wire technique," *Journal of the*

*European Ceramic Society*, vol. 28, p. 15–20, 2008.

- [12] M. F. N. Al-Deen and H. H. Bruun, "A comparative study of single normal, X type and split-film anemometer probe measurements," *Meas. Sci. Technol.*, vol. 8, p. 885–893, 1997.
- [13] G. Comte-Bellot, "Hot-wire anemometry," *Annu. Rev. Fluid Mech.*, pp. 209-231, 1976.
- [14] I. Lekakis, "Calibration and signal interpretation for single and multiple hot-wire/hot-film probes," *Meas. Sci. Technol.*, vol. 7, pp. 1313-1333, 1996.
- [15] P. V. Vukosljević and D. V. Petrović, Multiple hot-wire probes, measurements of turbulent velocity and vorcity vector fields, Podgorica: Montenegrin Academy of Science and Arts, 2000.
- [16] C. Tropea, A. L. Yarin and J. F. Foss, Springer handbook of experimental fluid mechanics, Springer Handbook, 2007.
- [17] C. D. Collis and J. M. Williams, "Two-dimensional convection from heated wires at low Reynolds numbers," *J. Fluid Mech.*, pp. 357-384, 1959.
- [18] Bruun, Hot-wire anemometry, principles and signal analysis, Oxford, New York, To0kiyo: Oxford University press, 1996.
- [19] G. Buresti and A. Talamelli, "On the error sensitivity of calibration procedures for normal hot-wire probes," *Meas. Sci. Technol.*, vol. 3, pp. 17-26, 1992.
- [20] H. H. Bruun, .. A. M. Khan, H. H. Al-Kayiem and A. A. Fardad, "Velocity calibration relationships for hot-wire anemometry," *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, vol. 21, pp. 225-232, 1988.
- [21] H. F. Champagne, A. C. Sleicher and H. Wehrmann, "Turbulence measurements with inclined hot-wires, Part 1. Heat transfer experiments with inclined hot-wire," *J. Fluid Mech.*, Vols. 28, part 1, pp. 153-175, 1967.
- [22] G. C. A. Webster, "A note on the sensitivity to yaw of a hot-wire anemometer," *J. Fluid Mech.*, pp. 307-312, 1962.
- [23] H. H. Bruun, "Interpretation of hot-wire probe signals in subsonic airflows," *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, vol. 12, pp. 1116-1128, 1979.
- [24] J. R. Adrian, E. R. Johnson, B. G. Jones, P. Merati and A. T.-C. Tung, "Aerodynamic disturbances of hot-wire probes and directional sensitivity," *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, vol. 17, pp. 62-71, 1984.

- [25] H. H. Bruun, N. Nabhani, H. H. Al-Kayiem, A. A. Fardad, A. M. Khan and E. Hogarth, "Calibration and analysis of X hot-wire probe signals," *Meas. Sci. Technol.*, vol. 1, pp. 782-785, 1990a.
- [26] H. H. Bruun, N. Nabhani, A. A. Fardad and H. H. Al-Kayiem, "Velocity component measurements by X hot-wire anemometry," *Meas. Sci. Technol.*, vol. 1, pp. 1314-1321, 1990b.
- [27] F. E. Jørgensen, "The computer-controlled constant-temperature anemometer. Aspects of set-up, probe calibration, data acquisition and data conversion," *Meas. Sci. Technol.* 7, vol. 7, p. 1378, 1996.
- [28] S. A. Sherif and R. H. Pletcher, "An analytical procedure for predicting the response of constant temperature hot-wire and film anemometers," *Measurement*, pp. 193-20125, 1999.
- [29] J. P. Moro, P. V. Vukoslavčević and V. Blet, "A method to calibrate a hot-wire X-probe for applications in low-speed, variable-temperature flow," *Meas. Sci. Technol.*, vol. 14, p. 1054–1062, 2003.
- [30] A. van Dijk and F. Nieuwstadt, "The calibration of (multi-)hot-wire probes. 2. Velocity-calibration," *Experiments in Fluids* , vol. 36, pp. 550-564, 2004.
- [31] L. Paulsen, "Triple hot-wire technique for simultaneous measurements of instantaneous velocity components in turbulent flows," *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, vol. 16, p. 554, 1983.
- [32] K. Wittmer, W. Devenport and J. Zsoldos, "A four-sensor hot-wire probe system for three-component velocity measurement," *Experiments in Fluids*, vol. 24, pp. 416-423, 1998.
- [33] M. Acrivellis, "Measurements by means of triple-sensor probes (turbulent flows)," *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, vol. 13, pp. 986-992, 1980.
- [34] J. Andreopoulos, "Improvements of the performance of triple hot wire pobes," *Rev. Sci. Instrum.*, vol. 54, pp. 733-740, 1983.
- [35] K. Mathioudakis and F. A. E. Breugelmans, "Use of triple hot wires to measure unsteady flows with large direction changes," *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, vol. 18, pp. 414-419, 1985.
- [36] I. C. Lekakis, R. J. Adrian and B. G. Jones, "Measurement of velocity vectors with orthogonal and non-orthogonal triple-sensor probes," *Experiments in Fluids* 7, vol. 7, pp. 228-240, 1989.

- [37] J. Bruns and P. Dengel, "A miniature triple hot-wire probe for wall bounded flows," *Experiments in Fluids*, vol. 24, pp. 479-488, 1998.
  - [38] L. Pompeo and H. Thomann, "Quadruple hot-wire probes in a simulated wall flow," *Experiments in Fluids*, vol. 14, no. 3, pp. 145-152, 1993.
  - [39] Y. Zhu and R. A. Antonia, "Spatial resolution of a 4-X-wire vorticity probe," *Meas. Sci. Technol.*, vol. 7, pp. 1492-1497, 1996.
  - [40] P. Vukoslavčević, "A hot-wire probe configuration and data reduction method to minimize velocity gradient errors for simultaneous measurement of three velocity components in turbulent flows," *Exp. Fluids.*, vol. 53, pp. 481-488, 2012.
  - [41] M. Samet and S. Einaval, "Directional sensitivity of unplied slanted-wire probes," *Rev. Sci. Instrum.*, vol. 58, pp. 835-843, 1987.
  - [42] A. A. M. Moulin, M. M. Gaster, C. Woodburn and J. R. Bar, "A directionally sensitive hot-wire anemometer," *Experiments in Fluids*, vol. 22, pp. 458-462, 1997.
  - [43] W. Kiihn and B. DreDler, "Experimental investigations on the dynamic behaviour of hot-wire probes," *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, vol. 18, pp. 614-622, 1985.
  - [44] M. Swaminathan, R. Bacic, G. Rankin and K. Sridhar, "Improved calibration of hot-wire anemometers," *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, vol. 16, pp. 335-338, 1983.
  - [45] K. Bremhorst and D. Gilmore, "Comparison of dynamic and static hot wire anemometer calibrations for velocity perturbation measurements," *Journal of Physics E: Scientific Instruments*, vol. 9, pp. 1097-1100, 1976.
  - [46] P. Mulhearn and J. Finnigan, "A simple device for dynamic testing of X-configuration hot-wire anemometer probes," *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, vol. 11, pp. 679-682, 1978.
  - [47] H. Bruun, "A note on static and dynamic calibration of constant-temperature hot-wire probes," *J. Fluid Mech.* (1976), Vols. 76, part 1, pp. 145-155, 1976.
  - [48] A. Perry and G. Morrison, "Static and dynamic calibrations of constant temperature hot-wire systems," *J. Fluid Mech.* (1971), vol. 47, Vols. 47, part 4, pp. 765-777, 1971.
  - [49] G. Morrison, A. Perry and A. Samuel, "Dynamic calibration of inclined and crossed hot wires," *J. Fluid Mech.*, Vols. 52, part 3, pp. 465-474, 1972.
  - [50] R. Lueptow, K. Breuer and J. Haritonidis, "Computer-aided calibration of X-
-

probes using a look-up table," *Experiments in Fluids*, vol. 6, pp. 115-118, 1988.

- [51] M. Samet and S. Einav, "A hot-wire technique for simultaneous measurement of instantaneous velocities in 3D flows," *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, vol. 20, pp. 683-690, 1987b.
- [52] G. Lemonis and T. Dracos, "A new calibration and data reduction method for turbulence measurement by multihotwire probes," *Experiments in Fluids*, vol. 18, pp. 319-328, 1995.
- [53] F. Stellay, G. Gujz and D. Barbagallo, "A general approach for multiple-sensor hot-wire probes," *Meas. Sci. Technol.*, vol. 8, pp. 422-428, 1997.
- [54] H. Bruun and C. Tropea, "The calibration of inclined hot-wire probes," *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, vol. 18, pp. 405-413, 1985.
- [55] A. Abdel-Rahman, G. Hitchman, P. Slawson and A. Strong, "An X-array hot-wire technique for heated turbulent flows of low velocity," *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, vol. 22, pp. 638-644, 1989.
- [56] O. M. Bakken and P.-A. Krogstad, "A velocity dependent effective angle method for calibration of X-probes at low velocities," *Experiments in Fluids*, vol. 37, pp. 146-152, 2004.
- [57] A. Abdel-Rahman, "On the yaw-angle characteristics of hot-wire anemometers," *Now Meas. Instrum.*, Vols. 6, No.4, pp. 271-278, 1995.
- [58] M. Samet and S. Einav, "Directional sensitivity of unplied normal-wire probes," *Rev. Sci. Instrum.*, vol. 56 (12), pp. 2299-2305, 1985.
- [59] F. E. Jorgensen, "Directional sensitivity of wire and fiber film probes," DISA-Information Report No. 11, 1971.
- [60] H. H. Bruun and C. Tropea, "S.F.B. 80 Report No. M-170," Karlsruhe University, Karlsruhe, November 1980.
- [61] F. Champagne and C. A. Sleicher, "Turbulence measurements with inclined hot-wires Part 2. Hot-wire response equations," *J. Fluid Mech.*, Vols. 28, part 1, pp. 177-182, 1967b.
- [62] G. Comte-Bellot, A. Strohl and E. Alcaraz, "G. Comte-Bellot, A. Strohl and E. Alcaraz," *Journal of Applied Mechanics*, vol. 38, no. 4, pp. 767-774, 1971.
- [63] A. E. Perry, "Hot-wire Anemometry," Calredon, Oxford, 1982, pp. 93-150.

- [64] W. W. Willmarth and T. J. Bogar, "Survey and new measurements of turbulent structure near the wall," *The Physics of Fluids*, vol. 20, no. 10, p. S9–S21, 1977.
  - [65] F. D. Johnson and H. Eckelmann, "Has a small-scale structure in turbulence been experimentally verified," *The Physics of Fluids*, Vols. 26, 2408, no. 9, 1983.
  - [66] Y. Chew and S. Ha, "The directional sensitivities of crossed and triple hot-wire probes," *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, vol. 21, pp. 613-620, 1988.
  - [67] A. M. Al-Garn, "Low speed calibration of hot-wire anemometers," *Flow Measurement and Instrumentation*, vol. 18, pp. 95-98, 2007.
  - [68] K. Bremhorst, "Measurement of instantaneous fluid temperature and two fluid velocity components using hot-wire anemometers," *IEEE transactions on instrumentation and measurement*, pp. 96-97, 1974.
  - [69] S. Tewari and Y. Jaluria, "Calibration of constant-temperature hot-wire anemometers for very low velocities in air," *Rev. Sci.Instrum.*, vol. 61 (12), pp. 3834-3845, 1990.
  - [70] J. V. J. H. Lienhard V and K. N. Helland, "An experimental analysis of fluctuating temperature measurements using hot-wires at different overheat," *Experiments in Fluids* 7, vol. 7, pp. 265-270, 1989.
  - [71] H. Bruun, "On the temperature dependence of constant temperature hotwire probes with small wire aspect ratio," *Journal of Physics E: Scientific Instruments*, vol. 8, pp. 972-951, 1975.
  - [72] A. Abdel-Rahman, C. Tropea, P. Slawson and A. Strong, "On temperature compensation in hot-wire anemometry," *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, vol. 20, pp. 315-319, 1987.
  - [73] D. C. Collis and M. J. Williams, "Two-dimensional convection from heated wires at low Reynolds numbers," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 6, no. 3, pp. 357-384, 1959.
  - [74] A. Abdel-Rahman, "On temperature and yaw-angle sensitivities of hot-wire probes," *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, vol. 21, pp. 720-721, 1988.
  - [75] M. Hultmark and A. J. Smits, "Temperature corrections for constant temperature and constant current hot-wire anemometers," *Meas. Sci. Technol.*, vol. 21, p. 4, 2010.
  - [76] N. K. Tutu and R. Chevray, "Cross-wire anemometry in high intensity turbulence," *J. Fluid Mech.*, vol. 71, pp. 785-800, 1975.
-

- [77] J. Andreopoulos, "Statistical errors associated with probe geometry and turbulence intensity in triple hot-wire anemometry," *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, Vol. 1.6, 1983., vol. 16, pp. 1264-1271, 1983.
- [78] A. Shabbir, P. Beuther and W. K. George, "X-wire response in turbulent flows of high-intensity turbulence and low mean velocities," *Experimental Thermal and Fluid Science*, vol. 12, pp. 52-56, 1996.
- [79] P. Vukoslavčević, D. Petrović and J. Wallace, "An analytical approach to the uniqueness problem of hot-wire probes to measure simultaneously three velocity components," *Meas.Sci.Technol.*, vol. 15, pp. 1848-1854, 2004.
- [80] J. Bhatia, F. Durst and J. Jovanović, "Corrections of hot-wire anemometer measurements near walls," *J. Fluid Mech.*, vol. 122, pp. 411-431, 1982.
- [81] O. Turan, R. Azad and T. Atamanchuk, "Wall effect on the hot-wire signal without flow," *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, vol. 20, pp. 1278-1280, 1987.
- [82] M. Nishioka, "Hot-wire technique for measuring velocities at extremely low wind-speed," *Bulletin of JSME*, vol. 16, pp. 1887-1899, 1973.
- [83] E. Alcaraz and J. Mathieu, "Mesure des vitesses moyennes pres d'une paroi par anemométrie à fil chaud," *C.R. Acad. Sci. Paris*, vol. A 280, pp. 737-740, 1975.
- [84] F. Gessner and G. Moller, "Response behaviour of hot wires in shear flow," *J. Fluid Mech.*, Vols. 47, part 3, pp. 449-468, 1971.
- [85] A. Tsinober, E. Kit and T. Dracos, "Experimental investigation of the field of velocity gradients in turbulent flows," *J. Fluid Mech.*, vol. 242, pp. 169-192, 1992.
- [86] M. Khan, K. MacKenzie and H. Bruun, "The effects of blockage correction in hot-wire probe calibration facilities," *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, vol. 20, pp. 1031-1035, 1987.
- [87] B. J. Hoole and J. R. Calvert, "The use of a hot wire anemometer in turbulent flows," *The Aeronautical Journal*, vol. 71, no. 679, pp. 511-513, 1967.
- [88] N. Ko and P. Davies, "Interference effect of hot wires," *IEEE transactions on instrumentation and measurement*, pp. 76-78, 1971.
- [89] W. W. Willmarth, "Geometric interpretation of the possible velocity vectors obtained with multiple-sensor probes," *Phys. Fluids*, vol. 28 (2), pp. 462-465, 1985.

- [90] K. Dobbeling, B. Lenze and W. Leuckel, "Basic considerations concerning the construction and usage of multiple hot-wire probes for highly turbulent three-dimensional flows," *Meas. Sci. Technol.*, vol. 1, pp. 924-933, 1990b.
- [91] I. C. Lekakis, Coherent structures in fully developed turbulent pipe flow, Universituy of Illinois at Urbana Champaign, 1988.
- [92] K. Dobbeling, B. Lenze and W. Leuckel, "Computer-aided calibration and measurements with a quadruple hotwire probe," *Experiments in Fluids*, vol. 8, pp. 257-262, 1990a.
- [93] F. Holzapfel, B. Lenze and W. Leuckel, "Assessment of a quintuple hotwire measurement technique for highly turbulent flows," *Experiments in Fluids*, vol. 18, pp. 100-106, 1994.
- [94] H. Rosemann, R. Stager and H.-P. Kerplin, "Development and application of a quadruple hot-wire technique for turbulent flows," *Meas.Sci.Technol.*, vol. 7, pp. 1477-1491, 1996.
- [95] G. Pailhas and J. Cousteix, "Method for analyzing four-hot-wire probe measurements," *La Recherche Aerospatiale (English Edition)*, vol. 2, pp. 79-86, 1986.
- [96] D. Petrović, P. Vukoslavčević and J. Wallace, "Enlarging the uniqueness cone of the nine-sensor,T-configuratio probe measure the velocity vector and the velocity gradient tensor," *Meas.Sci.Technol.*, vol. 21, pp. 1-9, 2010.
- [97] V. Šajn, M. Kotur and F. Kosel, "Algortihm for velocity vector calculation for constant temperature hot-wire anemometer," in *Kuhljevi dnevi*, 2009.
- [98] V. Šajn, M. Kotur and F. Kosel, "Mathematical algorithm for calculating the velocitiy vectors of fluid by CTA in spherical coordinates," *Journal of Mechanics Engineering and Automation*, Vols. 2, number 8, pp. 476-486, 2012.
- [99] M. Kotur, F. Kosel and V. Šajn, "The mathematical algoritm for a multi-chanel CTA anemometer in spherical coordinates," in *DEMI 2013*, Banja Luka, 2013.
- [100] M. Kotur, P. Petrović and V. Šajn, "Determination of 3-D velocity field from the four hot-wire output signals using "Three against one" algorithm," *Thermal Science*, Vols. 22, No 1B, pp. 1-11, 2018.

## **P R I L O G**

**Dokaz o ispunjenosti dodatnih uslova za odbranu  
doktorske disertacije na Univerzitetu u Banjoj Luci**

(prema tački 1. Odluke o dodatnim uslovima za odbranu doktorske disertacije na Univerzitetu  
u Banjoj Luci, donesenoj od strane Senata Univeziteta u Banjoj Luci, broj 01/04-3.138-40/17,  
od 26.01.2017. godine)

# **THERMAL SCIENCE**

An international journal published by Society of Thermal Engineers of Serbia

Printed by Institute for Nuclear Sciences VINČA

Editor-in-Chief: Prof. Dr. Simeon Oka

POB 522, 11001 Belgrade, Serbia, Phone: +381-11-455-663, Fax: +381-11-6453-670

E-mail: [okasn@rcub.bg.ac.yu](mailto:okasn@rcub.bg.ac.yu)

Milovan Kotur

University of Banja Luka, Faculty of Mechanical Engineering  
Banja Luka, Republic of Srpska, Bosnia and Herzegovina

February, 1st 2018, Belgrade, Serbia

Dear Mr. Kotur,

It is my pleasure to confirm that your paper under the title:

DETERMINATION OF 3-D VELOCITY FIELD FROM THE FOUR HOT-WIRE  
OUTPUT SIGNALS USING „THREE AGAINST ONE “ALGORITHM

Milovan KOTUR, Pero PETROVIĆ, Viktor ŠAJN

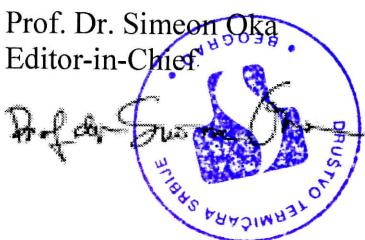
is accepted for publication in the journal Thermal Science.

Paper will be published in Vol.22. 2018.

In the mean time paper will be presented on the ***Online first*** list on our web site:  
<http://thermalscience.vinca.rs/online-first> and the web site of the National Library of Serbia:  
<http://www.doiserbia.nb.rs/issue.aspx?issueid=3057>, with its DOI number.

Sincerely Yours

Prof. Dr. Simeon Oka  
Editor-in-Chief



TR	UR	AD	PDF	REV	OŠ

Datum: 2/28/2018

## DETERMINATION OF 3-D VELOCITY FIELD FROM THE FOUR HOT-WIRE OUTPUT SIGNALS USING *THREE AGAINST ONE ALGORITHM*

by

***Milovan KOTUR<sup>a</sup>, Pero PETROVIĆ<sup>a</sup>, and Viktor ŠAJN<sup>b\*</sup>***<sup>a</sup> Faculty of Mechanical Engineering, University of Banja Luka, Banja Luka,  
Republic of Srpska, Bosnia & Herzegovina<sup>b</sup> Faculty of Mechanical Engineering, University of Ljubljana, Ljubljana, SloveniaOriginal scientific paper  
<https://doi.org/10.2298/TSCI170630237K>

*The advantage of “three against one” algorithm for determination of 3-D velocity field from the four hot-wires output signals is presented. Three tests of this algorithm, with differently defined dependence between velocity components and probe output signals are conducted. Test with generalized hot-wire cooling law shows better results in comparison to the test based on King-Jorgensen equations. It is shown that “three against one” algorithm has some advantage near the border of uniqueness range in comparison to the existing algorithms.*

**Key words:** *four sensors hot-wire probe, “three against one” algorithm, King-Jorgensen cooling law, generalized hot-wire cooling law*

### Introduction

Hot-wire anemometers (HWA) are intensively used to measure velocity vector components and temperature fluctuation in turbulent flows. They provide measurements in a wide fluid velocity range, with high accuracy and frequency response. Operation of a HWA is based on the dependence of sensor electrical resistance on temperature. In a flow field, hot-wire detects heat transfer from a heated sensors to its environment. The voltage output of a HWA is a non-linear function of fluid velocity components.

The dependence between output voltage and fluid velocity vector,  $\vec{V}_N$ , of the constant temperature HWA (CTA) according to King’s law is:

$$E^2 = A + B\vec{V}_N^p \quad (1)$$

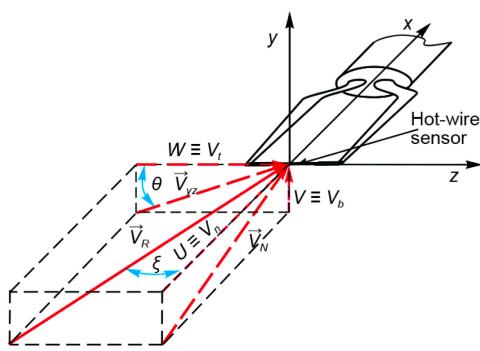
where  $\vec{V}_N$  is the velocity component perpendicular to the sensor longitudinal axis, fig. 1. The precise values of constants  $A$  and  $B$  should be determined experimentally. The constant  $p$  is dependent on the mechanism of forced convection flow and its value is between 0.35 and 0.5 [1].

Generally, when the orientation of velocity vector is optional, the influence of all three velocity components should be taken into account by replacing the normal component of fluid velocity vector  $\vec{V}_N$ , by so-called *effective cooling velocity*  $V_{\text{eff}}$ .

One definition of effective cooling velocity of the hot-wire, was suggested by Jorgensen [1]:

---

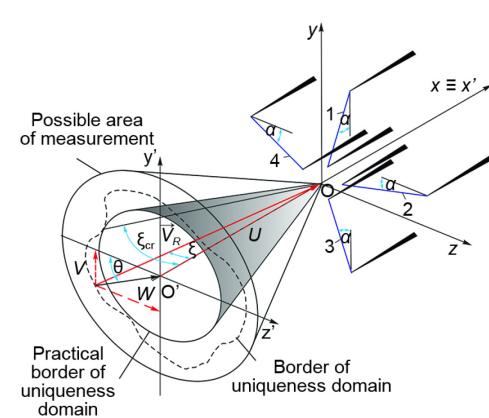
\* Corresponding author, e-mail: viktor.sajn@fs.uni-lj.si



**Figure 1.** Components ( $U$ ,  $V$ ,  $W$ ) of an arbitrary oriented fluid velocity vector,  $\vec{V}_r$ , on the hot-wire with normal sensor

hot-wire with an infinite long hot-wire sensor ( $k = 0$ ,  $h = 1$ ), Willmarth [2] showed that infinite number of possible fluid velocity vectors of various intensity and directions give the same response. Their tips are at the centre of the sensor and their tails lay on a cylinder of infinite length. In the case of hot-wire with two sensors inclined at  $45^\circ$ , an infinite number of possible fluid velocity vectors which give the same response are defined with intersection of the surfaces of two orthogonal cylinders. In the case of hot-wire with three orthogonal sensors, intersection of the surfaces of three orthogonal cylinders can occur at up to eight points *i. e.* eight velocity vectors that can produce a single set of three different signals.

A more realistic approach in the interpreting of multiple hot-wires signals based on Jorgensen effective cooling velocity, eq. (2), was conducted by Dobbeling *et al.* [3]. Probe behaviour is graphically represented by an affine contraction of a rotational ellipsoid. Similar conclusion related to the number of possible solutions can be obtained as presented in [2]. For "X" wire probes, there is an infinite number of solutions for the instantaneous fluid velocity vector. For three wire probes, commonly constructed with three orthogonal wires, in general up to eight different solutions exist, produce by a single set of three sensor signals.



**Figure 2.** Schematic view of uniqueness domain, for multi-sensor hot-wire probe, in Cartesian and spherical co-ordinates

$$V_{\text{eff}}^2 = V_n^2 + kV_t^2 + hV_b^2 \quad (2)$$

where  $V_n$  is the velocity component normal to the sensor, in the plane of the sensor and its supporting prongs (yaw plane),  $V_t$  – the velocity component tangential to the sensor, and  $V_b$  – a binormal velocity component in the plane perpendicular to the sensor and its supporting prongs (pitch plane, fig. 1). Coefficients  $k$  and  $h$  are determined experimentally. The  $U$  velocity component is also known as longitudinal and  $V_{vz}$  as span wise velocity component.

Willmarth [2] and Dobbeling *et al.* [3] presented an illustrative graphical analysis of the hot-wire response equation. For an ideal

hot-wire with two sensors inclined at  $45^\circ$ , an infinite number of possible fluid velocity vectors which give the same response are defined with intersection of the surfaces of two orthogonal cylinders.

In the case of hot-wire with three orthogonal sensors, intersection of the surfaces of three orthogonal cylinders can occur at up to eight points *i. e.* eight velocity vectors that can produce a single set of three different signals.

Generally, for any number of sensors included in a hot-wire probe, multiple solutions of the sensor response results can be obtained. These solutions define different velocity vectors for any specific set of anemometer output signals. This is known as *uniqueness* problem. During the last forty years, this problem was analysed by many researchers, and the results of new studies are presented in [4, 5].

Previous research showed that there exist a solution domain, known as uniqueness domain, where the velocity vector can be uniquely determined. The border of this domain depends on the orientation and number of hot-wire sensors. Schematic view of uniqueness domain, is shown in fig. 2. It is assigned by a dot line and bounded by the value of angle,  $\xi$ , that corre-

sponds to this line. The practical border of the uniqueness domain, where the solution is always unique for any value of angle  $\theta$ , is determined by the minimum or critical value of angle  $\xi$ ,  $\xi = \xi_{\text{cr}}$ .

Starting from eq. (2), Vukoslavčević *et al.* [4], showed that the practical border of the uniqueness domain, in the case of hot-wire probe with four sensors, can be defined:

$$\xi_{\text{cr}} = \pm \arctan \sqrt{\frac{2(\cos^2 \alpha + k \sin^2 \alpha)}{\sin^2 \alpha + k \cos^2 \alpha + h}} \quad (3)$$

In the case of a four-sensor ideal probe, for which we can adopt  $k = 0$ ,  $h = 1$  and sensor angle  $\alpha = 34^\circ$ , this equation give the value of critical angles of  $\xi_{\text{cr}} = 45.66^\circ$ .

Processing of experimental data of a four sensor hot-wire probe with sensor inclination angle of  $34^\circ$  are presented in this paper. In order to determine the velocity components from the four output signals a numerical algorithm known as *three against one* is used. Numerical test of this algorithm for virtual ideal hot-wire probe with four sensors, based on different definitions of effective cooling velocity (cosines law, Hinze equation, and Jorgensen equation) of the hot-wire is presented in [6-8].

Three tests of the algorithm are conducted, with two differently defined cooling laws (dependence between velocity and output signals), in order to find out which of them gives better results using real experimental data.

First test was based on King-Jorgensen cooling law eqs. (1) and (2). The fluid velocity components,  $V_n$ ,  $V_b$  and  $V_b$  in fig. 1, and the Cartesian components,  $U$ ,  $V$ , and  $W$ , in the case of sensors inclined under angle,  $\alpha$  fig. 2, are related by the following expressions:

$$\begin{aligned} V_{\text{eff}1,3}^2 &= (U \cos \alpha \mp V \sin \alpha)^2 + k_{1,3}(U \sin \alpha \pm V \cos \alpha)^2 + h_{1,3}W^2 \\ V_{\text{eff}2,4}^2 &= (U \cos \alpha \mp W \sin \alpha)^2 + k_{2,4}(U \cos \alpha \pm W \sin \alpha)^2 + h_{2,4}V^2 \end{aligned} \quad (4)$$

In the second test, the algorithm was based on so-called *generalised law of hot-wire cooling* [1]. Starting from the empirical law of Jorgensen, eq. (2), effective cooling velocity for the sensor  $i$  can be defined in the form:

$$V_{\text{eff}_i}^2 = c_{i1}U^2 + c_{i2}V^2 + c_{i3}W^2 + c_{i4}UV + c_{i5}UW + c_{i6}VW \quad (5)$$

where calibration coefficients  $c_{ij}$  ( $i = 1-4$ ,  $j = 1-6$ ) lumped together the influence of thermal contamination and geometrical imperfections. Dividing by  $c_{ij}$  this expression can be rearranged in the following form:

$$V_{\text{eff } g_i}^2 = U^2 + a_{i1}V^2 + a_{i2}W^2 + a_{i3}UV + a_{i4}UW + a_{i5}VW \quad (6)$$

The relation between the effective cooling velocity (6) and anemometer voltage outputs can be established by a fourth order polynomial fit:

$$V_{\text{eff } g_i}^2 = \sum_{k=1}^5 b_{ik} E_i^{j-1} \quad (7)$$

where constants  $a_{ik}$  and  $b_{ik}$  ( $i = 1-4$ ,  $k = 1-5$ ), should be determined in least square fit calibration procedures.

In the third test, the *three against one* algorithm based on *generalised law of hot-wire cooling* is compared to the one of the best known approach described in [1] (which is also based on *generalised law of hot-wire cooling*), using real experimental data for two ranges of angle  $\xi$ .

### Short description of the *three against one* algorithm

Detailed description of the *three against one* algorithm is given in [6-8]. In order to experimentally test it, this algorithm was a little modified. The position of fluid velocity vector,  $\vec{V}_r$ , is defined with two angles  $\xi$  and  $\theta$  (figs. 1 and 2).

The *three against one* algorithm, based on differently defined dependence between *effective cooling velocity*  $V_{\text{eff}}$  and output voltage, presented in [6-8], was originally composed of two subroutines. The first one [8], based on the eqs. (2), and (1) calculates corresponding set of output voltages for each sensor ( $E_1 - E_4$ ). The second subroutine has a task to unambiguously define the fluid velocity vector from the set of output voltages obtained from the first subroutine (reverse mapping).

A set of four output voltages from a four sensors hot-wire can be obtained experimentally for various pitch, yaw and combined pitch/yaw angles. From that reason we test only second subroutine of the *three against one* algorithm.

As presented in [6-8], the second subroutine of the *three against one* algorithm could have most two separated iterative cycles. Generally, both iterative cycles have the same basic elements which were shown in fig. 3. Based on eq. (1) (in the case of test King-Jorgensen) or on eq. (7) (in the case of *generalized law of hot-wire cooling*), and experimentally determined coefficients  $A$ ,  $B$  (in the case of test King-Jorgensen), and  $b_{ik}$  (in the case of generalized hot-wire cooling law), second subroutine, first calculates effective cooling velocities at each of the four sensors. Then, based on the intensity of the these four effective cooling

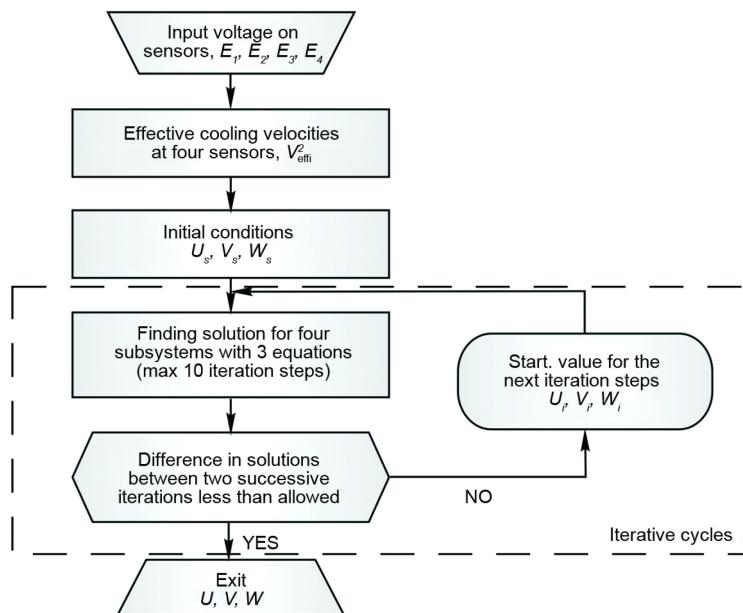


Figure 3. Basic elements of the *three against one* algorithm

velocities,  $V_{\text{eff}}^2$ ,  $U$ ,  $V$ , and  $W$ , the second subroutine should unambiguously define components  $U$ ,  $V$ , and  $W$  of the velocity vector,  $\vec{V}_R$  (fig. 2) by using the system of eq. (2) or eq. (6) which can be presented in general form:

$$\begin{aligned} Eq_1 : \quad & V_{\text{eff}1}^2 = f_1(U, V, W) \\ Eq_2 : \quad & V_{\text{eff}2}^2 = f_2(U, V, W) \\ Eq_3 : \quad & V_{\text{eff}3}^2 = f_3(U, V, W) \\ Eq_4 : \quad & V_{\text{eff}4}^2 = f_4(U, V, W) \end{aligned} \quad (8)$$

The system of eq. (8) is non-linear and has several solutions, of which only one is physically correct or, in other word, exists in the flow field. As we have three unknown parameters (components of intensity  $U$ ,  $V$ , and  $W$ ), from the system of eq. (8), we can create four different subsystems with three non-linear equations:

$$S1 = \begin{cases} Eq_2 \\ Eq_3 \\ Eq_4 \end{cases} \quad S2 = \begin{cases} Eq_1 \\ Eq_3 \\ Eq_4 \end{cases} \quad S3 = \begin{cases} Eq_1 \\ Eq_2 \\ Eq_4 \end{cases} \quad S4 = \begin{cases} Eq_1 \\ Eq_2 \\ Eq_3 \end{cases} \quad (9)$$

Each subsystem of non-linear eq. (9) is linearly independent from the others. In order to find a solution for each of the four subsystems of non-linear equations we use Newton's iterative methods. Theoretically, physically correct solution *i.e.* components of velocity vectors of four subsystems eq. (9), should be the same:

$$\begin{aligned} U &= U_1 = U_2 = U_3 = U_4 \\ V &= V_1 = V_2 = V_3 = V_4 \\ W &= W_1 = W_2 = W_3 = W_4 \end{aligned} \quad (10)$$

where indices 1, 2, 3, and 4 marks calculated components of fluid velocity vectors obtained from the four subsystems, eq. (9).

The *three against one* algorithm calculates starting values for the next iteration step, on the assumption that solution which most deviates from the mean value of the four obtained solutions in present step of iteration is discarded as physically inadequate. The mean value of solutions in each step of iteration  $l$  is defined by the following equations:

$$\bar{U}_{ml} = \frac{1}{4} \sum_{r=1}^4 U_{r,l}, \quad \bar{V}_{ml} = \frac{1}{4} \sum_{r=1}^4 V_{r,l}, \quad \bar{W}_{ml} = \frac{1}{4} \sum_{r=1}^4 W_{r,l} \quad (11)$$

where indexes  $r$  ( $r = 1-4$ ) represents solution of corresponding subsystem of eq. (9), (calculated value of  $U$ ,  $V$ , and  $W$ ) in the  $l$  ( $l = 1-10$ ), step of iterations. The starting values for the next iteration step, are determined as the average value of the remaining three solutions of systems of eq. (9). The procedure is to be repeated until the difference between the starting values and the obtained solution, in present step of iteration, becomes less than allowed or after defined number of iterations. If after defined number of iterations (in this test, max number of iterations was limited on ten), difference between the starting values and the solutions does not become less then allowed, the last iteration is accepted as physical solution.

### Testing the *three against one* algorithm using experimental data

In order to minimize the influence of thermal contamination and flow blockade effects and focus the study on the *three against one* algorithm, a two sensor V-shaped probe, whose sketch is shown in fig. 4(a), and photo in fig. 4(b) is used.

The sensors are assigned in accordance with the assignment given in fig. 2. The response of sensors 1 and 3 is obtained by rotating the probe for 90° and repeating the pitch and yaw variation. This approach is possible in the probe calibration procedure only, because the probe is calibrated in uniform steady-flow. The advantage of this approach is that the thermal and flow blockade influence of sensor 1 and 3 on sensors 2 and 4, and *vice versa*, are eliminated. In a case of taking the data in a turbulent flow all four sensors have to be used and calibrated simultaneously.

The probe dimensions are:  $a = 0.41$  mm and  $b = 0.61$  mm giving the inclination angle  $\alpha = 34^\circ$ . A 90% platinum and 10% rhodium, 2.5  $\mu\text{m}$  sensor wire is used.

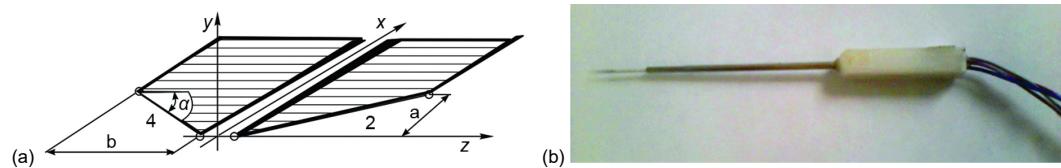


Figure 4. A sketch (a) and photo (b) of two sensor V-shaped probe

The probe is placed in a calibration apparatus shown in sketch of fig. 5. By variation of angle  $\xi$  and angle  $\theta$  a 3-D flow field  $U$ ,  $V$ , and  $W$  is induced:

$$U = V_R \cos \xi, \quad V = V_R \sin \xi \sin \theta, \quad W = V_R \sin \xi \cos \theta \quad (12)$$

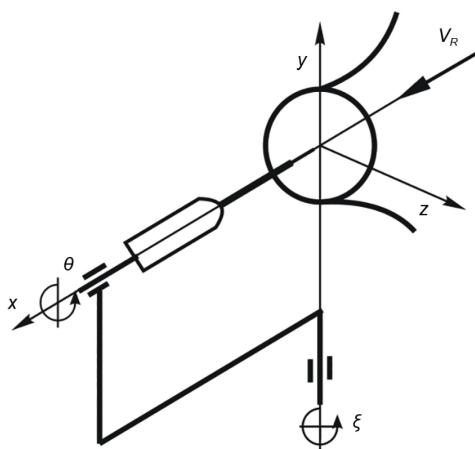


Figure 5. A schematic view of calibration apparatus

In the first two tests, angle  $\xi$  is varied in the range  $\pm 30^\circ$  with step of  $5^\circ$  and angle  $\theta$  in the range  $0-360^\circ$  with step of  $45^\circ$ . This way 76 calibration points, needed to determine the calibration coefficients, were obtained. For each value of angle  $\theta$ , the variation of angle  $\xi$  was repeated with the probe rotated for 90° in order to get the response of sensors 1 and 3. In the same way we conducted the third test, but in this test angle  $\xi$  is varied in the range  $\pm 35^\circ$  with step of  $5^\circ$ , giving 84 calibration points to determine new values of the calibration coefficients.

Probe is heated by a modified constant temperature anemometer circuits designed by AA Lab Systems with a frequency response of 50 kHz at 1.35 overheat ratio, what corresponds to approximate 290 °C sensor temperature. This

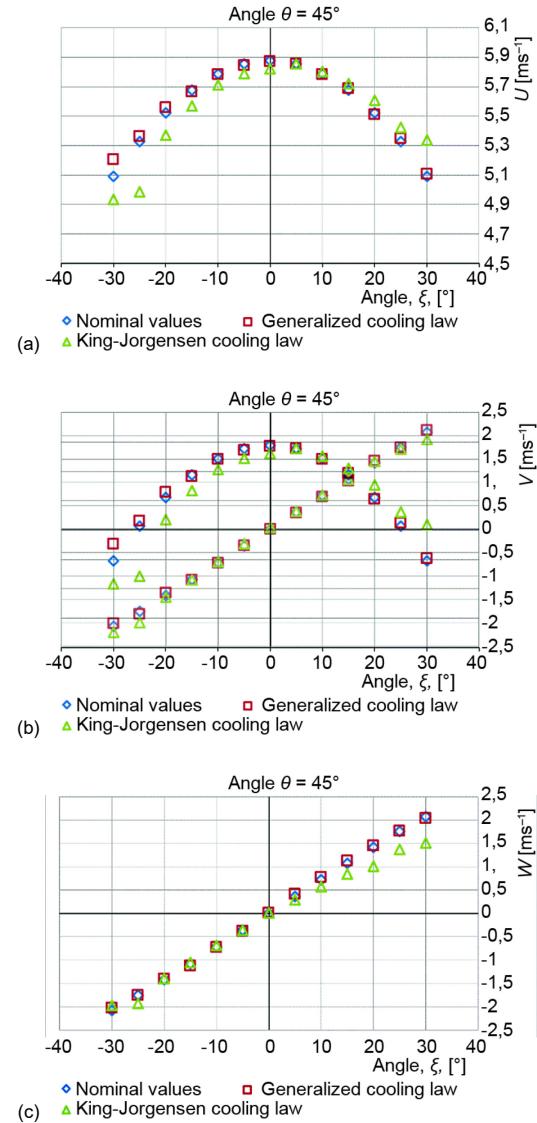
way a reasonable sensitivity with minimal sensor thermal contamination is provided. The data were processed using a data translation four channel A/D converter with 100 kHz sampling rate. The probe was calibrated in a potential core of the free round jet of open laboratory wind

tunnel, producing a steady air nozzle flow in the range of 0-30 m/s with a negligible turbulence level.

Magnitude of velocity was maintained constant by electronically controlled fan rotation rate on 2027 rpm (5.877 m/s). The calibration procedure was conducted according to [9] when the algorithm based on King-Jorgensen, eq. (1) and eq. (2), is tested *i. e.* [1] when the algorithm based on generalized hot-wire cooling law, eq. (6) and (7) is tested. Calibration coefficients  $A_i$ ,  $B_i$ ,  $k_i$  and  $h_i$  (in the case of King-Jorgensen test), and  $a_{ik}$ ,  $b_{ik}$  (in the case of generalized hot-wire cooling law), were determined by least square fittings.

The comparison of measured values of the three velocity components obtained by *three against one* algorithm and nominal (induced) values for  $\theta = 45^\circ$  and various values of angle  $\xi$ , is given in fig. 6.

As it can be seen from fig. 6, the results of data processing by the *three against one* algorithm, for  $\theta = 45^\circ$ , and angle  $\xi$  in the range of  $-30^\circ$  to  $+30^\circ$ , in steps of  $5^\circ$ , based on *generalised cooling law* show much better agreement with induced (nominal) velocity than algorithm based on King-Jorgensen cooling law. This is particularly evident for the  $U$  velocity component and high values of  $\xi$ . One explanation for this should be sought in the fact that calibration coefficients in *generalised hot-wire cooling law*, include thermal contamination and geometrical imperfections lumped together. From the other side, in the presented *three against one* algorithm, based on King-Jorgensen cooling law, an averaged value of coefficients  $k_i$  and  $h_i$  ( $i = 1-4$ ), for all tested angles  $\theta$  and  $\xi$ , is used. It is known that the value of the coefficient  $k_i$  and  $h_i$  ( $i = 1-4$ ) are varied with the direction of velocity vector as it is stated in [10]. This fact causes that discrepancy between the induced and calculated velocity components especially at the higher values of angle  $\xi$ , for which the biggest difference between averaged and real value of coefficient  $k_i$  and  $h_i$  ( $i = 1-4$ ) is evident. Additional factor that could affect the accuracy of the results based on the equations of King and Jorgensen, eqs. (1), (2), and (4), is the value of the inclination sensor angles. An error in measuring of these angles is always present.

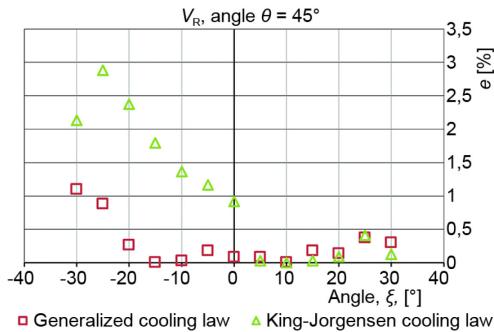


**Figure 6. The comparison of measured and induced values of  $U$ ,  $V$  and  $W$  components obtained by the *three against one* algorithm for  $\theta = 45^\circ$ ; (a)  $U$ -component, (b)  $V$ -component, (c)  $W$ -component**

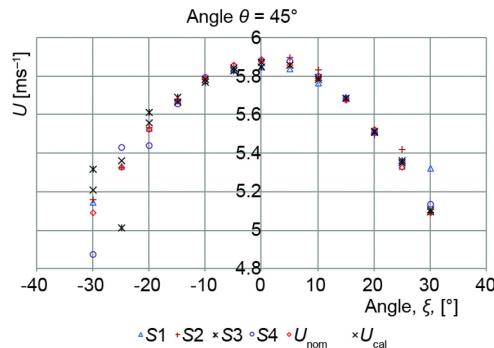
Figure 6 illustrates the comparison of measured and induced velocity components  $U$ ,  $V$ , and  $W$  for  $\theta = 45^\circ$ . The plots show the results for three different algorithms: Nominal values (blue diamonds), Generalized cooling law (red squares), and King-Jorgensen cooling law (green triangles). The x-axis for all plots is the angle  $\xi$  in degrees, ranging from -40 to 40. The y-axis for (a) is  $U$  [ $\text{ms}^{-1}$ ] from 4.5 to 6.1, for (b) is  $V$  [ $\text{ms}^{-1}$ ] from -2.5 to 2.5, and for (c) is  $W$  [ $\text{ms}^{-1}$ ] from -2.5 to 2.5. The plots show that the Generalized cooling law generally provides better agreement with nominal values compared to the King-Jorgensen cooling law, especially at higher angles  $\xi$ .

Relative error in magnitude of velocity vector determined by calculated components  $U$ ,  $V$ , and  $W$  by the *three against one* algorithm is shown in fig. 7. Relative error is calculated by the following equation:

$$\varepsilon = \frac{|V_R - V_{\text{Real}}|}{V_R} \cdot 100\% \quad (13)$$



**Figure 7.** Relative errors in calculating magnitude of velocity vector,  $\vec{V}_R$ , by the *three against one* algorithm, for  $\theta = 45^\circ$ , based on two different cooling law



**Figure 8.** The solutions of four subsystem of eq. (9), for  $U$  velocity component (solutions are marked with  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$ , and  $S_4$ ), nominal,  $U_{\text{nom}}$ , and final solution,  $U_{\text{cal}}$ , obtained by the algorithm *three against one* based on generalised cooling law

error. This is obvious from fig. 8. Similar situation is for  $\xi = -25^\circ$  and  $\xi = -20^\circ$ . This means that a possibility of discarding more than one solution in some cases should be analysed too.

The final solutions calculated by the algorithm *three against one* are obviously between obtained ends solutions *i.e.* can not be the worst one of the four subsystem of eq. (9). As it can be seen from fig. 8, with increasing of angle  $\xi$ , in general case, the differences between the four subsystem solutions of eq. (9) are getting bigger too. This is due to the imperfections of the cooling law for higher values of angle  $\xi$  for which the velocity vector can get

where  $\vec{V}_R$  is magnitude of velocity vector (nominal velocity), and  $V_{\text{Real}}$  – the calculated magnitude by the *three against one* algorithm based on generalized hot-wire cooling law and King-Jorgensen cooling law.

Figure 8 shows all solutions of four subsystem of eq. (9), for  $U$  velocity component (solutions are marked with  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$ , and  $S_4$ ), nominal,  $U_{\text{nom}}$ , or induced value and final solution,  $U_{\text{cal}}$ , obtained by the *three against one* algorithm, based on generalised cooling law in the range of  $\xi$  ( $-30^\circ \leq \xi \leq 30^\circ$ ) and  $\theta = 45^\circ$ .

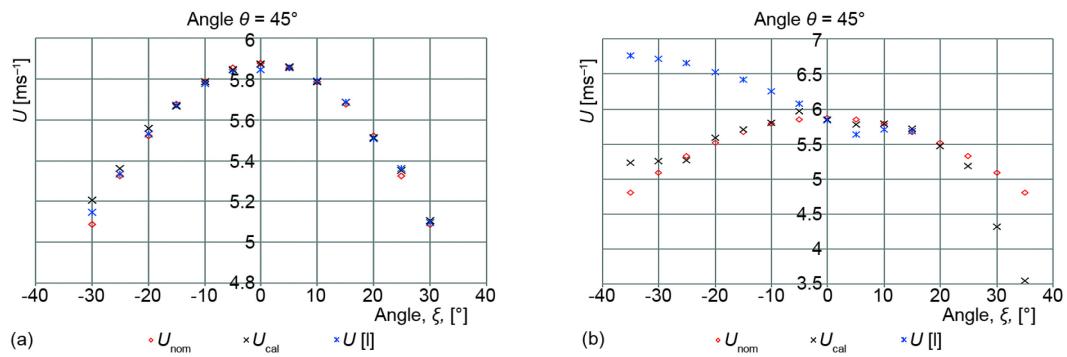
As it can be seen from fig. 8, for  $\xi = -30^\circ$ , algorithm *three against one*, discards the worst of subsystems of eq. (9) (the subsystem  $S_4$ , with relative error 4.45%), and from the rest three subsystems ( $S_1$ ,  $S_2$ , and  $S_3$ ) calculates the final value  $U_{\text{cal}}$  (as the mean solution of the obtained values from subsystem  $S_1$ ,  $S_2$ , and  $S_3$ ).

Final value  $U_{\text{cal}}$  (relative error 2.32%), can be in some cases obviously less accurate than a solution of some of the subsystems of eq. (9). For example, for  $\xi = -30^\circ$ , solution of subsystems  $S_1$  and  $S_2$  are more accurate than the final solution. It is clear from fig. 2 that sensors 1 and 2 are the most aligned with the velocity vector. So, the subsystems containing these two sensors will give the highest measurements errors.

more aligned with the axis of some of the three sensors in the subsystems of eq. (9). As a consequence some of the four subsystems will be more in error than the others.

Taking the maximal values of coefficients  $h_i$  and  $k_i$  ( $h_4 = 1.5$ ,  $k_4 = 0.165$ ), it follows from eq. (2) that the practical border of uniqueness range is  $\xi_{\text{cr}} = 41.21^\circ$  well above the maximal value of angle  $\xi$ . This means that all experimental measurements in this cases, are conducted inside the border of uniqueness domain and that the measurement errors are due to the imperfection of cooling laws only.

In the third test, the results obtained by the *three against one* algorithm for the  $U$ -velocity component are compared with the one of the best known approach described in [1], using real experimental data, for two ranges of angles  $\xi$  and  $\theta = 45^\circ$ . Both methods were based on generalised law of hot-wire cooling. The results, in a case when angle  $\xi$  change its value from  $-30^\circ$  to  $+30^\circ$ , in steps of  $5^\circ$  is shown, fig. 9(a), and in a case when angle  $\xi$  change its value from  $-35^\circ$  to  $+35^\circ$ , in steps of  $5^\circ$  is shown, fig. 9(b).



**Figure 9. The comparison of  $U$ -velocity component obtained by the *tree against one* algorithm ( $U_{\text{cal}}$ ), and method presented in [1] ( $U [I]$ ) for  $\theta = 45^\circ$ ; (a) in the region of  $-30^\circ \leq \xi \leq 30^\circ$ , (b) in the region of  $-35^\circ \leq \xi \leq 35^\circ$**

As can be seen from fig. 9(a) ( $-30^\circ \leq \xi \leq 30^\circ$ ) both methods have god accuracy in almost all measurement points. The results obtained by the method presented in [1] is slightly better for high negative  $\xi$ . That is not the case in the range of  $-35^\circ \leq \xi \leq 35^\circ$ , fig. 9(b), where in almost all measurement points (except for  $\xi = 1.5^\circ$ ), the *three against one* algorithm,  $U_{\text{cal}}$ , is more accurate. For  $\xi \geq 20^\circ$   $\xi \geq 20^\circ$  the accuracy can not be compared because the method presented in [1] did not converge. Similar results are obtained for the  $V$  and  $W$  velocity components in the range of  $-0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$ .

It is clear that *three against one* algorithm is more accurate if the higher values of angle  $\xi$  are included. For the difference from the *three against one* algorithm, method presented in [1],  $U [I]$ , uses only two of four possible sets of eq. (9), selecting only the more accurate one of two possible solutions.

The cooling law imperfection does not affect each set of eq. (9) to the same extent. The more is the velocity vector aligned to a sensor axis the higher will be the error due to the calibration procedure and *vice versa*. If the inclination angle of velocity vector toward the probe axis is small, each set of eq. (9) will give the results of similar accuracy. By increasing the velocity vector inclination angle some of the sets of sensors in eq. (9) will get more while the other will get less aligned with velocity vector. In other word the difference in accuracy of various sets of sensors will go up, one set will increase the accuracy while the other will de-

crease it. The more sets of eq. (9) we have available the higher is the probability to have one with the best accuracy. This is why the *three against one* algorithm is giving better results when the higher values of angle  $\xi$  are included. This algorithm discards the solution with the worse accuracy and take the mean values of the other three. In most cases, much better results will be achieved if the set with the best accuracy is selected only. It is clear from fig. 8 that in most cases, at least one such set always exist. A more complex algorithm providing this selection should be subject of further research.

### Conclusions

In the region near the border of uniqueness domain, the *three against one* algorithm showed some advantage in comparison to the one of the best known method presented in [1]. For the difference from this method, the *three against one* algorithm always converges. In the most of the points where both methods converge, the *three against one* algorithm gives better accuracy. Still, this accuracy is not high enough. One of the possibilities to increase it is to improve the algorithm of the selection of the best sensor combination. Rather than discarding the worse one and taking the mean of the other three, the choice of the best one is more promising, what should be the subject of further research.

In addition, it is confirmed that algorithm based on *generalized hot-wire cooling law* gives much better results than algorithm based on King-Jorgensen cooling law, even inside the border of uniqueness domain. A more refined calibration procedure in comparison to the generalised cooling law is necessary around and beyond the border of uniqueness domain. If such a method is developed the advantage of the *three against one* algorithm in this region will come to the first place. It will enable the right choice of physical among rather high number of non unique solutions.

### Acknowledgment

The authors thank Mr Petar Vukoslavčević, member of the Montenegrin Academy of Science and Art and full professor at the Faculty of Mechanical Engineering, University of Montenegro, for providing measuring equipment and conditions at the laboratory of the Faculty of Mechanical Engineering in Podgorica, as well as for his assistance in preparing of this article.

### Nomenclature

$A$	– calibration coefficient in King's law, [ $V^2$ ]	$U_{\text{nom}}$ – induced (nominal) component of velocity $U$ , [ $\text{ms}^{-1}$ ]
$a_{ik}$	– hot-wire generalised cooling law coefficients, [–]	$U_{\text{ml}}$ – mean value of solutions components of velocity $U$ , in each step of iteration $l$ , [ $\text{ms}^{-1}$ ]
$B$	– calibration coefficient in King's law, [ $V^2$ ]	$U_{rl}$ – solution for component of velocity $U$ , from subsystem of equation $r$ in each step of iteration $l$ , [ $\text{ms}^{-1}$ ]
$b_{ik}$	– hot-wire generalised cooling law coefficients, [–]	$V$ – $y$ component of fluid velocity, [ $\text{ms}^{-1}$ ]
$CTA$	– constant temperature anemometar	$V_b$ – binormal velocity component, [ $\text{ms}^{-1}$ ]
$c_{ij}$	– generalised law of hot-wire cooling calibration coefficients, [–]	$V_{\text{eff}}$ – fluid effective cooling velocity, [ $\text{ms}^{-1}$ ]
$E$	– voltage drop on hot-wire probe, [V]	$V_{\text{effg}}$ – generalised fluid effective cooling velocity, [ $\text{ms}^{-1}$ ]
$h$	– King-Jorgensen calibration coefficient for binormal velocity component, [–]	$V_N$ – component of velocity vector perpendicular to the sensor longitudinal axis, [ $\text{ms}^{-1}$ ]
$k$	– King-Jorgensen calibration coefficient for tangential velocity component, [–]	$V_n$ – velocity component normal to sensor, [ $\text{ms}^{-1}$ ]
$p$	– exponent in King's law, [–]	$V_{\text{ml}}$ – mean value of solutions components of velocity $V$ , in each step of iteration $l$ , [ $\text{ms}^{-1}$ ]
$U$	– $x$ component of fluid velocity, [ $\text{ms}^{-1}$ ]	
$U_{\text{cal}}$	– calculated component of velocity $U$ , [ $\text{ms}^{-1}$ ]	

$\vec{V}_R$	– fluid velocity vector, [ $\text{ms}^{-1}$ ]
$V_{\text{real } l}$	– calculated magnitude fluid velocity vector, [ $\text{ms}^{-1}$ ]
$V_{rl}$	– solution for component of velocity $V$ , from subsystem of equation $r$ in each step of iteration $l$ , [ $\text{ms}^{-1}$ ]
$V_t$	– tangential velocity component, [ $\text{ms}^{-1}$ ]
$V_z$	– spanwise velocity component, [ $\text{ms}^{-1}$ ]
$W$	– $z$ component of fluid velocity [ $\text{ms}^{-1}$ ]
$W_{ml}$	– mean value of solutions components of velocity $W$ , in each step of iteration $l$ , [ $\text{ms}^{-1}$ ]

$W_{rl}$  – solution for component of velocity  $W$ , from subsystem of equation  $r$  in each step of iteration  $l$ , [ $\text{ms}^{-1}$ ]

#### Greek symbols

$\alpha$	– hot-wire probe to prongs inclination angle, [°]
$\varepsilon$	– relative error in magnitude of velocity vector, [%]
$\theta$	– fluid velocity directional angle around x-axis, [°]
$\xi$	– fluid velocity directional angle around y-axis, [°]

## References

- [1] Vukoslavčević, V. P., Petrović, V. D., *Multiple Hot-Wire Probes*, Montenegrin Academy of Sciences and Arts, Podgorica, Montenegro, 2000
- [2] Willmarth, W., Geometric Interpretation of the Possible Velocity Vectors Obtained with Multiple-Sensor Probes, *Physics of Fluids*, 28 (1985), 2, pp. 462-465
- [3] Dobbeling, K., et al., Basic Considerations Concerning the Construction and Usage of Multiple Hot-Wire Probes for Highly Turbulent Three-Dimensional Flows, *Measurement Science and Technology*, 1 (1990), 9, pp. 924-933
- [4] Vukoslavčević, V., et al., An Analytical Approach to the Uniqueness Problem of Hot-Wire Probes to Measure Simultaneously Three Velocity Components, *Measurement Science and Technology*, 15 (2004), 9, pp. 1848-1854
- [5] Petrović, V. D., et al., Enlarging the Uniqueness Cone of the Nine-Sensor, T-Configuration Probe to Measure the Velocity Vector and the Velocity Gradient Tensor, *Measurement Science and Technology*, 21 (2010), 6, ID 065401
- [6] Šajn, V., et al., Algorithm for Velocity Vector Calculation for Constant Temperature Hot-Wire Anemometer, *Proceedings, Kuhljivi dnevi, Cerkle na Gorenjskem*, Slovenia, 2009, pp. 9-16
- [7] Šajn, V. et al., Mathematical Algorithm for Calculating the Velocity Vectors of Fluid by CTA in Spherical Coordinates, *Journal of Mechanics Engineering and Automation*, 2 (2012), 8, pp. 476-486
- [8] Kotur, M., et al., The Mathematical Algorithm for a Multi-Channel CTA Anemometer in Spherical Coordinates, *Proceedings, 11<sup>th</sup> Int. Conference DEMI 2013*, Banja Luka, Bosnia & Herzegovina, 2013, pp. 785-790
- [9] Bruun, H. H., et al., Calibration and Analysis of X Hot-Wire Probe Signals, *Measurement Science and Technology*, 1 (1990), 8, pp. 782-785
- [10] Chew, Y. T., Ha, S. M., The Directional Sensitivities of Crossed and Triple Hot-Wire Probes, *Journal of Physics E: Scientific Instruments*, 21 (1988), 6, pp. 613-620

# SADRŽAJ

UVOD .....	3
1. PRINCIP RADA HOT-WIRE ANEMOMETRA KONSTANTNE TEMPERATURE (CTA).....	5
1.1. Efektivna brzina hlađenja.....	12
1.2. Različite konfiguracije <i>hot-wire</i> -a i njihova namjena .....	15
1.3. Neke dobre i loše osobine <i>hot-wire</i> anemometara .....	19
1.4. Kalibracija sondi .....	20
1.5. Istraživanje zavisnosti koeficijenata $A, B, p, k$ i $h$ .....	23
1.6. Efekat promjene temperature fluida.....	41
1.7. Neki od faktora koji utiču na pouzdanost <i>hot-wire</i> mjerjenja .....	44
1.7.1. Rektifikacija.....	45
1.7.2. Dropout .....	46
1.7.3. Efekat <i>yaw</i> parametra $k$ .....	46
1.7.4. Blizina čvrste površine (zida) .....	46
1.7.5. Nejednaka raspodjela srednje brzine duž senzora .....	47
1.7.6. Elektronski „ <i>cross-talking</i> “.....	47
1.7.7. Zaprljanje senzora .....	48
1.7.8. Ostali faktori .....	48
2. OBLAST JEDINSTVENOG RJEŠENJA .....	50
2.1. Granice oblasti jedinstvenog rješenja različitih konstrukcija <i>hot-wire</i> sondi .....	50
3. HIPOTEZE DISERTACIJE .....	79
4. MATEMATIČKI MODEL RADA HOT-WIRE-A .....	80
4.1. Struktura matematičkog modela rada <i>hot-wire</i> -a .....	81
4.2. Opis prvog podprograma matematičkog modela .....	82
4.2.1. Određivanje komponenti vektora brzine $U$ , $V$ i $W$ .....	82
4.2.2. Određivanje efektivne brzine hlađenja na senzorima <i>hot-wire</i> -a .....	85
4.3. Opis drugog podprograma matematičkog modela rada <i>hot-wire</i> -a (program za određivanje vektora brzine).....	89
4.3.1. Selekcija numeričkih rješenja – algoritam „ <i>tri protiv jedan</i> “ .....	92
5. NUMERIČKE ANALIZE I EKSPERIMENT .....	97
5.1. Numerička analiza rada matematičkog modela <i>hot-wire</i> -a.....	97

---

5.2.	Obrada eksperimentalnih podataka drugim podprogramom matematičkog modela rada <i>hot-wire-a</i> .....	99
5.2.1.	Određivanje koeficijenata $A$ i $B$ iz <i>King</i> -ovog zakona.....	100
5.2.2.	Određivanje <i>yaw</i> ( $k$ ) i <i>pitch</i> ( $h$ ) koeficijenta.....	101
5.2.3.	Određivanje koeficijenata u <i>generalisanom zakonu hlađenja</i> .....	104
5.3.	Opis eksperimentalnih mjerena.....	104
5.4.	Eksperimentalna mjerena.....	106
5.5.	Rezultati obrade podataka eksperimentalnih mjerena prvog testa.....	109
5.5.1.	Vrijednosti koeficijenata u matematičkim modelima zasnovanim na jednačinama <i>King</i> -a i <i>Jorgensen</i> -a i <i>generalisanog zakona hlađenja</i> .....	109
5.5.2.	$U$ komponenta brzine .....	113
5.5.3.	$V$ komponenta brzine.....	116
5.5.4.	$W$ komponenta brzine .....	117
5.5.5.	Relativna greška određivanja intenziteta vektora brzine $\vec{V}_R$ na osnovu izračunatih vrijednosti njenih komponenti .....	118
5.6.	Rezultati obrade podataka eksperimentalnih mjerena drugog testa.....	120
5.6.1.	Izračunate vrijednosti koeficijenata u matematičkom modelu zasnovanom na <i>generalisanom zakonu hlađenja</i> .....	120
6.	ZAKLJUČAK I NOVI ISTRAŽIVAČKI ZADACI .....	124
6.1.	Poređenje dobijenih rezultata numeričkih simulacija i eksperimentalnih mjerena sa postavljenom hipotezom.....	124
6.2.	Praktični i teorijski doprinos provedenih istraživanja.....	125
6.3.	Novi istraživački zadaci .....	125
7.	LITERATURA .....	127
	P R I L O G .....	135
	Dokaz o ispunjenosti dodatnih uslova za odbranu doktorske disertacije na Univerzitetu u Banjoj Luci.....	136

## UVOD

Termički anemometri sa zagrijanim senzorom (*hot-wire*) u nauci i praksi prisutni su gotovo jedan vijek. Njihova široka primjena u istraživanju velikog broja prirodnih fenomena omogućila im je da još uvijek predstavljaju atraktivno polje i koristan alat za dalja istraživanja o čemu svjedoči i veliki broj naučnih radova objavljenih i u posljednjih 10 godina (npr. [1], [2], [3], itd.). U [4] se navodi da su „*hot-wire anemometri značajan instrument za mjerjenje u lamlarnim, prelaznim i turbulentnim strujanjima zbog njihove tačne interpretacije signala i jednostavnosti u upotrebi*“, a u [5], da su „*eksperimentalna istraživanja turbulentnih strujanja izvedena u posljednjem vijeku, u velikoj mjeri zahvaljujući hot-wire anemometriji koja je bez premca u odnosu na druge tehnike, posebno zbog velikog frekventnog odziva i vremenske rezolucije. Stoga se očekuje da se nastavi njen korišćenje u dolazećim dekadama za studije dinamike fluida, a takođe i da predstavlja referencu za ostale eksperimentalne metode*“.

Prema [6] i [7], prvi rad o termalnim anemometrima publikovan je 1817. godine (*Dulong et Petit*). Od tada pa do 1914. godine, kad je objavljen rad *King-a*, (koji se u većini do danas objavljenih istraživačkih radova citira kao jedna od prvih referenci), prema navedenoj bibliografiji objavljeno je još 38 drugih radova povezanih sa termalnom anemometrijom. U svom radu, *King* [8], je u suštini definisao zavisnost prenosa toplote sa tankog zagrijanog senzora izloženog strujanju vazduha od brzine vazduha koji okružuje senzor. Međutim prema [9], kao osnova za rad *King-a* iz 1914. godine poslužila je ranija studija „*An equation for the phenomena of heat convection and an estimate of the cooling power of fluids*“ [10] iz 1905. godine kojom je analiziran prenos toplote sa usijanog senzora. Ovi rezultati prošireni su od strane *King-a* koji je pokušao eksperimentalno da verifikuje njegove rezultate.

Danas, istraživački broj radova povezanih sa *hot-wire*-om prelazi nekoliko hiljada. Postoji više vrsta različitih tipova *hot-wire*-a za čije se principe rada može reći da su relativno jednostavni. Električnom energijom zagrijavan senzor, izloži se strujanju fluida pri čemu nastupa njegovo hlađenje. Mjerenjem nekih električnih veličina na samom senzoru (npr. promjene napona, jačine električne energije), mogu se izmjeriti neke karakteristike fluida (npr. brzina strujanja, temperatura). Međutim, na putu realizacije ove jednostavne ideje, nailazilo se na potrebu identifikacije i objašnjenja velikog broja složenih fenomena od kojih neki i danas zaokupljaju naučnu javnost.

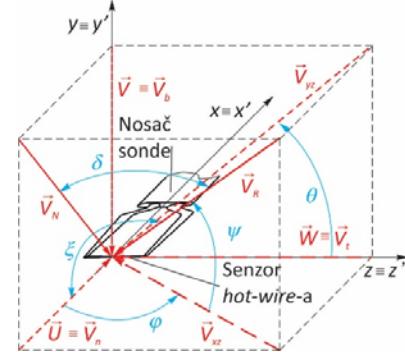
Tokom vremena razvijeno je više konstrukcija *hot-wire-a* (konstantne struje-CCA, konstantne temperature-CTA, konstantnog napona-CVA), koje se koriste za veliki broj različitih mjerjenja (temperature, brzine fluida, termičke konduktivnosti materijala npr. keramike [11], mjerjenja strujanja u blizini čvrstih površina, itd.). U principu primjena neke konstrukcije *hot-wire-a* zavisi od veličina koje je potrebno izmjeriti. Mjerjenja *hot-wire-om* se mogu provoditi u jednofaznom, ali i u dvofaznom mediju [12].

Prvi anemometri su bili konstantne struje (*Constant Current Anemometer – CCA*), potom su se pojavili anemometri konstantne temperature (*Constant Temperature Anemometer – CTA*), a u posljednjim decenijama XX vijeka konstruisani su i anemometri konstantnog napona (*Constant Voltage Anemometer – CVA*).

## 1. PRINCIP RADA HOT-WIRE ANEMOMETRA KONSTANTNE TEMPERATURE (CTA)

Na sl. 1.1, šematski je prikazan izgled *hot-wire* sonde sa jednim, normalnim senzorom, na kojeg nastrujava fluid. Pravac strujanja fluida, predstavljen je vektorom  $\vec{V}_R$ . Komponente vektora brzine  $\vec{V}_R$ , se obično definišu ili u odnosu na koordinatni sistem vezan za osu nosača sonde ( $x, y, z$ ), tj. komponente  $U, V$  i  $W$ , ili u odnosu na koordinatni sistem vezan za osu senzora ( $x', y', z'$ ) tj. komponente  $V_n, V_t$  i  $V_b$ . Normalna komponenta  $\vec{V}_n$ , vektora brzine  $\vec{V}_R$ , predstavlja komponentu brzine okomitu na osu senzora i paralelnu sa nosačima senzora. Tangentna komponenta  $\vec{V}_t$  vektora brzine  $\vec{V}_R$ , paralelna je sa osom senzora, a binormalna komponenta  $\vec{V}_b$ , okomita je na osu senzora i na nosače senzora. Položaj vektora brzine  $\vec{V}_R$  u prostoru se obično definiše sa dva ugla (npr.  $\varphi$  i  $\psi$ , ili  $\xi$  i  $\theta$  sl.1.1 i sl. 1.2). Zbir normalne komponente  $\vec{V}_n$  i binormalne komponente  $\vec{V}_b$  vektora brzine  $\vec{V}_R$  označava se sa  $\vec{V}_N$  i takođe naziva normalnom komponentom vektora brzine  $\vec{V}_R$  na senzor.

Uopšteno gledano, princip rada anemometara konstantne temperature (CTA) je veoma jednostavan. Električnom energijom zagrijavan senzor (sl. 1.1), izložen strujanju fluida, razmjenjuje toplotu sa svojom okolinom zračenjem (radijacijom), konvekcijom i kondukcijom (provođenjem). U većini primjena *hot-wire* uređaja dominantan je konvektivno odan toplotni tok. Prema navodima više autora [13], [14], [15], toplotni tok odan zračenjem u odnosu na konvektivno odani toplotni tok, odnosno toplotu generisanu *Joul*-ovim efektom u senzoru je relativno mali izuzev u mjerenjima provedenim u razređenim gasovima ili u blizini čvrstih površina u kojima zračenjem izmjenjeni toplotni tok može biti dominantniji. Ukoliko je odnos dužina/prečnik senzora ( $l/d$ ), dovoljno veliki [14], [15], provođenje toplote na nosače senzora se može zanemariti.



Sl. 1.1. *Hot - wire* senzor

Količina topline predana konvekcijom sa senzora na okolni fluid može se odrediti iz jednačine:

$$Q = \alpha_k A_s (T_s - T_f) \quad (1.1)$$

gdje su:

$Q$  [W] – količina topline predana sa senzora na okolni fluid,

$\alpha_k$  [W/m<sup>2</sup>K] – koeficijent prelaza topline sa senzora na okolni fluid,

$A_s$  [m<sup>2</sup>] – površina senzora,

$T_s$  [K] – temperatura senzora (temperatura površine senzora),

$T_f$  [K] – temperatura okolnog fluida.

U jednačini (1.1), najveći problem je određivanje koeficijenta prelaza topline sa senzora na okolni fluid  $\alpha_k$ . Koeficijent  $\alpha_k$  treba da obuhvati svu složenost mehanizma izmjene topline između senzora i okolnog fluida. Njegova vrijednost zavisi od karakteristika fluida, režima strujanja, dimenzija senzora itd, a određuje se posredno, prethodnim određivanjem *Nusselt*-ovog broja.

*Corossin* je 1963. godine [14], [15], predložio sljedeći uopšteni izraz za određivanje *Nusselt*-ovog broja:

$$Nu = Nu \left( Re, Pr, Ma, Gr, Kn, \frac{l}{d}, a_T, \frac{c_p}{c_v}, \delta \right) \quad (1.2)$$

gdje su:

$Re$  - *Reynold*-sov broj,

$Pr$  - *Prandtl*-ov broj,

$Ma$  - *Mach*-ov broj,

$Gr$  - *Grashof*-ov broj,

$Kn$  - *Knudsen*-ov broj,

$$a_T = (T_s - T_f) / T_f, \text{ faktor pregrijanja,}$$

$c_p, c_v$  [kJ/(kg K)] - specifične topote pri konstantnom pritisku i zapremini, i

$\delta$  - ugao između vektora brzine  $\vec{V}_R$  i normalne komponente brzine  $\vec{V}_N$  (sl. 1.1).

U većini primjena, broj zavisnih parametara navedenih u jednačini (1.2) se značajno može smanjiti. Tako se npr. efekat kompresibilnosti može zanemariti pri vrijednostima  $Ma < 0,3$  [7], [14], [15], [16]. Hot-wire anemometri se obično koriste u strujanjima sa brzinama pri kojima nastupa prinudna konvekcija. Analizirajući trendove podataka sa porastom Reynolds-ovog broja, Collis i Williams [15], [17], [18], su zaključili da se efekat potiska za vazduh može zanemariti ako je ispunjen uslov:

$$\text{Re} > Gr^{1/3}. \quad (1.3)$$

Prema [14], ovaj uslov za vazduh je ispunjen pri brzinama strujanja od oko 5 cm/s, odnosno prema [15], pri brzinama strujanja od 20 cm/s, tj. vrijednostima  $\text{Re}_{kr} \geq 0,07$ .

Ovo ukazuje da se *Grashof*-ov broj može zanemariti u većini slučajeva, isto kao i *Knudsen*-ov broj koji je relativno mali jer je slobodna putanja molekule u vazduhu pri standardnim uslovima relativno mala. Uticaj odnosa  $\frac{l}{d}$  se može minimizirati pod pretpostavkom da je senzor dovoljno dug, odnosno da su toplotni gubici u suštini dvodimenzionalni [14]. Uz pretpostavku konstantnosti specifičnih toplota pri konstantnom pritisku,  $c_p$  i zapremini  $c_v$ , faktora pregrijanja  $a_T$ , konstantnog napadnog ugla vektora brzine  $\delta$ , jednačina (1.2) se može zapisati u obliku:

$$Nu = Nu(\text{Re}, \text{Pr}). \quad (1.4)$$

Prema [15] *Kramers* je dobio sljedeću zavisnost:

$$Nu = 0,42 P_r^{0,26} + 0,57 P_r^{0,33} \text{Re}^{0,50}, \quad (1.5)$$

za zagrijani element u struji vazduha, ulja i vode. S obzirom da je za većinu gasova, vrijednost  $P_r$  konstantna za datu temperaturu fluida (za vazduh  $P_r = 0,72$ ), jednačina (1.4) prelazi u oblik:

$$Nu = M + N \text{Re}^P \quad (1.6)$$


---

Pri čemu je King [8] naveo da je  $p = 0,5$ .

Vezu između promjene električnog otpora senzora i brzine strujanja fluida uspostavimo prema metodologiji izloženoj u [15].

Generalno, toplota generisana u senzoru *hot-wire* uređaja Joule-vim efektom može se definisati jednačinom:

$$P = I E = I^2 R, \quad (1.7)$$

gdje su:

$P$  [W] – indukovana toplota u provodniku Joule-vim efektom,

$I$  [A] – električna energija koja prolazi kroz provodnik,

$E$  [V] – napon na krajevima provodnika,

$R$  [ $\Omega$ ] – električni otpor senzora.

Za poznati materijal senzora veza između električnog otpora  $R$  i temperature senzora  $T_s$ , pod pretpostavkom linearne zavisnosti može se uspostaviti jednačinom:

$$R = R_o \left[ 1 + \lambda_R (T_s - T_o) \right], \quad (1.8)$$

gdje su:

$R_o$  [ $\Omega$ ] – električni otpor senzora pri referentnoj temperaturi  $T_o$ , koja obično iznosi 293 K,

$\lambda_R$  [1/K] – temperaturni koeficijent električnog otpora materijala senzora, čije su vrijednosti u tabelama obično navedene za temperaturu od 293 K. Ukoliko se referentna temperatura mijenja, vrijednost temperaturnog koeficijenta električnog otpora materijala senzora treba izračunati pomoću jednačine:

$$\lambda_{R_{20}} = \frac{R_o}{R_{20}} \lambda_R [1/K]. \quad (1.9)$$

Kao posljedica generisanja topline u jedinici vremena u senzoru dolazi do promjene unutrašnje energije senzora ( $U_E$ ), pri čemu je promjena unutrašnje energije  $\frac{dU_E}{dt}$  jednaka razlici topline generisane Joule-vim efektom i konvektivno odane topline sa senzora toku fluida koji struji oko senzora tj.:

$$\frac{dU_E}{dt} = P - Q, \quad (1.10)$$

pri čemu je:

$$\frac{dU_E}{dt} = mc \left( \frac{dT_s}{dt} \right), \quad (1.11)$$

gdje su:

$m$  [kg] – masa senzora,

$c$  [J/kgK] – specifični toplotni kapacitet senzora.

Iz jednačine (1.8) slijedi da je:

$$\frac{dT_s}{dt} = \frac{dR}{dt} \frac{1}{R_o \lambda_R}, \quad (1.12)$$

pa jednačina (1.10), uvrštavanjem izraza za  $\frac{dU_E}{dt}$  iz jednačine (1.11), kao i izraza za

$\frac{dT}{dt}$  iz jednačine (1.12) poprima oblik:

$$mc \frac{dR}{dt} \frac{1}{R_o \lambda_R} = P - Q. \quad (1.13)$$

*Reynold*-sov broj se može definisati jednačinom:

$$\text{Re} = \frac{V_N d}{\nu}, \quad (1.14)$$

a *Nusselt*-ov broj:

$$Nu = \frac{\alpha_k d}{\lambda_f}, \quad (1.15)$$


---

u kojima su:

$V_N$  [m/s] – normalna brzina strujanja fluida na senzor,

$\nu$  [m<sup>2</sup>/s] – kinematska viskoznost fluida,

$\lambda_f$  [W/(mK)] – termička provodnost fluida,

$d$  [m] – prečnik senzora.

Uvrštavanjem vrijednosti za koeficijent prelaza topline  $\alpha_k$  iz jednačine (1.15), i  $(T_s - T_f)$  iz (1.8) u jednačinu (1.1), jednačina (1.1) prelazi u oblik:

$$Q = \frac{Nu \lambda_f}{d} A(T_s - T_f) = \left[ M + N \text{Re}^p \right] \frac{\lambda_f A}{d} \frac{R - R_f}{\lambda_R R_o}. \quad (1.16)$$

Uvrštavanjem dobijenih izraza za  $P$  iz jednačine (1.7),  $Q$  iz jednačine (1.16) i  $\text{Re}$  iz jednačine (1.14) u jednačinu (1.13) dobijamo jednačinu:

$$mc \frac{dR}{dt} \frac{1}{R_o \lambda_R} = I^2 R - \left[ M + N \left( \frac{V_N d}{\nu} \right)^p \right] \frac{\lambda_f A}{d} \frac{R - R_f}{\lambda_R R_o}, \quad (1.17)$$

odnosno:

$$mc \frac{dR}{dt} \frac{1}{R_o \lambda_R} = I^2 R - (R - R_f)(X + Y V_N^p), \quad (1.18)$$

pri čemu sa  $X$  i  $Y$  možemo definisati izraze:

$$X = \frac{\lambda_f A}{d \lambda_R R_o} M, \quad (1.19)$$

$$Y = \frac{\lambda_f A}{d \lambda_R R_o} \left( \frac{d}{\nu} \right)^p N. \quad (1.20)$$

Uz sve navedene aproksimacije, izraz (1.18) je i dalje dovoljno tačan za analizu ponašanja hot-wire-a. Za konstantnu temperaturu senzora  $T_s$ , konstantan će biti i otpor senzora tj. iz toga slijedi da je  $dR / dt = 0$ , pa jednačina (1.15) prelazi u oblik:

$$I^2 R = (R - R_f)(X + YV_N^p), \quad (1.21)$$

odnosno:

$$E^2 = R(R - R_f)(X + YV_N^p), \quad (1.22)$$

ili u opštem slučaju:

$$E^2 = A + BV_N^p. \quad (1.23)$$

Jednačina (1.23) je u nauci poznata pod nazivom *King-ov zakon hlađenja*. U izvedenom izrazu pošlo se od pretpostavke da hlađenje izaziva samo normalna komponenta vektora brzine fluida  $V_N$ . Međutim, nizom provedenih eksperimenata na različitim konstrukcijama senzora dokazano je da to u opštem slučaju nije tačno, odnosno da je hlađenje senzora uzrokovano nekim vektorom brzine strujanja fluida koji uzima u obzir sve tri komponente vektora brzine, a koji je nazvan efektivna brzina hlađenja ( $V_{eff}$ ), tako da se jednačina (1.23) može predstaviti u obliku:

$$E^2 = A + BV_{eff}^p. \quad (1.24)$$

Jednačina (1.24) pokazuje da između izlaznog napona  $E$  i brzine koju „osjeća“ senzor  $V_{eff}$ , postoji nelinearna zavisnost. Treba istaći i da su koeficijenti  $A$  i  $B$  suštinski funkcije koeficijenata  $X$  (1.19) odnosno  $Y$  (1.20), otpora senzora  $R$  kao i njegovog otpora pri temperaturi fluida  $R_f$ . Stoga je prije provođenja bilo kog eksperimenta neophodno tačno identifikovati vrijednosti koeficijenata  $A$ ,  $B$  i  $p$ .

Prema [19] „efektivna brzina hlađenja predstavlja brzinu koja ukoliko je normalna na senzor u ravni sonde, daje isti efekat hlađenja kao i trenutni proizvoljno nageti vektor brzine“. Postoji više analitičkih izraza za definisanje efektivne brzine hlađenja od kojih su najviše korištene jednačine tzv. *kosinusnog zakona*, *Hinze-a* i *Jorgensen-a*.

Treba istaći da se pored stepenskog zakona kojim se izražava zavisnost napona na krajevima senzora od brzine strujanja fluida navedenog u jednačinama (1.23) odnosno u (1.24) koriste i drugi izrazi kojim se izražava veza između brzine strujanja fluida i promjene napona na senzoru *hot-wire*, kao npr. prošireni stepenski zakon, *generalisani*

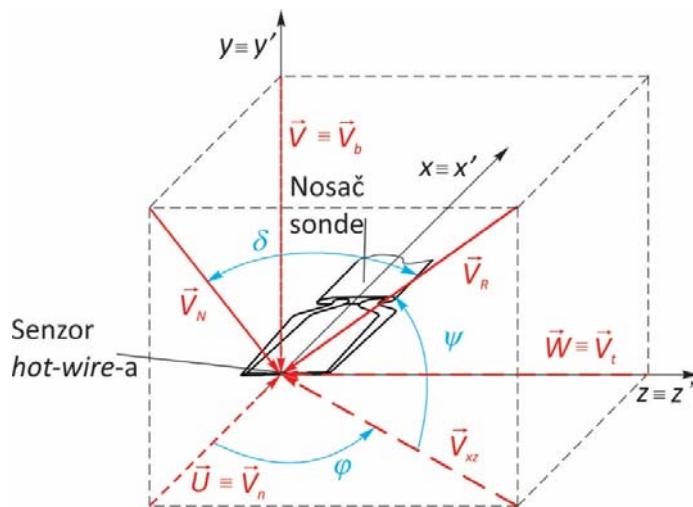
zakon hlađenja itd, a koji su korišteni i analizirani u velikom broju radova (npr. u [20], itd.).

### 1.1. Efektivna brzina hlađenja

Zbog složenosti fenomena prenosa topote sa senzora na okolni fluid, treba istaći da nijedna do sad korišćena jednačina za definisanje efektivne brzine hlađenja ne daje u potpunosti tačne rezultate u cijelokupnom opsegu razmatranih uglova strujanja fluida. Potraga za odgovarajućom jednačinom kojom bi se tačno definisao prenos topote sa senzora u zavisnosti od intenziteta brzine i pravca strujanja fluida, rezultovala je većim brojem različitih izraza za definisanje vrijednosti efektivne brzine. Jedna od najprostijih jednačina je tzv. *kosinusni zakon*, definisana za beskonačno dug senzor, sa uniformnom raspodjelom temperature duž senzora koji se nalazi u strujnom polju konstantne brzine i temperature (sl. 1.2)

$$V_{\text{eff}} = V_N = V_R \cos \delta \quad (1.25)$$

Iz jednačine *kosinusnog zakona* slijedi da samo normalna komponenta ( $\vec{V}_N$ ) vektora brzine  $\vec{V}_R$  uzrokuje hlađenje senzora. Prema [7], “*u mnogim proračunima i eksperimentima, jednačina (1.25) je adekvatna, odražava jednostavnost, i zavisno od konstrukcije sonde i senzora, može biti prilično tačna*”.



Sl. 1.2. Normalna ( $\vec{V}_N \equiv \vec{U}$ ), tangencijalna ( $\vec{V}_t \equiv \vec{W}$ ) i binormalna ( $\vec{V}_b \equiv \vec{V}$ ) komponenta vektora brzine fluida na senzoru *hot-wire-a*

Jednačina (1.25) ukazuje da na tzv. efektivnu brzinu, odnosno na hlađenje senzora (a time i na izlazni napon sa anemometra), ne utiče tangencijalna komponenta vektora brzine ( $\vec{V}_t \equiv \vec{W}$ ). Ova tvrdnja nije u potpunosti tačna. Iz izraza (1.25), takođe slijedi da beskonačan broj vektora brzine, različitog intenziteta i pravca, može da prouzrokuje istu efektivnu brzinu tj. efekat hlađenja senzora, a time na osnovu jednačine (1.24) i isti pad napona na krajevima senzora. U slučaju realne sonde, konačna dužina senzora, raspodjela temperature duž senzora koja nije uniformna kao i poremećaji u strujanju uzrokovani nosačem senzora i sondom prouzrokuju odstupanje od tzv. *kosinusnog zakona*.

Mnogi istraživači su testirali tačnost jednačine (1.25) i pokušavali da dođu do izraza koji tačnije definiše efektivnu brzinu hlađenja senzora. Tako je Hinze, [7], [14], [21], [22], predložio izraz koji je za određivanje efektivne brzine hlađenja uključivao i vrijednost tangencijalne komponente vektora brzine (sl. 1.2):

$$V_{\text{eff}} = |V_R| (\cos^2 \varphi + k \sin^2 \varphi)^{1/2}, \quad (1.26)$$

pri čemu je sa  $k$  u jednačini (1.26) označen tzv. *yaw* koeficijent čija se vrijednost određuje eksperimentalno tokom kalibracije.

Validnost izraza (1.26) analizirana je u [22], pri čemu se na osnovu provedenih istraživanja na analiziranim senzorima (variran je odnos dužina/prečnik senzora-  $l/d$ , a mjerjenje je provedeno za različite brzine strujanja), došlo do zaključka da se srednje vrijednosti koeficijenta  $k$ , mogu dobiti u opsegu  $k = 0,20 \pm 0,01$ , uz napomenu da ove vrijednosti zavise od intenziteta brzine  $V_R$  i da prema Hinze-u opadaju sa porastom brzine. Pored jednačine (1.26) kojom se navodi tzv. *yaw* zavisnost u obliku:

$$f(\alpha) = (\cos^2 \varphi + k \sin^2 \varphi)^{1/2}, \quad (1.27)$$

pojavio se još čitav niz sličnih jednačina za definisanje efektivne brzine hlađenja, a koje su uzimale u obzir i tangencijalnu komponentu vektora brzine, odnosno jednačine sa tzv. *yaw* zavisnošću, kao npr. jednačine:

*Davies i Bruun* [23], [24], [25]:

$$f(\alpha) = \cos^m \varphi, \quad (1.28)$$


---

Friehe i Schwarz [23], [24], [25]:

$$f(\alpha) = \left[ 1 - b(1 - \cos^{1/2} \varphi_e) \right]^2, \quad (1.29)$$

ali i Brandshaw-a [15], [25]:

$$f(\alpha) = \cos \varphi_e, \quad (1.30)$$

koja je definisana preko tzv. *efektivnog ugla hlađenja*  $\varphi_e$ . Efektivni ugao hlađenja predstavlja virtualni ugao, dimenzionisan tako da u sebi obuhvati uticaj na hlađenje senzora tangencijalne komponente vektora brzine fluida:

Poređenje ugaone oblasti validnosti jednačina (1.28) – (1.30) u tzv. *yaw* testu između ostalih, prezentovana su u [25].

Jednačina (1.25), kao i (1.26) ukazuju da je odziv senzora rotaciono simetričan. Međutim, kao što je navedeno u [7], brojna istraživanja su pokazala da „*aerodinamički efekti od nosača senzora i od tijela sonde utiču na očitanja, sa minimalnim uticajem na očitanja, kad je sonda paralelna sa tokom, a maksimalnim kad je sonda okomita na tok*“. U cilju uzimanja u obzir i ovih efekata, Jorgensen [26], [27], [28], [29], je predložio sljedeći izraz za određivanje efektivne brzine hlađenja:

$$V_{eff}^2 = V_n^2 + k^2 V_t^2 + h^2 V_b^2 \quad (1.31)$$

U jednačini (1.31) je sa  $V_b$  označena tzv. binormalna komponenta vektora brzine tj. komponenta brzine okomita na ravan u kojoj leže nosači senzora i senzor. Uticaj ove komponente karakterisan je tzv. *pitch* koeficijentom  $h$ , kojim se uzimaju u obzir razni aerodinamički efekti uzrokovani strujanjem fluida preko nosača senzora, tijela sonde itd. Vrijednost koeficijenta  $h$ , određuje se eksperimentalno prije mjerjenja, a niže su za sonde sa presvućenim krajevima senzora. Koeficijenti  $k$  i  $h$  suštinski uključuju u sebe sve nepoznate uticaje koji utiču na odziv *hot-wire*. Prema navodima u [30], rezultati istraživanja Jorgensen-a su pokazali da su tipične vrijednosti koeficijenata  $k \sim 0,2$  i  $h \sim 1,08$ .

Treba uočiti da ukoliko je *pitch* koeficijent  $h=1$ , jednačina Jorgensen-a (1.31) prelazi u jednačinu Hinz-a (1.26), a za veoma male vrijednosti *yaw* koeficijenta  $k \approx 0$ , jednačina Hinz-a prelazi u *kosinusni zakon hlađenja* (1.25).

---

Pored navedenih, veza između izlaznog napona na krajevima senzora mjernog uređaja i efektivne brzine hlađenja može se uspostaviti i drugim relacijama. Jednu takvu možemo naći u [15], u kojoj je predstavljen tzv. *generalisani zakon hlađenja*. Ako sa  $U, V$  i  $W$  (sl. 1.1), označimo komponente vektora brzine  $\vec{V}_R$  vezane za koordinatni sistem povezan sa sondom *hot-wire-a*, a sa:  $V_n, V_t$  i  $V_b$  normalnu, tangencijalnu i binormalnu komponentu vektora brzine na senzoru mjernog uređaja u koordinatnom sistemu vezanom za senzor *hot-wire-a*, tad se polazeći od empirijske jednačine *Joregensen-a* (1.31), za proizvoljan položaj senzora, efektivna brzina hlađenja može izraziti jednačinom:

$$V_{\text{eff}}^2 = V_n^2 + k^2 V_t^2 + h^2 V_b^2 = c_1 U^2 + c_2 V^2 + c_3 W^2 + c_4 UV + c_5 UW + c_6 VU. \quad (1.32)$$

Koeficijenti  $c_r$  ( $r = 1, 2, \dots, 6$ ) u sebe uključuju i geometrijske i termičke karakteristike sonde odnosno *hot-wire-a*. Dijeljeći prethodnu jednačinu sa  $c_1$ , dobijamo jednačinu:

$$V_{\text{eff},G}^2 = U^2 + a_1 V^2 + a_2 W^2 + a_3 UV + a_4 UW + a_5 VW. \quad (1.33)$$

Ukoliko se umjesto *King-ovog zakona* (1.24), veza između efektivne brzine hlađenja i izlaznog napona uspostavi polinomom četvrтog stepena:

$$\sum_{m=1}^5 b_m E^{m-1} = V_{\text{eff}}^2, \quad (1.34)$$

tad se izjednačavanjem jednačine (1.32) i (1.34) i dijeljenjem sa koeficijentom  $c_1$ , za svaki senzor *hot-wire-a* dobija sljedeća jednakost:

$$\sum_{m=1}^5 b'_m E^{m-1} = U^2 + a_1 V^2 + a_2 W^2 + a_3 UV + a_4 UW + a_5 VW. \quad (1.35)$$

Koeficijenti  $b'_m$  i  $a_m$  ( $i = 1, 2, \dots, 5$ ) se određuju putem kalibracije za svaki senzor.

## **1.2. Različite konfiguracije *hot-wire-a* i njihova namjena**

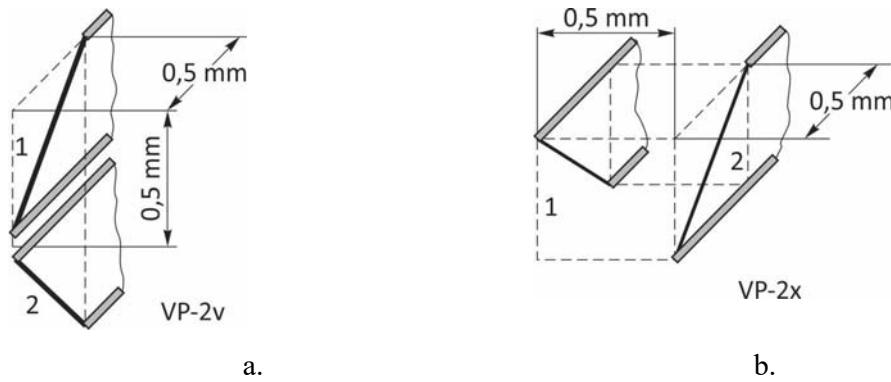
Postoji veliki broj različitih konfiguracija *hot-wire* sondi, koji u sebi mogu da sadrže jedan ili više senzora. Izgled i dimenzije sondi *hot-wire-a* kao i potreban broj senzora zavise od namjene samog uređaja.

Sonde sa jednim senzorom se pojavljuju u obliku sa „normalnim“ senzorom i „nagetim“ senzorom (sl.1.3). Ugao nagiba senzora može biti različit, ali je on najčešće  $45^\circ$ . Namjenjene su uglavnom za mjerjenje jedne komponente brzine i to u pravcu preovladavajućeg strujanja. U odnosu na ostale vrste sondi, po pravilu imaju najmanje dimenzije. Osnovni nedostatak je zanemarivanje druge dvije komponente brzine pri mjerenu.



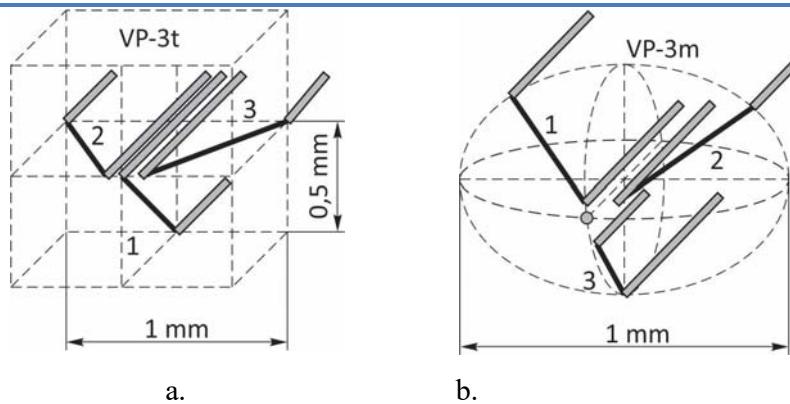
Sl.1.3. Konfiguracije *hot-wire* sondi sa jednim senzorom, a. sonda sa normalnim senzorom, b. sonda sa nagetim senzorom [15]

Sonde sa dva senzora omogućavaju mjerjenje dviju komponenti brzina u ravni paralelnoj senzorima. Mogu da se izrađuju u različitim oblicima, a najčešće konfiguracije su prikazane na sl. (1.4.).



Sl.1.4. Neke kombinacije *hot-wire* sondi sa dva senzora, a. VP-2v, b. VP-2x [15]

Sonde sa tri senzora omogućavaju mjerjenje sve tri komponente brzine. Tako npr. u [31], se navodi da „*kompletan opis turbulentnog brzinskog polja u tački, u suštini zahtijeva mjerjenje tri trenutne komponente brzine u toj tački. Iz toga je onda moguće odrediti srednje vrijednosti, komponente Reynolds-ovog tenszora naprezanja, spektar i vremenske koleracije bilo kog reda. Kako su turbulentni tokovi trodimenzionalni, neophodan je istovremen snimak tri linearne nezavisne signala brzine. Ovo očigledno zahtijeva primjenu sondi sa najmanje tri senzora*“. Postoji više konfiguracija sondi sa tri senzora od kojih su neke prikazane na sl. 1.5.

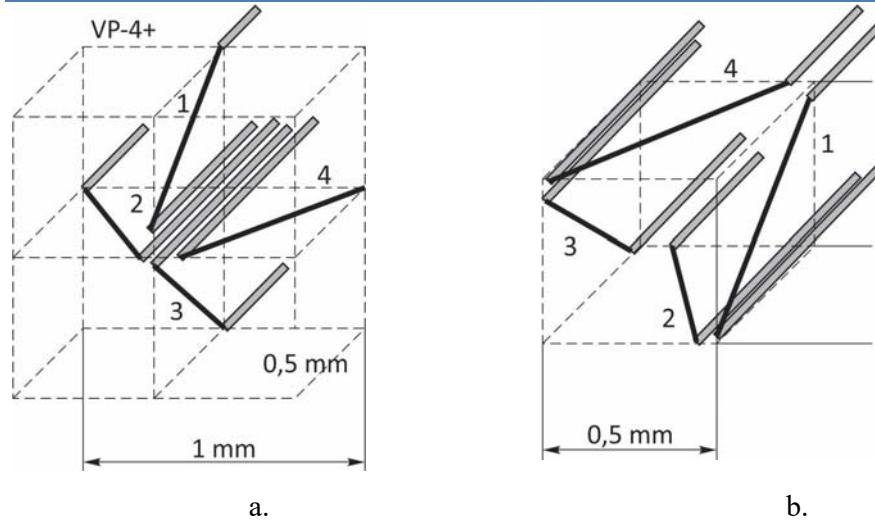


Sl. 1.5. Neke konfiguracije sondi sa tri senzora, a. „T“ konfiguracija, b. ortogonalna konfiguracija [15]

Prema [32], „*tipična konfiguracija sondi sa tri senzora čini ih osjetljivim na greške u brzinskim gradijentima posebno onim povezanim sa vrtloženjima u pravcu glavne komponente brzine*“. Problemima mjerena i kalibracije sondi sa tri senzora posvećen je veliki broj radova (npr. [33], [34], [35], [36] itd.).

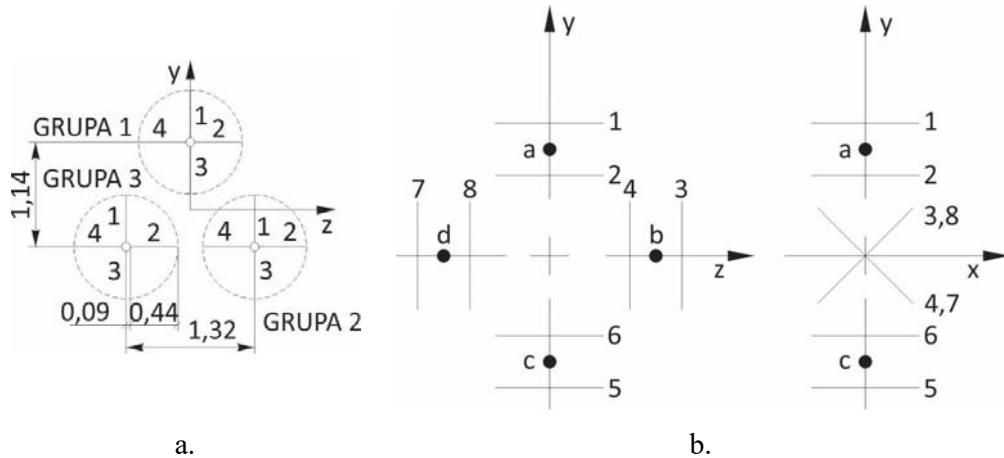
Kao i sonde sa 3 senzora, tako i sonde sa 4 senzora omogućavaju mjerena sve tri komponente brzine. Međutim, u odnosu na sonde sa tri senzora, sonde sa četiri senzora omogućavaju mjerena vektora brzine u širem opsegu napadnih uglova, a takođe i veću tačnost. Prema [32], „*sonde sa četiri senzora koje se sastoje od dvije sonde sa „X“ rasporedom senzora su sposobne da istovremeno mjere tri komponente brzine iz relativno kompaktnog mjernog volumena i izgleda da preovladavaju neke od problema u greškama gradijenata koje su povezane sa sondama sa tri senzora*“. Neke od konfiguracija sondi sa četiri senzora su prikazane na sl. 1.6.

Kod mjerena sondom sa četiri senzora, sam oblik sonde može da utiče i na rezultate mjerena. U [37], navedeno je da su u radu „*Quadruple hot-wire probes in a simulated wall flow*“ [38] istraživane sondi sa četiri senzora eksperimentalno i numerički, pri čemu je zaključeno da su „*velike greške u mjerenu Reynolds-ovog tensora posljedica velikog mjernog volumena i velikih trenutnih brzinskih gradijenata, stoga se pri konačnom izboru konfiguracije sonde treba voditi konfiguracijom toka*“.



Sl. 1.6. Konfiguracije sondi sa četiri senzora a. VP-4+, b. VP-4q [15]

Pored navedenih postoji još čitav niz različitih konstrukcija sondi *hot-wire* uređaja sa različitim brojem senzora (pet, šest, osam, devet, dvanaest, itd) sl. 1.7, koje su korišćene u različitim istraživanjima (npr. [15], [39] itd.). U suštini, broj i raspored senzora u sondi trebalo bi da zavisi od specifične namjene sonde.



Sl. 1.7. Specijalne konstrukcije sondi za mjerjenje vrtložnih strujanja, a. WP-12+, [15], b. 4-X [39]

Istaknimo i da je jedan od parametara koji utiču na tačnost mjerjenja brzine sa grupom senzora i zanemarivanje brzinskih gradijenta preko prostora kojeg oni pokrivaju. Uticaj brzinskih gradijenata zavisi od prostorne rezolucije, broja i rasporeda senzora. Prema [40], a na osnovu ranije provedenih istraživanja za različite sonde sa dva, tri i četiri senzora, „čak i sa prostornom rezolucijom koja je bliska ili bolja od onih koje su korištene u dosadašnjim eksperimentima, ove konfiguracije mogu rezultirati velikim

*greškama mjerena statističkih brzinskih komponenti pri turbulentnom strujanju u blizini zidova“.*

Prema [41] kao jedna od tehnika za tačkasta mjerena trodimenzionalnih tokova može se upotrijebiti i „sonda sa jednim nagetim senzorom (ili sonda sa dva senzora) koja je rotirana oko centralne linijske ose u nekoliko različitih orijentacija, i to obično pri konstantnim ugaonim intervalima“. Na ovaj način se u principu simulira mjerena sa hot-wire sondama sa više senzora.

### **1.3. Neke dobre i loše osobine hot-wire anemometara**

Kao i svaki mjerni instrument, tako i hot-wire anemometar ima neke prednosti i nedostatke u odnosu na druge mjerne instrumente, na osnovu kojih se može definisati oblast njegove upotrebe.

U [37] se navodi da su hot-wire anemometri široko prepoznati kao najpraktičnija i najekonomičnija tehnika kod strujnih tokova uz zidove sa visokim Reynolds-ovim brojevima.

U poređenju sa hot-wire-om prema [42], mjerena sa LDA (*Laser Doppler Anemometry*) i PIV (*Particle Image Velocimetry*) je „obično skuplje, komplikovanije, nema dovoljnu osjetljivost u niskoj turbulentnoj okolini, a obrada njihovih diskontinualnih izlaza je sa teškoćama“.

U [7] se navodi da su: „najčešća i najlakša mjerena sa termičkim anemometrima u gasovima konstantne temperature bliskom atmosferskom pritisku, pri relativno malim intenzitetima turbulencije i pri brzinama strujanja dovoljno niskim da je adekvatna prepostavka o nekompresibilnosti, ali se takođe kad je to potrebno, dobra mjerena mogu provesti preko znatno šireg opsega uslova“, a takođe se napominje da u „slučajevima visokih temperatura, kretanja objekata u toku, blizine zida, nečistoća u toku, visokih intenziteta turbulencije itd. koje otežavaju primjenu termalnih anemometara treba razmotriti upotrebu LDA“ odnosno drugih mjernih uređaja. Kao primarna ograničenja u primjeni termičkih anemometara, u [7] se navodi lomljivost senzora i njihova osjetljivost na kontaminaciju, a sa teorijskog stajališta, se navode sljedeća ograničenja:

1. „Brzina se ne mjeri direktno već se izvodi iz mjeranja konvektivnog prelaza topline sa senzora.
2. Normalne konfiguracije ograničavaju intenzitet turbulencije koji se može tačno mjeriti.
3. Gubici topline sa senzora koji nisu uzrokovani konvekcijom mogu prouzrokovati grešku“.

Takođe kao jedan od nedostataka koji je dugo vremena ograničavao primjenu *hot-wire*-a je i činjenica da *hot-wire*-i nisu omogućavali mjerjenje obrnutih strujanja, mada danas postoje tehnike koje omogućavaju i ovakva mjerjenja.

#### **1.4. Kalibracija sondi**

Prije provođenja bilo kog mjerjenja odnosno eksperimenta potrebno je utvrđivanje tačne zavisnosti između izlaznog napona na krajevima senzora mjernog uređaja i karakteristike koja se mjeri (u našem slučaju vektora brzine fluida), odnosno kalibracija mjernog uređaja. Odabir najboljeg metoda kojim se izražava zavisnost između brzine i izlaznog napona na krajevima senzora, a time i postupka kalibracije, nije tako jednostavan, posebno ako se ova zavisnost definiše putem analitičke funkcije (npr. jednačina 1.27-1.30). Naime, sva dosadašnja istraživanja pokazala su da nijedna analitička funkcija kojom se opisuje rad *hot-wire*-a ne opisuje u cijelokupnom opsegu razmatranih napadnih uglova i intenziteta brzina u potpunosti tačno zavisnost između izlaznog napona i vektora brzine fluida koji tu promjenu napona prouzrokuje.

Zbog velikog broja faktora koji mogu da utiču na rezultate mjerjenja pomoću *hot-wire*-a kalibraciju uređaja je potrebno provesti prije svakog mjerjenja. Kako se navodi u [43] „*mnogi detalji na sondi i anemometarskoj konstrukciji utiču na karakteristike hot-wire-a. Mi nismo u mogućnosti da izračunamo ponašanje hot-wire sonde iz njene geometrije sa neophodnom tačnošću pod laboratorijskim uslovima. Nadalje, kalibracija bi se trebala provesti u istom opsegu brzina i pod što bližim uslovima (npr. temperatura), koji su korišćeni pri mjerenu jer su ekstrapolacije karakteristika sondi u drugom opsegu brzina i temperatura povezane sa nepouzdanošću i mogu dovesti do znatnih grešaka*“.

U [33], navedeno je da se „*zbog kompleksnosti fenomena prenosa topline sa hot - wire-a na okolni medijum, u literaturi ne može pronaći precizno istraživanje ovog fenomena.*

---

*Analiza nekih ranijih radova o prenosu topote sa zagrijanog senzora pokazala je da se mogu pronaći samo približna rješenja i da postoje različite opcije u vezi sa upotrijebljenim pristupom. Treba naglasiti da čak i ako se izvedu tačna teorijska istraživanja, ona neće moći uzeti u obzir uslove u kojima se provodi individualna kalibracija hot-wire-a, jer će geometrija sonde biti sadržana u analitičkom izrazu (npr. dužina i prečnik senzora, što će očigledno biti prekompleksno da bi se mjerio). Osim toga, dodatne poteškoće se pojavljuju iz činjenice da fizičke karakteristike okolnog fluida i senzora za sebe ostaju velika nepoznanica. Nadalje, nečistoće i starenje senzora hot-wire-a, koji su oboje neizbjegni, donose daljnje probleme, čiji uticaj je nemoguće u potpunosti uzeti u obzir. Stoga teorijski izvedene jednačine, posjeduju samo indikativnu moć za opis ponašanja hot-wire-a u strujnom mediju i ne mogu da zamijene odnosno izbjegnu nužnost kalibracije pojedinog hot-wire-a“.*

Upravo su zaprljanjem senzora česticama prašine u [44], objašnjene različite vrijednosti kalibracionih konstanti za istu sondu dobijeni kalibracijom u više uzastopnih dana uprkos gotovo identičnim uslovima za mjerjenje.

U osnovi razlikujemo dvije tehnike kalibracije poznate pod nazivom *statička* odnosno *dinamička* kalibracija.

Kod statičke kalibracije sonda se postavlja u struju fluida određene poznate brzine strujanja i niskog intenziteta turbulencije ili je struja fluida u stanju mirovanja, a kroz nju se konstantnom brzinom kreće sonda, pri čemu se uspostavlja empirijska veza između izlaznog napona i srednje brzine strujanja. Diferenciranjem odnosa između napona i brzine dobije se statički kalibracioni koeficijent ili osjetljivost *hot-wire-a* na male fluktacije brzine oko neke brzine [45].

Kod dinamičke kalibracije, sonda se postavlja u tok uniformne brzine, a potom se provodi pomjeranje (mahanje) senzora najčešće sinusoidalno pri niskim frekvencijama (1-15 Hz) [14]. Ovako pomjeranje uzrokuje promjene brzine i napona na senzoru za neku vrijednost, na osnovu koje se može utvrditi osjetljivost promjene napona na promjenu brzine.

Prema navodima [45], ukoliko je nivo poremećaja dovoljno mali i ukoliko tokom ciklusa poremećaja svo vrijeme postoji termička ravnoteža između senzora i nosača senzora, u odsustvu irrelevantnih mehaničkih i električnih efekata statički i dinamički

koeficijenti kalibracije trebali bi biti jednaki. Do sličnih zaključaka u analiziranim slučajevima, došli su mnogi istraživači (npr. [46], [47], itd.), a pregled nekih od radova kojima su analizirani ovi fenomeni navedeni su u [43].

Treba istaći da je navedena pretpostavka u suprotnosti sa navodima u [48], odnosno [49] koji su u svojim istraživanjima statičke kalibracione procedure za mjerjenje apsolutnih intenziteta turbulencije, a nakon niza testova sa anemometrom konstantne temperature, ustanovili ozbiljne razlike u rezultatima između statičke i dinamičke kalibracije. Stoga su oni predložili dinamički metod kalibracije kao tačniji i konzistentniji u odnosu na konvencionalnu proceduru.

Suprotno od navedenog u [45] se navodi da se „*statička i dinamička kalibracija međusobno slažu unutar eksperimentalno standardne greške od 2% u opsegu brzina 3-32 m/s, osim pri malim brzinama gdje je tačnost bila ograničena mikromanometrom pri mjerenu brzine sa pitot cijevi*“. Kao jedno od zaključnih razmatranja u svom radu u kome su poredili statičku i dinamičku kalibraciju, u [45] je navedeno da se u „*pogledu veće jednostavnosti statičkog kalibracionog metoda, njegova daljnja upotreba je preporučena pod uslovom da je upotrijebljen odgovarajući empirijski zakon hlađenja u opsegu brzina od interesa*“. Kao razlog neslaganja rezultata dobijenih statičkom i dinamičkom kalibracijom sa DISA hot-wire sondom navedenih u [48], u [47] se navodi loša aproksimacija statičkih kalibracionih podataka preko velikog opsega brzina sa konstantnom vrijednošću eksponenta stepenskog zakona.

U [47], je pokazano da nijedan stepenski zakon sa konstantnim eksponentom stepenskog zakona neće biti dobra aproksimacija statičkih kalibracionih podataka preko velikog opsega brzina.

Statičku kalibraciju u osnovi možemo provesti na dva načina. Prvi način zasniva se na snimanju određenog broja podataka o odzivu senzora za određeni broj napadnih uglova i brzina strujanja fluida koji bi se mogli pojaviti, a potom se na osnovu ovih podataka formira tzv. *look up* tabela (kao npr. u [50] )

Drugi način zasniva se na uspostavljanju analitičke zavisnosti između izlaznog napona sa anemometra sa intenzitetom i pravcem brzine, a preko efektivne brzine hlađenja. Ovaj drugi pristup primjenjuje se mnogo češće, mada se može reći je zbog

nesavršenosti konstrukcije sonde zahtjevniji, jer su prvim pristupom ove nesavršenosti sadržane u dobijenim rezultatima mjerena.

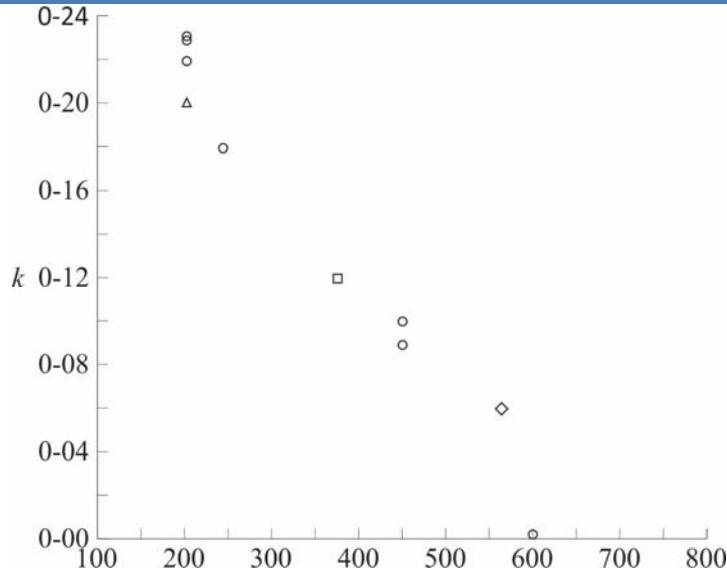
U stručnoj literaturi publikovan je veći broj radova u kojima su demonstrirane različite metode za kalibraciju sondi sa više senzora (npr. [51], [52], [53] itd).

### **1.5. Istraživanje zavisnosti koeficijenata $A, B, p, k$ i $h$**

Koeficijenti u jednačinama *King-a* (1.24) i *Jorgensen-a* (1.31), pored ostalog, zavisni su od intenziteta brzine strujanja, ali i od promjene ugla nastrujavanja fluida (*directional sensitivity*). Međutim u pojedinim slučajevima, može se usvojiti i njihova konstantna vrijednost za određen opseg brzina strujanja ili napadnih uglova. Istraživanju ponašanja navedenih koeficijenata posvećen je veliki broj istraživačkih radova, od kojih ćemo pomenuti samo nekoliko njih.

U preliminarnim istraživanjima predstavljenim u [20], provedenim sa DISA sondama sa normalnim senzorima (55P01 sa presvučenim krajevima senzora i 55P11 sa nepresvučenim krajevima senzora), između ostalog analiziran je i uticaj broja kalibracionih tačaka na tačnost fitovane krive ili izračunate kalibracione konstante (jednačina (1.21)). U tu svrhu sprovedena je kalibracija u opsegu brzina 4-40 m/s. Navedeni opseg brzina je prvo bio podijeljen na 40 tačaka, a potom 2 x 20 tačaka i na kraju 4x10 tačaka. Dobijeni rezultati primjenom jednačine (1.21) su demonstrirali slično dobre krive fita sa 10, 20 ili 40 kalibracionih tačaka ukoliko su vrijednosti za koeficijente  $A$  i  $B$ , odnosno eksponent  $p$  ostale virtuelne konstante. Iz toga je slijedilo da je u ovom opsegu brzina, opravdana upotreba manjeg broja kalibracionih tačaka da bi se redukovalo neophodno vrijeme za kalibraciju.

Zavisnost *yaw* koeficijenta  $k$  u jednačini (1.26), od vrijednosti *Reynold*-sovog broja i odnosa  $l/d$  anaizirana je u [21]. Istraživanja su provedena na senzorima izrađenim od platine (Pt) i volframa (W). Konstatovano je da za isti senzor pri istom temperaturnom opterećenju, nije primjećen značajni uticaj *Reynolds*-ovog broja na *yaw* koeficijent  $k$  (analiza je provedena za dva različita *Re* broja). Potpuno suprotan efekat je imao odnos  $l/d$ . Sa porastom odnosa  $l/d$  opadala je vrijednost *yaw* koeficijenta  $k$ , da bi pri vrijednostima  $l/d = 600$  bila gotovo jednaka nuli (sl. 1.8), tj. iz prezentovanih izraza, slijedi da bi jednačina *Hinze-a* (1.26) prelazila u *kosinusni zakon* (1.25).



Sl. 1.8. Zavisnost  $k$  od odnosa  $l/d$ .  $\text{Re}_\infty = 11,7$ ;  $V_{R\infty} = 35 \text{ m/s}$ ;  
 $a_T = 0,80$ ; ○, Pt senzor,  $5 \mu\text{m}$ ; □ W senzor,  $5 \mu\text{m}$ ; △ Pt  
 presvučeni senzor,  $5 \mu\text{m}$ ; ◇ W senzor,  $3,8 \mu\text{m}$ ; [21]

U provedenoj analizi kalibracione procedure i metoda interpretacije signala u slučaju sondi sa jednim normalnim i jednim nagetim senzorom kad se koriste u turbulentnim strujanjima, u [54] je pokazano da su za sonde sa jednim normalnim senzorom koeficijenti  $k$ ,  $m$  i  $b$  iz jednačina (1.27) – (1.29) zavisni i od brzine i od  $yaw$  ugla, te da ne postoji jedan kriterijum koji će dati najbolju vrijednost  $yaw$  parametra u svim slučajevima. U slučajevima sondi sa nagetim senzorima (DISA 55P12), prilikom određivanja  $yaw$  koeficijenta dobijene su negativne vrijednosti za koeficijent  $k$ . Stoga je zaključeno da u opštem slučaju, nije moguće tretirati sondu sa nagetim senzorom kao nagetu sondu sa normalnim senzorom.

Dodatno u [25], za slučaj sonde sa „X“ rasporedom senzora, pored  $yaw$  zavisnosti definisane jednačinom Hinzea-a (1.26), razmatrane su i zavisnosti definisane jednačinama (1.27)–(1.30). Na osnovu provedene analize došlo se do zaključka da za vrijednosti  $yaw$  ugla do  $70^\circ$ , jednačine (1.27)–(1.29) daju tačnost sa sličnim rezultatima, dok je metod sa efektivnim uglom (jednačina, 1.30), nešto slabiji dajući grešku od 2% pri  $70^\circ$ . Za razliku od drugih jednačina, greške sa jednačinom (1.26) iznosile su  $\approx 3\%$  pri  $80^\circ$  i 15% pri  $90^\circ$ , pri čemu su mjerena provedena sa Dantec „X“ sondom (55P51).

U [55] navodi se da je koncept sa efektivnim uglom hlađenja (1.30) validan samo za strujanja niskog intenziteta turbulencije kad trenutni vektor brzine ne odstupa više od približno  $\pm 10^\circ$  od ose sonde.

U novijim istraživanjima koncepta efektivnog ugla hlađenja (1.30), i njegove zavisnosti od brzine strujanja, u [56], konstatuje se da je „efektivni ugao virtualno nezavisan od brzine za brzine strujanja  $V_N > 6 \text{ m/s}$ “, tj. da se njegova vrijednost vrlo malo mijenja sa promjenom brzine strujanja, ali i da „rapidno opada sa opadanjem brzine strujanja ispod  $V_N < 6 \text{ m/s}$ “. Ovo ukazuje da koncept fiksnog efektivnog ugla ima smisla pri relativno većim brzinama strujanja“.

Validnost kosinusnog zakona (tj. jednačine (1.25)) u odnosu na druge jednačine ((1.27) do (1.30)) prezentovana je u [57]. Istraživanje je provedeno na različitim tipovima sondi (sa po jednim normalnim i nagetim senzorom, i senzorima u „X“ konfiguraciji) pri čemu je zaključeno da:

- „kalibracioni podaci demonstriraju zavisnost brzine od yaw ugla kao što je i očekivano,
- kosinusni zakon dobro fituje kalibracione podatke u opsegu napadnih uglova manjim od  $\pm 70^\circ$ , a ovaj opseg opada sa opadanjem brzine,
- kalibracioni podaci odstupaju od svih yaw metoda za određivanje efektivne brzine strujanja obuhvaćenih studijom u opsegu većem od  $\pm 70^\circ$  zbog uticaja nosača senzora,
- yaw parametri su pokazali zavisnost i od yaw ugla i od brzine strujanja,
- upotreba jedne vrijednosti za yaw parametar, ne garantuje da će se funkcija osjetljivosti na promjenu pravca strujanja fluida („directional sensitivity“) nekog primjenjenog yaw metoda (jednačine za yaw zavisnost (1.27)-(1.30)) pokazati boljom od kosinusnog zakona, posebno za uglove manje od  $\pm 50^\circ$  i više brzine strujanja,
- primjećena odstupanja yaw metoda pri višim yaw uglovima (većim od  $\pm 50^\circ$ ) vjerovatno će biti manja od onih prezentovanih u studiji, jer se oblasne korekcije obično provode sa izborom optimalnog yaw parametera“.

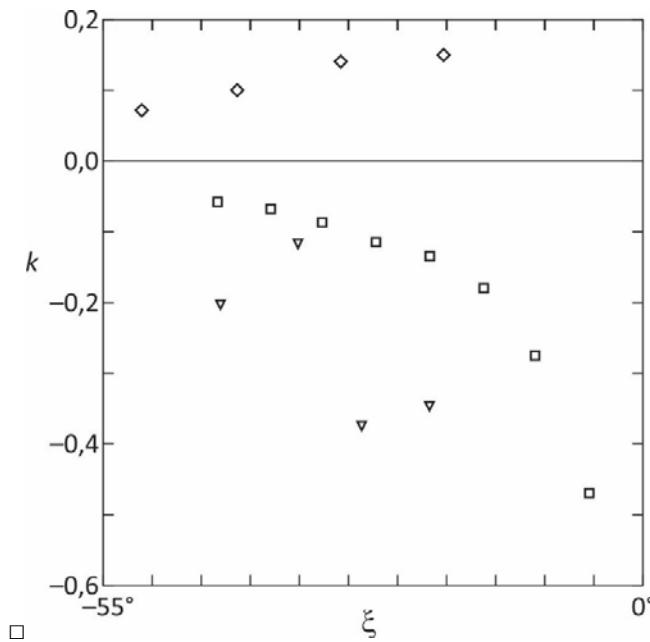
Osnovni zaključak je da „*kosinusni zakon reprezentuje anemometarski odziv jednako dobro kao i kompleksni yaw parametarski modeli, za opseg yaw uglova manjih od  $\pm 70^\circ$  i više brzine strujanja*“. Za niže brzine strujanja i/ili za yaw uglove veće od  $\pm 70^\circ$ , predlažu se kompleksniji metodi jer oni bolje reprezentuju anemometarski odziv podešavanjem njihovih yaw parametara.

Interesantna su i istraživanja predstavljena u [58] na sondama sa normalnim odnosno u [41] na sondama sa nagetim senzorom.

Pri proučavanju sondi sa normalnim senzorom čiji krajevi nisu bili presvučeni, konstatovano je da dotadašnji radovi nisu mnogo razmatrali odziv na yaw normalnih senzora koji nisu niti normalni niti leže u yaw ravni, odnosno koji su orijentisani pod različitim uglom u odnosu na yaw ravan. Ovakva mjerena su veoma važna u mjerjenjima sa sondama koje se rotiraju oko njihove ose simetrije, a i davala su osnovu za analizu modela odzivnih karakteristika kompleksnih sondi npr. sa tri nageta senzora. Drugi cilj navedenih istraživanja bio je ustanoviti validnost modela efektivne brzine hlađenja definisane jednačinom *Jorgensen-a* (1.31), u slučajevima kada varijacije pravca toka nisu male, odnosno kad je senzor pod uticajem tangencijalnog i binormalnog efekta hlađenja. Kako je navedeno „*posebna pažnja je poklonjena pitanju da li su koeficijenti k i h zaista zavisni o vrijednostima brzine i yaw ugla i ako jesu, kolike su vrijednosti ovih parametara pod različitim uslovima strujanja*“. Za istraživanje je upotrijebljena sonda sa normalnim senzorom DISA 55P11. Vrijednosti Reynolds-ovog broja kretale su se u opsegu  $Re = 0,572 \div 13,04$ , odnosno kako je navedeno u radu bile su iznad i ispod kritičnih vrijednosti navedenih od Hinze-a pri kojima postaju značajni efekat slobodne konvekcije ( $Re = 0,5$ ), odnosno pri kojoj počinje stvaranje vrtloga iz kružnog cilindra ( $Re = 44$ ). Istraživanja su provedena za tri nagiba senzora,  $0^\circ$  (senzor leži u tzv. yaw tj. xz ravni sl. 1.1,),  $90^\circ$  (senzor leži u tzv. pitch tj. xy ravni sl. 1.1), i za ugao nagiba senzora od  $45^\circ$  pri čemu se mijenja ugao  $\xi$ .

Za ugao  $\theta = 0^\circ$  tj. kad senzor leži u tzv. yaw ravni (sl. 1.9), konstatovano je da dolazi do varijacije yaw koeficijenta zavisno od promjene yaw ugla  $\xi$ , a takođe i da njegova varijacija zavisi od sonde koja je upotrijebljena. Navedeno je da ovo ukazuje da je koeficijent  $k$  osjetljiv na geometriju sonde, čistoću spojeva senzori-nosači senzora i vjerovatno aeroelastično ponašanje zagrijane senzorske niti. Radi usporedbe u [58] su

na slici prikazani i rezultati predstavljeni u „*Directional sensitivity of wire and fiber film probes*“ [59] ( $\diamond$ ) i *Report No. M-170* [60] ( $\nabla$ ). Zbog samog načina određivanja koeficijenta  $k$ , konstatovano je da pri uglovima  $\xi$  bliskim  $0^\circ$ , dolazi do odnosa dviju veličina malog reda, pa su dobijani rezultati sa velikom nepouzdanošću. Stoga je za ove uglove predložen drugačiji način određivanja koeficijenta  $k$  koji se može naći u ([58]).



Sl. 1.9. Varijacije tangencijalnog koeficijenta  $k$  sa uglom  $\xi$ .

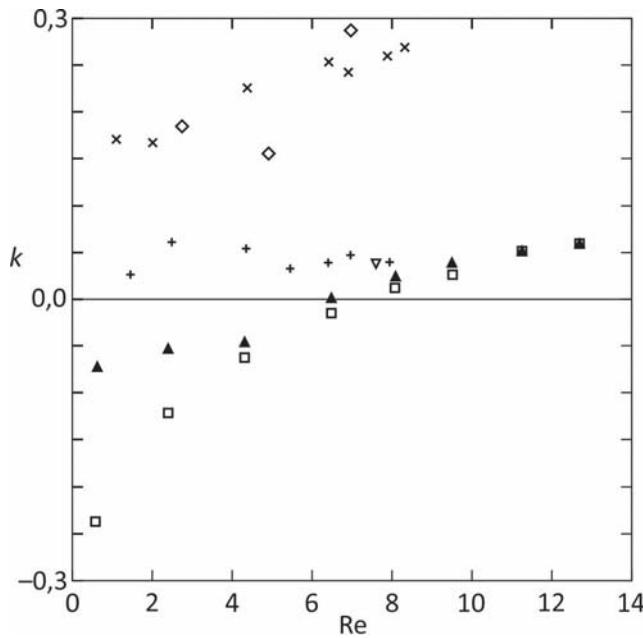
Ugao nagiba senzora u odnosu na *yaw* ravan  $\theta = 0^\circ$ ,  
 $0 < \text{Re} < 5,0$ ;  $\square$ , DISA 55P11;

$\nabla$  DISA 55P11 [60];  $\diamond$  DISA 55F31 [59], [58]

Varijacije tangencijalnog koeficijenta hlađenja  $k$  sa promjenom *Reynolds*-vog broja  $\text{Re}$ , i njegova zavisnost od geometrije sonde je prikazana je na sl. 1.10. Vrijednosti koeficijenta  $k$  dobijene za prezentovana mjerena su izračunate za *yaw* ugao  $\xi = 21,6^\circ$ . Radi usporedbe, navedno je da su na crtežu prikazani i neki od rezultata objavljeni u „*Directional sensitivity of wire and fiber film probes*“ [59] ( $\diamond$ ) i vrijednost  $k = 0,04$  sugerisana u [61] ( $\nabla$ ).

Sa sl. 1.10, poređenjem parametra  $k$  za modifikovanu DISA 55P01 sondu sa rezultatima prezentovanim u „*Directional sensitivity of wire and fiber film probes*“ [59], mogu se uočiti dobra slaganja, pri čemu su vrijedosti za  $k$  uvijek pozitivne unutar

cjelokupnog opsega testiranih  $Re$  brojeva. Međutim u slučaju sonde 55P11 vrijednost koeficijenta  $k$  ostaje negativna unutar opsega  $0,572 < Re < 7,97$ . Na sl. 1.10, takođe je prikazana varijacija parmetra  $1+a_1$ , koji je korišćen za određivanje vrijednosti koeficijenta  $k$  pri malim vrijednostima ugla  $\xi$ .

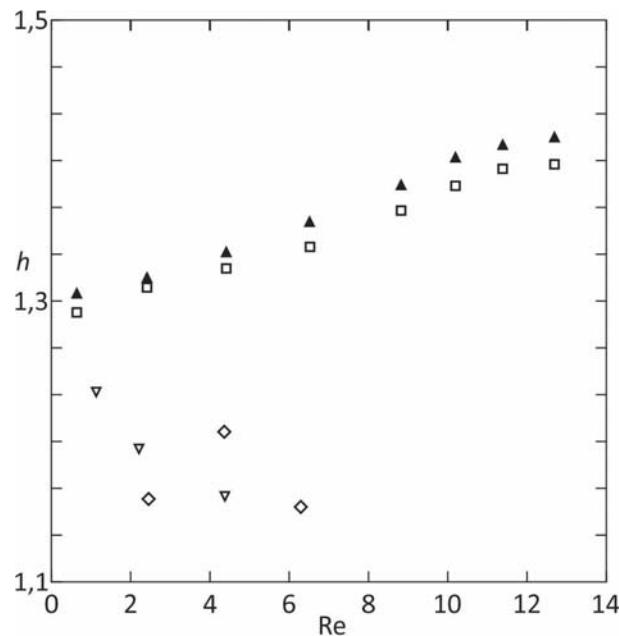


Sl. 1.10. Varijacije parametra  $k$  i  $1+a_1$ , sa  $Re$ . Ugao nagiba senzora u odnosu na *yaw* ravan  $\theta = 0^\circ$ ,  $\xi = 21,6^\circ$ :  
 □ DISA 55P11; ×, DISA 55P01 (modifikovana); +, DISA 55P01; ◇ DISA 55F31 [59]; ▽ [61]; ▲,  $1+a_1$  [58]

Za vrijednost ugla od  $\theta = 90^\circ$ , tj. kad je senzor okomit na tzv. *yaw* ravan, kao i za  $\theta = 0^\circ$ , primjećena je zavisnost binormalnog koeficijenta hlađenja  $h$  od *yaw* ugla  $\xi$ . Ovo se kako je navedeno razlikuje od rezultata navedenih u „*Directional sensitivity of wire and fiber film probes*“ [59] koji su bili neosjetljivi na promjenu *yaw* ugla. Binormalni koeficijent hlađenja  $h$ , naveden u ovom radu je rastao sa porastom pozitivnog *yaw* ugla i opadao sa porastom negativnog *yaw* ugla. Istaknuto je da je na promenu *yaw* ugla, koeficijent  $h$  manje osjetljiv od koeficijenta  $k$ , ali bi bilo neodgovarajuće označiti ga kao konstantu.

Na sl. 1.11, prikazane su varijacije koeficijenta  $h$  sa promjenom *Reynolds*-ovog broja, i to za vrijednost ugla  $\xi = 37,8^\circ$  (sl. 1.11). Takođe su prikazani i rezultati predstavljeni u „*Directional sensitivity of wire and fiber film probes*“ [59] (◇) i u „*S.F.B. 80 Report No.*

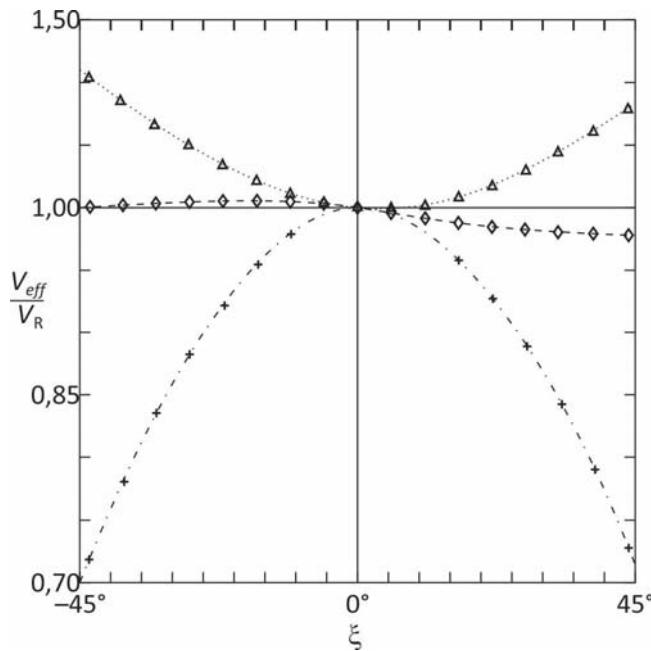
*M-170*“ [60] (V). Prema prezentovanim rezultatima, koeficijent  $h$  raste monotono sa porastom brzine (Re broja) i obrnuto. Istaknuto je da su i rezultati perzentovani u [59] i [60] varirali sa *Reynolds*-ovim brojem. Navedeno je da se porast koeficijenta  $h$ , sa porastom brzine (pri konstantnoj vrijednosti yaw ugla  $\xi=const.$ ), može objasniti sa porastom ubrzanja toka u blizini senzora kada prolazi preko međuprostora ograničenog sa nosačima senzora i tijelom sonde, što dovodi do povećnaja konvektivnog prenosa toplote sa senzora na okolinu. Istaknuto je da je ovo obrazloženje u saglasnosti sa istraživanjima [62], koja su pokazala da porast prostora između nosača senzora redukuje binormalni efekat hlađenja.



Sl. 1.11. Varijacije parametra  $h$  i  $1+a_1$ , sa Re. Ugao nagiba senzora u odnosu na yaw ravan  $90^\circ$ ,  $\xi=37,8^\circ$ ;  
 □ DISA 55P11; ◇ Directional sensitivity of wire and fiber film probes, [59]; ▽, S.F.B. 80 Report No. M-170 [60]; ▲,  $1+a_1$  [58]

Za sondu pod uglom od  $\theta=45^\circ$ , očigledno je da će oba efekta i binormalnog i tangencijalnog hlađenja uticati na krajnji odziv senzora. Vizuelno poređenje tri bezdimenzionalne karakteristike odziva za ugao senzora  $0^\circ$ ,  $90^\circ$  i  $45^\circ$  prikazano je na sl. 1.12. Kao što se može vidjeti, normalni senzor je najosjetljiviji kad se vrši njegova rotacija u tzv. yaw ravni, odnosno pri uglu nagiba sonde od  $\theta=0^\circ$ . Zakretanjem sonde za  $90^\circ$ , njena osjetljivost (zavisnost promjene odnosa  $V_{eff}/V_R$ ) se smanjuje 30-33%, a za

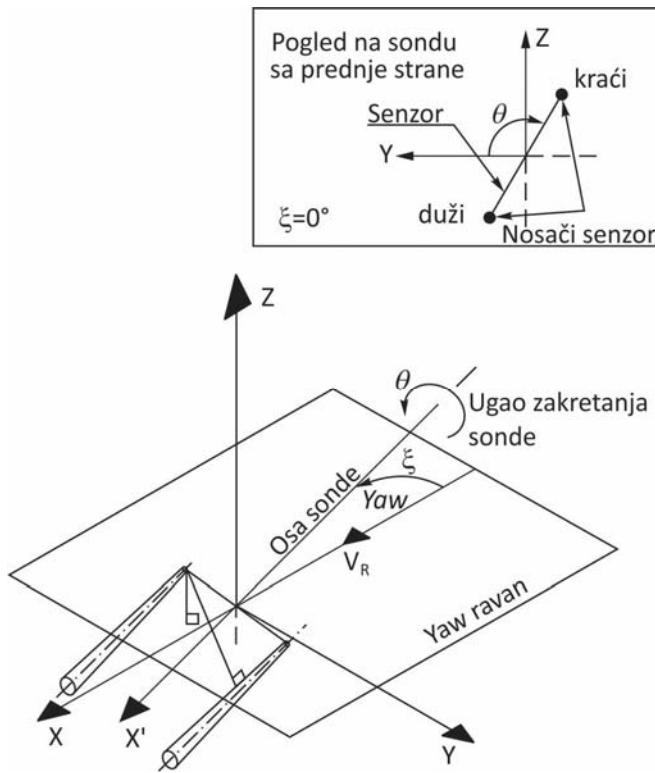
ugao nagiba od  $45^\circ$ , odziv senzora je gotovo neosjetljiv na promjenu yaw ugla unutar opsega uglova  $|\xi| < 43,2^\circ$ .



Sl.1.12. Odziv na promjenu yaw ugla sonde 55P11, pri različitom uglu zakretanja sonde u odnosu na yaw ravan (ugao  $\theta$ , sl. 1.1, 1.2 i 1.13).  $Re=4,28$ ,  $\theta : +, 0^\circ; \diamond, 45^\circ; \Delta, 90^\circ$  [58]

Pri proučavanju sondi sa načetim senzorima čiji krajevi nisu bili presvučeni, u [41] analizirali su odziv na yaw pri čemu su sonda bile postavljene pod različitim uglom u odnosu na yaw ravan. Istraživanje je provedeno sa DISA 55P12 sondom sa jednim načetim senzorom, sondom sa „X“ rasporedom senzora i sondom sa tri senzora načeta pod uglom od  $45^\circ$ , pri čemu su senzori međusobno zatvarali ugao od  $120^\circ$ . U eksperimentalnim istraživanjima osjetljivosti sonda sa jednim načetim senzorom i sa nepresvučenim krajevima senzora, dobijeni rezultati su jasno pokazali da yaw odziv ovih sondi zavisi od ugla nagiba ravni koju formiraju nosači senzora-senzor u odnosu na yaw ravan (tj. ugla  $\theta$  sl. 1.13), te da dolazi do opadanja odziva za neki yaw ugao sa porastom vrijednosti ugla  $\theta$ . U zaključku istraživanja se navodi „*kad su obje ravni poravnate jedna sa drugom pri  $\theta=0^\circ$ , karakteristike konstantnih brzina su monotone funkcije yaw ugla  $\xi$ , ukazujući na jedinstvenu zavisnost između izlaznog signala i pravca strujanja. Pri bilo kojoj drugoj vrijednosti ugla  $\theta$ , u kojoj dvije ravni (ravan koju formiraju nosači senzora i senzor, i ravan u kojoj leži sonda za ugao  $\theta=0^\circ$ ), nisu poravnate postoji oblast yaw uglova u kojoj izlazni signal postaje nejedinstveno*

povezan sa vrijednošću ugla  $\xi$  (tj. jednom odnosu  $V_{\text{eff}} / V_R$  odgovaraju dvije vrijednosti ugla  $\xi$ , sl. 1.14.). Veličina ove oblasti zavisi od vrijednosti ugla  $\theta$ ; on raste sa porastom  $\theta$  i obrnuto“.

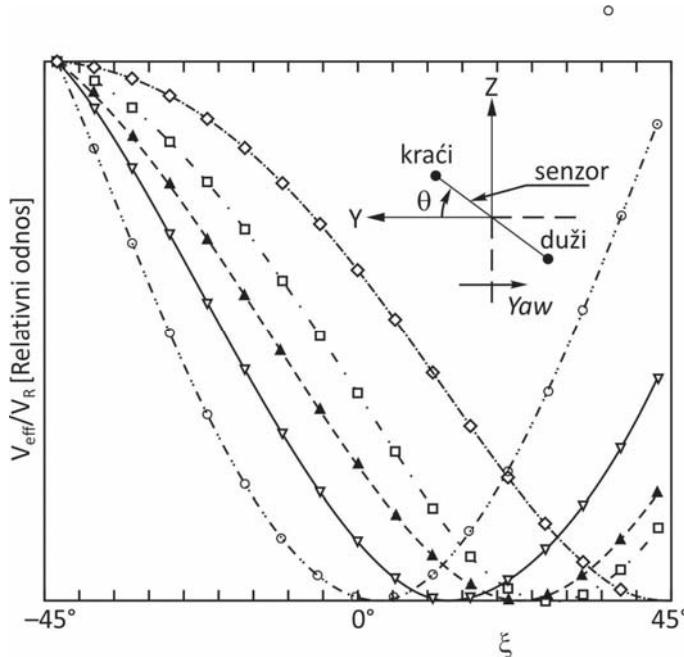


Sl. 1.13. Sonda sa nagetim senzorom u prostorno fiksiranom koordinatnom sistemu, definicija uglova  $\varphi$  i  $\theta$  [41]

U [41] se navodi da je očigledno da je nejedinstvena relacija između  $V_{\text{eff}} / V_R$  i yaw ugla  $\xi$  (sl. 1.15), za datu brzinu strujanja i ugao nagiba ravni nosači senzora-senzor u odnosu na yaw ravan, za  $\theta > 0^\circ$ , uzrokovana kombinacijom dva efekta koji su suprotni jedan drugom i to:

- „zakretanjem niti senzora u yaw ravni (iz pozicije u kojoj je gotovo okomita na kalibracioni tok ( $-43,2^\circ$ ), na poziciju u kojoj je gotovo paralelna sa kalibracionim tokom ( $+43,2^\circ$ ), dovodi do opadanja normalne komponente hlađenja, što dovodi do opadanja bezdimenzionalnog odnosa ( $V_{\text{eff}} / V_R$ )),
- kad je ugao između ravni koju formiraju nosači senzora-senzor i yaw ravni različit od  $0^\circ$  (sl. 1.14), zakretanjem senzora odnosno sonde u yaw ravni od  $0^\circ$  do  $43,2^\circ$ , povećava se uticaj binormalnog efekta hlađenja što dovodi do porasta

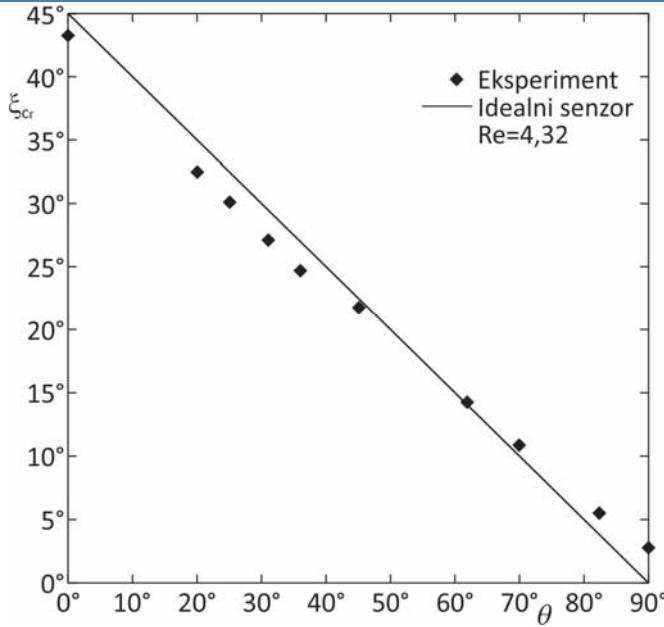
bezdimenzionalnog odziva ( $V_{eff} / V_R$ ). Unutar opsega  $0 < \xi < -43,2^\circ$  trend oba efekta hlađenja je isti“.



Sl. 1.14. Odziv na yaw sonde sa nagetim senzorom, pri različitoj vrijednosti  $\theta$  uglova, pitch ugao  $0^\circ$ ,  $Re=4,32$ .  
 $\theta$ :  $\diamond, 0^\circ$ ;  $\square, 25^\circ$ ;  $\blacktriangle, 45^\circ$ ;  $\triangledown, 62^\circ$ ;  $\circ, 90^\circ$  [41]

Vrijednost yaw ugla  $\xi$  pri kojoj je primjećena startna nejedinstvenost je definisana kao kritična vrijednost yaw ugla  $\xi_{cr}$ , i ona je očigledno zavisna od ugla nagiba između ravni nosača senzora-senzor i yaw ravni tj. ugla  $\theta$  (sl. 1.15). Dobijena zavisnost  $\xi_{cr}$  od ugla  $\theta$  pri  $Re = 4,2$  prikazana je na sl. 1.15.

Za idealno nageti senzor pod uglom od  $45^\circ$ , u odnosu na osu sonde maksimalna vrijednost  $\xi_{cr}$  mogla bi se očekivati pri  $\theta = 0^\circ$ , i ona bi trebala da iznosi  $\xi_{cr} = 45^\circ$ , dok bi pri  $\theta = 90^\circ$  očekivana, kritična vrijednost yaw ugla trebala da bude  $\xi_{cr} = 0^\circ$ . Pod prepostavkom linearne zavisnosti između kritične vrijednosti yaw ugla od nagiba ravni nosači senzora-senzor u odnosu na yaw ravan, na sl. 1.15 prikazana su odstupanja testnih rezultata od očekivane linearne zavisnosti. U [41], se navodi da su u „Hot-wire Anemometry“ [63] ovakva odstupanja pripisana lokalnom savijanju senzora koja su rezultat produženja senzorskog elementa tokom zagrijanja.



Sl.1.15. Varijacije  $\xi_{cr}$  sa  $\theta$ , pitch ugao  $0^\circ$ ,  $Re=4,32$ ;  
- idealni senzor;  $\blacklozenge$  eksperiment [41]

Takođe je naglašeno da su vrijednosti kritičnog yaw ugla ( $\xi_{cr}$ ) zavisne ne samo od ugla nagiba između ravni nosača senzora-senzor, već takođe i od vrijednosti *Reynolds*-ovog broja, tj. od brzine strujanja. Sa porastom brzine strujanja, odnosno *Reynolds*-ovog broja „redukuje se osjetljivost na promjenu yaw ugla sonde sa nagetim nepresvučenim senzorom, čime dolazi do porasta oblasti u kome odzivni signali poprimaju slične vrijednosti za dva različita yaw ugla,“ odnosno do porasta oblasti nejedinstvenog rješenja. Stoga je konstatovano da „zavisnost kritičnog yaw ugla  $\xi_{cr}$  od *Re* broja, ali i ugla između ravni nosača senzora-senzor i yaw ravni (tj. ugla  $\theta$ ) ukazuje da je za posmatrani sondi sa nagetim senzorom veoma teško odrediti granice yaw ugaone oblasti (da bi se izbjegla nejedinstvenost izlaznih signala), bez sprovodenja cijelokupne kalibracije sonde“.

Slična zapažanja su konstatovana i kod sondi sa „X“ rasporedom senzora odnosno sondi sa tri nageta senzora. Istaknuta je činjenica da mjerena upotrebom sonde sa „X“ rasporedom senzora mogu da uđu u probleme nejedinstvenosti, i da su o tome već izvještavali u nekoliko eksperimenata različiti istraživači. Tako je npr. u radu “Survey and new measurements of turbulent structure near the wall“ [64], navedeno “ovaj problem nastaje kad nagib vektora brzine pređe opseg strujnih uglova (pravaca) ograničenog bilo normalama na dva senzora ili dva senzora međusobno (zavisno od

toga koji je manji“. Takođe je istaknuto da prema „*mišljenjima navedenim u „Has a small - scale structure in turbulence been experimentally verified“, [65] problem nejedinstvenosti nastaje zbog konfiguracije nosača senzora koji nose senzor i utiču na tok u blizini sonde. Stoga se nejedinstvenosti mogu pojaviti i pri manjim uglovima*“. Studija [41] ne isključuje ove mogućnosti, ali je „*demonstrirala da problem nejedinstvenosti primarno nastaje zbog odstupanja u nagibu ravni u kojoj leže senzori sa yaw kalibracionom ravni*“.

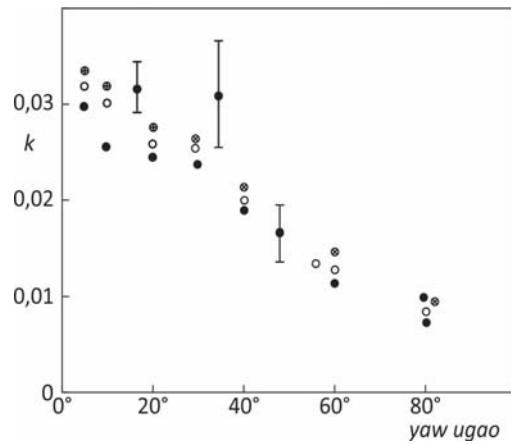
Prema [41], „*mnogo komplikovanija situacija se susreće kad se koriste sonde sa tri senzora. Zbog specijalnog rasporeda senzora u sondi, najmanje dva senzora od tri su u vijek zakrenuti u odnosu na kalibracionu ravan. Stoga je jedini efektivni metod za izbjegavanje dvostrislenih rezultata u ovom slučaju da se ograniči upotreba sondi sa tri senzora na eksperimentalno predefinisani opseg strujnih uglova*“. Na osnovu prezentovanih istraživanja slijedila su još dva zaključka za sonde sa tri senzora:

- a. „*svaki pokušaj porasta strujnih uglova u jednom pravcu će odmah uticati na opseg u drugim pravcima,*
- b. „*suštinsko poboljšanje u performansama sondi sa tri senzora, koje se sastoje od nepresvučenih senzora, ne može se postići mijenjanjem orijentacije (zakretanjem) sonde*“.

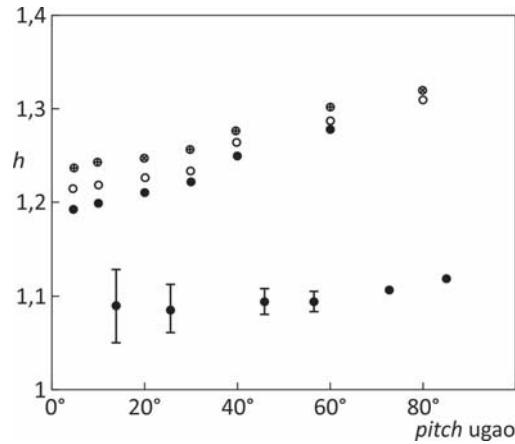
U [24], pored ostalog, eksperimentalno je analizirana osjetljivost *hot-wire* sonde sa normalnim senzorom sa presvučenim krajevima senzora, na promjenu pravca strujanja fluida (tzv. *directional sensitivity, directional response*). Zaključeno je da su „*faktori koji određuju pitch odziv aerodinamički poremećaji uzrokovani nosačima senzora i tijelom sonde kao i zakrivljenosću senzora. Yaw odziv takođe određuju aerodinamički poremećaji, konvektivni prenos topline zbog strujanja fluida paralelno sa senzorom i konduktivni gubici na krajevima. Aerodinamički poremećaji u blizini senzora su uzrokovani graničnim slojem formiranim od nosača senzora i tijela sonde kao i oblastima separacije toka iza nosača senzora koji mogu biti nestabilni*“. Na osnovu provedenih eksperimenata za više različitih sondi u cilju provjere validnosti Jorgensenove jednačine (1.31), za kombinovani *yaw* i *pitch* zaključeno je da „*ona dobro reprezentuje odziv senzora na promjenu pravca strujanja ukoliko se koeficijenti k i h određuju odvojeno u čistoj yaw i čistoj pitch kalibraciji i ukoliko jednačina tačno reprezentuje čisti yaw i čisti pitch odziv*“.

---

Istraživanje zavisnosti *yaw* i *pitch* koeficijenta za sonde sa tri ortogonalna senzora detaljnije je analizirano u [34]. Analizirana je ortogonalna sonda sa tungstremovim senzorima pri čemu su krajevi senzora bili presvučeni zlatom. Konstatovano je da se ukoliko se želi postići dobra tačnost, mora uzeti u obzir zavisnost *yaw* koeficijenta  $k$ , i *pitch* koeficijenta  $h$ , od *yaw* i *pitch* ugla, kao i da te vrijednosti variraju od senzora do senzora. „*Za najbolje rezultate, preporučeno je da se vrijednosti koeficijenata  $k$  i  $h$  izaberu nakon individualne kalibracije svakog senzora na *pitch* i *yaw* uglove*“. Neke tipične varijacije  $k$  i  $h$  prikazane su na sl. 1.16 i sl 1.17.



Sl. 1.16. Tipične varijacije  $k$  sa *yaw* uglovom. ● „*Directional sensitivity of wire and fiber film probes*“, tip P55F11, sa krajevima presvučenim zlatom; [59] ○, senzor 1; ⊗, senzor 2; ⊕ senzor 3, [34]



Sl. 1.17. Tipične varijecije  $h$  sa *pitch* uglovom. Simboli su kao na sl. 1.16. [34]

Nadalje je istaknuto da „*poredenjem sl. 1.16. i sl. 1.17. sa tipičnim rezultatima Jorgensen-ove studije [59] upotrebom normalnog senzora i prezentovanih rezultata za sonde sa tri senzora ukazuje da vrijednosti koeficijenata  $k$  i  $h$  donekle zavise od geometrije nosača senzora. Vrijednosti za koeficijent  $k$  su nešto manje od onih za normalni senzor zbog specijalnog oblika sonde sa tri senzora. U Joregensen-ovom eksperimentu sa normalnim senzorom, nosači senzora su paralelni, sa konstantnim rastojanjem od 3 mm, a u prezentovanom slučaju, nosači svakog senzora su bili odvojeni 3,25 mm na njihovim vrhovima, dok je to rastojanje daleko dole u pravcu nosača sonde, poraslo postepeno na 8 mm i ostalo konstantno jer su savijeni. Međutim postavljanje šest nosača senzora zajedno povećalo je aerodinamičke smetnje, a ova činjenica je evidentna sa crteža za koeficijent  $h$ . Ove vrijednosti su znatno više nego one kod normalnih senzora sa presvučenim krajevima*“. Veliko smanjenje brzine u

binormalnom pravcu objašnjeno je prisustvom velikih prepreka (tj. nešto većih nosača senzora), a to može biti i objašnjenje za veće vrijednosti koeficijenta  $h$ .

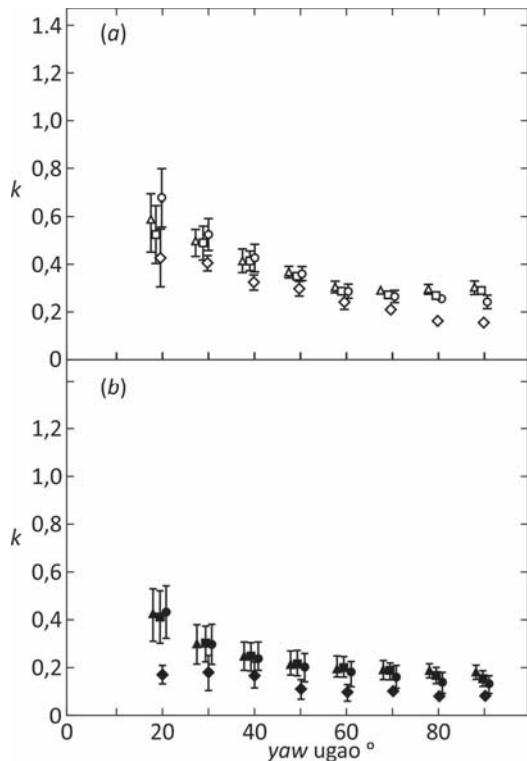
U [66], analiziran je odziv na promjenu pravca strujanja fluida, sondi sa „X“ rasporedom senzora DISA 55P61 i sondi sa tri senzora DISA 55P91. Koeficijenti  $k$  i  $h$  iz jednačine Jorgensen-a, (1.31) koji uzimaju u obzir efekte hlađenja uslijed tangencijalne i binormalne komponente vektora brzine fluida, su određeni za različite yaw i pitch uglove ( $20^\circ$ - $90^\circ$ , sl. 1.19 i 1.20), pri brzinama od 6 m/s, 11 m/s i 19 m/s. Za razmatrane brzine, zaključeno je da je uticaj brzine na promjenu vrijednosti koeficijenata  $k$  i  $h$  mali i za sonde sa dva i za sonde sa tri senzora. Nadalje u [66], se dalje navodi da je u studiji „*Directional sensitivity of wire and fiber film probes*“ [59] konstatovano da „za sonde sa jednim senzorom, sa nepresvučenim krajevima senzora DISA 55F31, relativne greške u mjerenu brzine zbog zanemarivanja yaw koeficijenta  $k$ , mogu iznositi i 30%, odnosno 10% ukoliko se zanemari pitch koeficijent  $h$ , za veće vrijednosti yaw odnosno pitch uglova. Greška je bila manje izražena za sonde DISA 55F11 jer su krajevi senzora bili presvučeni zlatom koji su redukovali efekte uticaja nosača senzora“. Iz navedene konstatacije je slijedio zaključak da kod sondi sa „X“ rasporedom senzora ili sondi sa tri senzora, ukoliko je vektor brzine fluida paralelan osi sonde, on tada nije okomit niti na jedan senzor tj. yaw i pitch uglovi za svaki od senzora nisu mali, pa jednostavni kosinusni zakon neće biti dovoljan da bi se izbjegle dvosmislenosti u konačnom rezultatu.

Iz provedenih mjerena na navedenim sondama, u [66] su određene vrijednosti koeficijenta  $k$  i  $h$ . Za sonde sa „X“ rasporedom senzora vrijednosti koeficijenta  $k$  varirale su od 0,25 do 0,60, dok su za sondu sa tri senzora iznosili 0,15 do 0,45, a ove vrijednosti su bile veće od odgovarajućih za sondu sa jednim senzorom uprkos identičnoj geometriji senzora. Ove razlike su pripisane razlikama u geometriji nosača senzora. Takođe, konstatovano je da razlike u vrijednosti koeficijenata  $h$ , za sonde sa jednim, sa „X“ rasporedom senzora i tri senzora, slične geometrije, ukazuju na važnost geometrije nosača senzora. Iz provedene analize zaključeno je „da se vrijednosti za koeficijente  $k$  i  $h$  određene za sonde sa jednim senzorom ne mogu usvojiti za sonde sa ukrštenim ili sonde sa tri senzora čak iako imaju identičnu geometriju“.

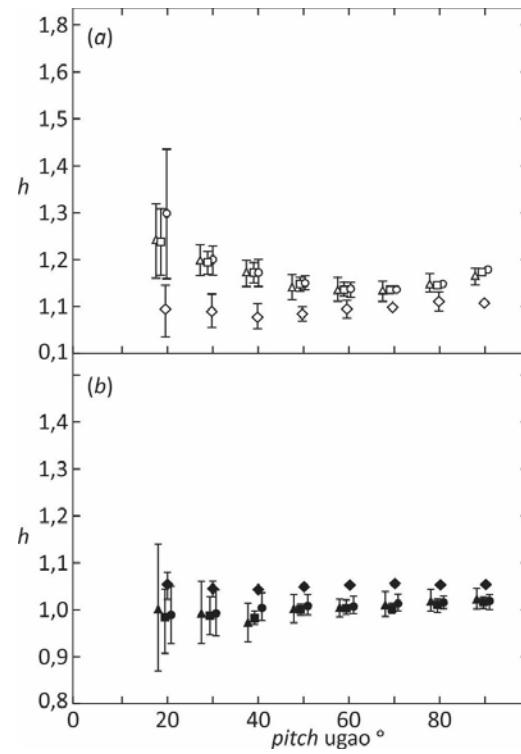
Veće rasipanje vrijednosti koeficijenata  $k$  i  $h$ , pri manjim vrijednostima yaw i pitch uglova objašnjeno je činjenicom da su ta mjerena veoma osjetljiva na tačnost

---

izmjerenih uglova (sl. 1.21), kao i činjenicom da su tangencijalna i binormlana komponenta u tom slučaju male, pa su moguće velike varijacije koeficijenata  $k$  i  $h$ , a da ne dođe do velike varijacije u rashladnom efektu.



Sl. 1.18. *Yaw* koeficijent (a) sonda sa „X“ rasporedom senzora i (b) sonda sa tri senzora pri različitim brzinama:  $\triangle, \blacktriangle, 6$  m/s;  $\square, \blacksquare, 11$  m/s;  $\circ, \bullet, 19$  m/s;  $\diamond, \blacklozenge, \blacklozenge, \blacklozenge$ , sonda sa jednim senzorom, rezultati pri 12,5 m/s i 12 m/s radi usporedbe. Granice greške pokazuju 2 standardne devijacije (preko 12 očitavanja) [66]

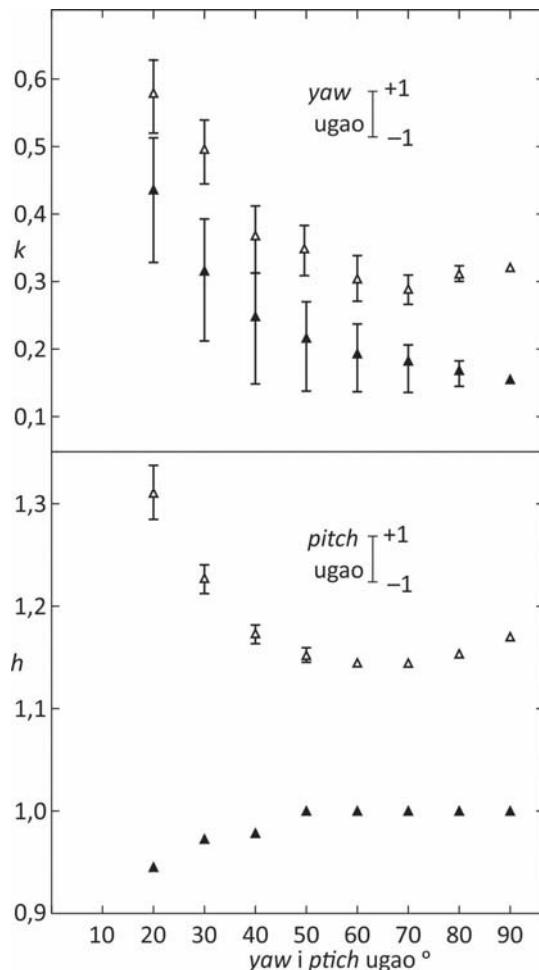


Sl. 1.19. *Pitch* koeficijent (a) sonda sa „X“ rasporedom senzora i (b) sonda sa tri senzora pri različitim brzinama:  $\triangle, \blacktriangle, 6$  m/s;  $\square, \blacksquare, 11$  m/s;  $\circ, \bullet, 19$  m/s;  $\diamond, \blacklozenge, \blacklozenge, \blacklozenge, \blacklozenge$ , sonda sa jednim senzorom, rezultati pri 12,5 m/s i 12 m/s radi usporedbe. Granice greške pokazuju 2 standardne devijacije (preko 12 očitavanja) [66]

U radu su takođe analizirane i greške zbog pogrešnog određivanja *yaw* ugla za  $\pm 1^\circ$  na vrijednost koeficijenta  $k$ , odnosno *pitch* ugla za  $\pm 1^\circ$  na vrijednost koeficijenta  $h$  (sl. 1.20 [66]).

Zbog oblika jednačine iz koje se izračunava vrijednost koeficijenta  $k$ , zaključeno je da greške od  $1^\circ$  u vrijednosti *yaw* ugla, mogu rezultovati greškama i do 30% u vrijednostima koeficijenta  $k$  pri malim vrijednostima *yaw* ugla. Za sonde sa tri senzora zaključeno je da se greške od  $\pm 1^\circ$  u vrijednosti *pitch* ugla, mogu zanemariti jer je

vrijednosti koeficijenta  $h$ , bliska jedinici što ukazuje da je efekat korekcije binormalne komponente mali.



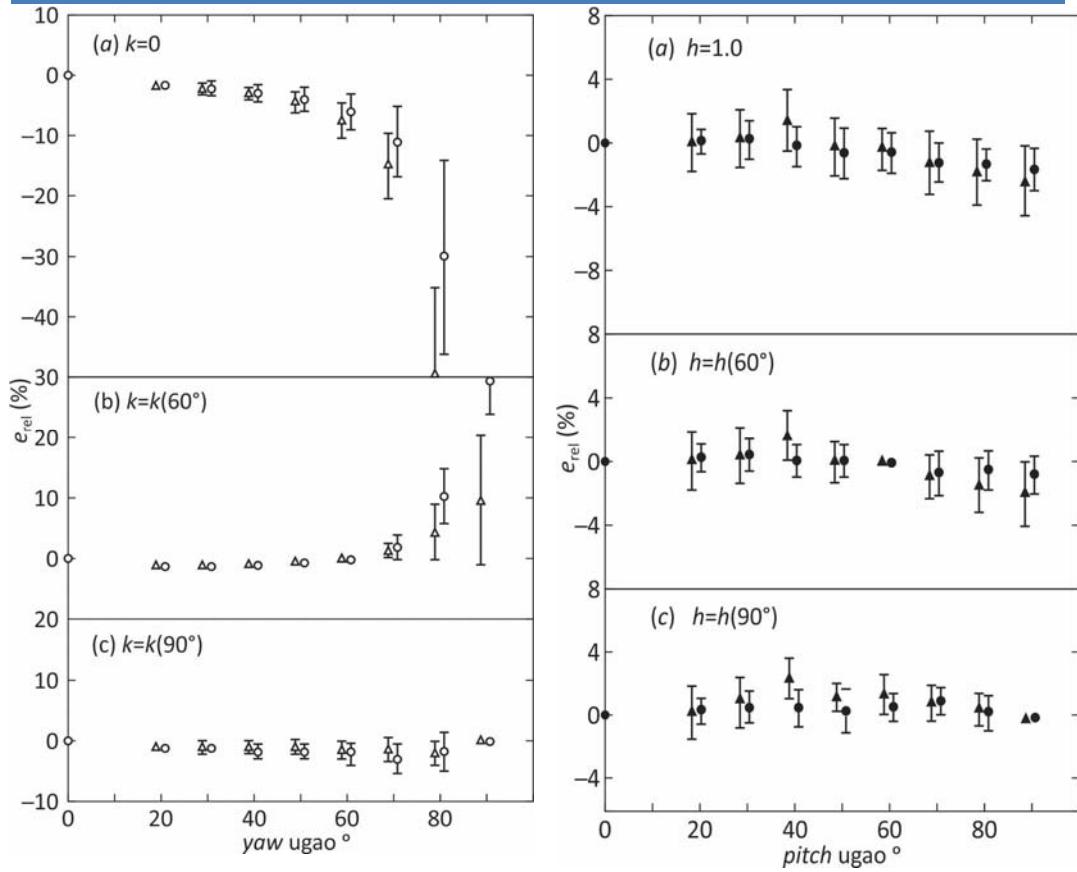
Sl. 1.20. Varijacije u  $k$  i  $h$  za grešku od  $\pm 1^\circ$  u  $yaw$  ugлу i  $pitch$  ugлу pri 6 m/s.  $\Delta$  rezultati za sondu sa „X“ rasporedom senzora;  $\blacktriangle$  rezultati za sondu sa tri senzora [66]

Na osnovu izmjerениh vrijednosti za koeficijente  $k$  i  $h$ , za različite  $yaw$  i  $pitch$  uglove, izračunate su relativne greške u brzini toka, ukoliko se brzine određuju na osnovu konstantnih vrijednosti za koeficijente  $k$  i  $h$ . Za konstantne vrijednosti koeficijenta  $k$  i  $h$ , usvojene su njihove izračunate vrijednosti za vrijedost  $yaw$  i  $pitch$  uglova od  $60^\circ$  i  $90^\circ$ , odnosno idealne vrijednosti  $k = 0$  i  $h = 1$ , a rezultati su za sonde sa tri senzora predstavljeni na sl. 1.21 i sl. 1.22. Generalno, za sonde sa tri senzora DISA 55P91, vrijednosti za koeficijent  $k$  su manje od onih za sonde sa „X“ rasporedom senzora DISA 55P61, pa je uticaj tangencijalne komponente na hlađenje manji. Međutim zanemarivanje ove komponente (tj.  $k = 0$ ) može dovesti do velikih grešaka. Na osnovu

provedenih razmatranja, zaključeno je da će za „sonde sa  $X$  rasporedom senzora, sa varijacijom pravca strujanja u opsegu yaw uglova  $45^\circ \pm 25^\circ$ , odnosno u slučaju sonde sa tri senzora u opsegu yaw uglova  $35,3^\circ \pm 35^\circ$ , usvajanje konstantne vrijednosti za koeficijent  $k$ , određene za vrijednost yaw ugla od  $60^\circ$  rezultovati u greškama manjim od 3% za sonde sa  $X$  rasporedom senzora odnosno 2% za sondu sa tri senzora“ (sl.1.21). Stoga je „pretpostavka o konstantnoj vrijednosti koeficijenta  $k$ , u metodu sa fiksiranim uglom kalibracije adekvatna za većinu primjena“.

Slično ponašanje, se takođe može primjetiti kod koeficijenta  $h$  (koji je pak sad mnogo niži za sonde sa tri senzora u odnosu na sonde sa dva ukrštena senzora), ali je ovaj efekat manje izražen jer je koeficijent  $h$  mnogo veći od koeficijenta  $k$ , pa je procenat promjena manji (sl. 1.22). Kao konačni zaključak provedenih istraživanja u [66], se konstataju da: „*iako se koeficijenti  $k$  i  $h$  mijenjaju sa yaw i pitch uglovima, mogu se usvojiti da su konstantni sa malom greškom u izračunatim brzinama preko širokog opsega ugaonih fluktacija. Pri usvajanju konstantnih vrijednosti za  $k$  i  $h$ , trebaju se izbjegavati vrijednosti za koeficijente  $k$  i  $h$ , dobijene osrednjavanjem svih vrijednosti. Umjesto toga trebalo bi usvojiti njihove vrijednosti za fiksni yaw i pitch ugao većih vrijednosti*“.

U [30], analizirani su različiti modeli kalibracije za sonde sa četiri senzora, (klasične sonde sa četiri senzora sa približnim nagibom  $45^\circ$ , u opsegu brzina između 2 m/s i 16 m/s i napadnih uglova od  $-30^\circ$  do  $+30^\circ$ , odnosno od 2 m/s do 10 m/s za subminijaturnu sondu sa nagibom senzora od približno  $45^\circ$ , a za napadne uglove brzina od  $-36^\circ$  do  $+36^\circ$ ). U slučaju korišćenja koncepta efektivne brzine hlađenja definisane Jorgensen-ovom jednačinom (1.31) i King-ovim zakonom (1.24) oni konstatuju da navedeni King/Jorgensen-ov model u njihovom slučaju nije najbolji. Istaknuto je da je ovaj model prejednostavan, ali korektan jer odražava najvažnije fizičke karakteristike procesa. Sa druge strane model se razlikuje od relacije pravog odziva samo kvantitativno tj. King/Jorgensen-ov model predstavlja odziv hot-wire previše idealizovan. Stoga je navedno „*samo ukoliko je King/Jorgensen-ov model upotrijebljen za kalibraciju sonde oko jedne poznate srednje brzine, tad kad je intenzitet turbulencije dovoljno slab, može ovaj metod dati dobre rezultate*“.



S1.1.21. Procenat greške izračunate brzine na osnovu različitih vrijednosti  $k$  za sondu sa tri senzora,  $\Delta$ , 6 m/s;  $\circ$ , 19 m/s; Granice pogreške pokazuju 2 standardne devijacije [66]

S1.1.22. Procenat greške izračunate brzine na osnovu različitih vrijednosti  $h$  za sondu sa tri senzora,  $\blacktriangle$ , 6 m/s;  $\bullet$ , 19 m/s; Granice pogreške pokazuju 2 standardne devijacije [66]

U analizi različitih jednačina za definisanje odziva senzora, u [27] se konstatiše da je „*stepenski zakon fita tačan koliko i polinomalni ukoliko se opseg brzina koji se mjeri redukuje na raspon do 10 m/s ili manje*“.

Napomenimo i specifičnosti kalibracije *hot-wire* uređaja pri malim brzinama strujanja (0-1 m/s). Prema [67], vrijednosti eksponenta  $p$  iz King-ovog zakona (1.24) koje su identifikovane u različitim istraživanjima zavisno od brzinskog režima varirale su od 0,4 do 1,3. Takođe je navedeno da su “*neki istraživači predložili vrijednost eksponenta p između 0,4 i 0,5 za vrijednosti brzine  $V_R \geq 1$  m/s, dok su drugi našli da njegova vrijednost raste sa opadanjem brzine na nekoliko cm/s*”. U istraživanjima prezentovanim u [67], za opseg brzina 0-15 cm/s navedeno je da je vrijednost eksponenta  $p = 0,998$ .

U [29], prezentovana su istraživanja kalibracije sa sondama sa „X“ rasporedom senzora, u nisko brzinskim tokovima (ispod 3m/s). Na osnovu provedene analize, došli su do zaključka u slučaju brzina strujanja manjih od 3 m/s, oba parametra u *King*-ovom zakonu ( $A, B$ , jednačina (1.24)) pokazuju u istoj mjeri zavisnost od promjene yaw ugla.

Detaljnije o nekim metodama za kalibraciju *hot-wire* sondi pri malim brzinama možemo pronaći u [4], pri čemu se za opseg brzina od 0,029 m/s-1,79 m/s, upotrijebila vrijednost eksponenta  $p = 0,75$ . U navedenom radu, kao jedan od zaključaka navodi se da je „*King*-ov zakon pogodan za kalibraciju kako u opsegu malih tako i u opsegu velikih brzina strujanja“.

### **1.6. Efekat promjene temperature fluida**

Iz jednačine (1.16) slijedi da je količina predane topote sa senzora na okolni fluid konstantnog sastava zavisna od brzine strujanja fluida koji opstrujava oko senzora, ali i od razlike temperature između senzora ( $T_s$ ) i temperature okolnog fluida ( $T_f$ ). Ovo ukazuje na činjenicu da različite brzine strujanja pri različitim razlikama temperature  $T_s - T_f$ , mogu dati isti izlazni signal na krajevima senzora. Stoga je veoma važno pri mjerjenjima tačno ustanoviti da li je promjena napona na krajevima senzora uzrokovana promjenom brzine ili temperature okolnog fluida. Ukoliko tokom sprovođenja eksperimenta temperatura fluida nije konstantna ili znatnije odstupa od kalibracione temperature neophodno je u cilju tačne identifikacije vektora brzine fluida izvršiti kompenzaciju promjene temperature. U osnovi ovo se može provesti na više načina:

- radna temperatura senzora se održava konstantnom a mjeri se temperatura okolnog fluida, koja je vrlo često promjenljiva tokom provođenja različitih mjerjenja. Temperatura okolnog fluida se mjeri upotrebot termopara ili *hot-wire*-a koji se koristi za mjerjenje temperature tj. tzv. „*hladni senzor*“. Ovi elementi se postavljaju u blizini senzora *hot-wire*-a da bi mogli da izmjere temperaturu fluida, ali tako da se ne nalaze u termičkom talasu (tj. tragu) sa nekim od senzora [68]. Dobijeni rezultati se potom koriguju pomoću odgovarajućih analitičkih izraza ili tabela, tako da se obezbijedi kompletan kalibracija senzora preko cijelokupnog očekivanog opsega brzina i temperature. Takva kalibracija je prezentovana u [69] pri kalibraciji anemometara konstantne temperature za veoma male brzine strujanja u vazduhu. Pri provođenju kalibracije temperatura okolnog vazduha održavana je konstantnom, a mijenja

- se faktor pregrijanja. Potom je formiran analitički izraz koji se koristio za povezivanje izlaznog signala anemometra sa promjenljivim stepenom pregrijanja sa izlaznim signalom sa promjenom temperature okолног fluida.
- Faktor pregrijanja se održava konstantnim, odnosno temperaturna senzora se podešava sa promjenom temperature okолног fluida, tako da ista brzina strujanja fluida daje uvijek isti pad napona na krajevima senzora bez obzira na promjenu temperature okолног fluida. Ovakav način regulacije se može postići bilo ručno ili automatski preko kompenzacionog kola postavljenog u blizini senzora i povezanog na anemometar. Prema [69], prvi predloženi pristup je mnogo tačniji jer se mogu uzeti u obzir i uračunati efekti varijacije karakteristika fluida.
  - Mjerenje brzine se obavlja pomoću dva paralelno postavljena *hot-wire-a*, koji su podešeni na različite stepene pregrijanja tj. temperature. Oba *hot-wire-a* su u tom slučaju izložena istoj brzini strujanja i temperaturi fluida, a iz dva različita izlazna signala mogu se dobiti brzina fluida i temperature. Međutim, u [70], navedeno je da su istraživanja pokazala da su mjerenja sa dvije paralelne *hot-wire* sonde davale netačne rezultate ili zbog malih vrijednosti temperturnih signala ili visokog intenziteta turbulencije. Stoga su zbog kompleksnosti kalibracije paralelnih *hot-wire* sondi zaključili da je sonde sa tzv. *hladnim senzorom* mnogo bolje koristiti u gotovo svim eksperimentalnim situacijama.

Detaljnija analiza uticaja promjene temperature na *hot-wire* sonde koje rade u režimu konstantne temperature, sa malim odnosom  $l/d$ , provedena je u [71]. Navedeno je da su eksperimentalni rezultati dobijeni sa različitim tipovima *hot-wire* sondi demonstrirali nedostatke opшteg izraza između *Nusselt-ovog* i *Reynolds-ovog* broja *hot-wire* sonde. Primjećena odstupanja su uglavnom bila uzrokovana sa:

- i. radnim režimom anemometra: konstantne temperature ili konstantne struje,
- ii. konduktivnim gubicima toplove kroz nosače sonde, koji su značajni kod sondi sa malim tzv. aspect ratio tj. odnosom  $l/d \leq 200$ ,
- iii. referentnom temperaturom  $T_{ref}$ , za određivanje karakteristika toka, a od koje su jako zavisili *Reynolds-ov* i *Nusselt-ov* broj,
- iv. geometrije sonde, jer odnos  $l/d$  i orijentacija nosača utiču na relaciju između *Nusselt-ovog* i *Reynolds-ovog* broja,

v. eksponenta stepenskog zakona  $p$  koji ima značajan efekat na određivanje temperturnih parametara. Upotrebom konstantne vrijednosti eksponenta  $p$ , u stepenskom zakonu preko velikog opsega brzina mogu se uvesti velike greške.

U [72] analizirana je temperturna osjetljivost *hot-wire* anemometra konstantne temperature preko širokog raspona temperatura okolnog fluida (22-98 °C) i malih raspona brzina (0,35-9 m/s). Za mjerjenje temperature korišćena je sonda DISA 55P15 (koja je radila u režimu *konstantne struje*), a za mjerjenje brzine DISA 55P11 (radila u režimu *konstantnog naponu*). Iz velikog broja predloženih metoda u literaturi za kompenzaciju očitanja brzine sa *hot-wire* anemometara konstantne temperature za slučaj fluktacije temperature u toku, primjenjeno je pet različitih pristupa na eksperimentalne podatke. Najkonzistentnija kompenzacija je dobijena upotrebom relacije predložene u „*Two-dimensional convection from heated wires at low Reynolds numbers*“ [73] u kojoj su karakteristike fluida izračunate pri srednjoj filmskoj temperaturi koja se izračunava kao aritmetička sredina temperature senzora i temperature okolnog fluida. Odstupanja brzine u ovom metodu nikad nisu prelazila ±5% pri bilo kojim operativnim uslovima. Procedura kompenzacije temperature zasnovana na jednačini prenosa topoteke navedenoj u „*Two-dimensional convection from heated wires at low Reynolds numbers*“ [73], pokazala se tačnom unutar ±2% za brzine iznad 1,5 m/s kao i da je dovela do prekompenzacije do 5% za brzine ispod 0,8 m/s. Za više brzine (iznad 4 m/s) utvrđeno je da jednostavna linearna korekcija temperature na izlazni napon anemometra obezbjeđuje dobru tačnost (±2%) preko cijelokupnog istraživanog opsega temperature.

U [74] analizirana je veza između osjetljivosti na promjenu yaw ugla i temperature. Istaknuto je da su šeme za korekciju temperature *hot-wire* signala bile originalno izvedene za sonde sa jednim normalnim senzorom (tj. za normalnu brzinu strujanja), ali su se šeme primjenjivale i za sonde sa jednim nagetim senzorom, kao i za sonde sa „X“ rasporedom senzora ili sonde sa više senzora, te se postavilo pitanje veze između osjetljivosti na promjenu yaw ugla i temperature. Nakon provedene analize došlo se do zaključka da bez obzira što je tehniku korekcije temperature izvedena originalno za normalni senzor:

- „nije primjećena veza između temperature i yaw ugaone osjetljivosti,

- 
- na osnovu prethodnog zaključka, opravdana je upotreba tehnike korekcije temperature izvedene za normalni senzor na sonde sa nagetim senzorom i sonde sa „X“ rasporedom senzora“.

Prema [75], za male promjene temperaturu za koje se može smatrati da su karakteristike fluida konstantne najčešće se primjenjuje kompenzacija koja je prezentovana u [18]:

$$E_{s,ref} = E_s \left[ \frac{T_s - T_{ref}}{T_s - T_f} \right]^{1/2} \quad (1.36)$$

gdje su:

$T_s$  [K] – temperatuta senzora,

$T_f$  [K] – temperatuta okolnog fluida,

$T_{ref}$  [K] – referentna temperatuta (obično temperatuta pri kojoj se provodi kalibracija),

$E_s$  [V] – izlazni napon na anemometru,

$E_{s,ref}$  [V] – izlazni napon na anemometru pri referentnoj temperaturi.

Za slučaj kad se provode eksperimenti sa većom promjenom temperature (tipično više od dva ili tri stepena), navedeni obrazac vodi većoj korekciji od potrebne, pa se za korekciju temperature može koristiti izraz naveden u [75].

Ovdje treba navesti i zapažanja navedena u [27], u kojima se navodi da korekcija rezultata prema jednačini (1.36) rezultuje sistemskom greškom od približno -0,2% u brzini po  $1^{\circ}\text{C}$  porasta temperature okoline.

### 1.7.Neki od faktora koji utiču na pouzdanost hot-wire mjerena

Iz svega navedenog slijedi da nijedna analitička formulacija nije u stanju da u potpunosti tačno opiše ponašanje hot-wire-a izloženog strujanju fluida. I upravo ova odstupanja od jednačina koje opisuju odziv hot-wire-a analizirana su od strane velikog broja istraživača s ciljem utvrđivanja njihovog uzroka.

Pouzdanost mjeranja hot-wire-om uslovljena je velikim brojem uticajnih faktora koji su bili predmet istraživanja mnogih studija. Pronalaženje izvora greške i procjena njenog uticaja na tačnost dobijenih rezultata su veoma važni ukoliko želimo da dobijemo kvalitetna mjerena. Postoji veliki broj uticajnih faktora koji utiču na konačni dobijeni rezultat mjerena, povezanih sa konstrukcijom same sonde (npr. smetnjama nosača senzora, odnosa dužina/prečnik senzora, itd.), načina kalibracije (u zavisnosti od brzine

strujanja fluida), obrade dobijenih podataka (neadekvatne jednačine odziva ili odbacivanja viših članova reda u jednačini odziva) itd., a u dalnjem tekstu biće spomenute neke od njih. Mnogi od izvora grešaka mogu se istovremeno pojaviti čime je proces tačne interpretacije dobijenih rezultata znatno otežan.

### **1.7.1. Rektifikacija**

Greške uslijed rektifikacije nastaju kao posljedica činjenice da je pad napona na *hot-wire*-u osjetljiv samo na intenzitet efektivene brzine hlađenja, odnosno da senzor ne razlikuje promjenu znaka tj. smjera vektora brzine fluida. Ovaj problem može da bude jedan od osnovnih izvora grešaka u situacijama kad se dešavaju obrnuta strujanja. Problem rektifikacije razmatran je u [76]. Istaknuto je da se „*rektifikacija dešava kad god komponenta brzine okomita na senzor pređe vrijednost nula*“, a da se to kod *hot-wire* koji se drži normalno na pravac strujanja dešava kod obrnutog smjera strujanja, jer je signal na *hot-wire*-u osjetljiv samo na intenzitet efektivne brzine strujanja. Kao posljedica toga fenomena, senzor ne može da razlikuje promjenu smjera vektora brzine. To nije slučaj kod „X“ senzora koji su nageti u odnosu na tok. Iz jednačine (1.26) slijedi da je  $V_{eff}$  uvijek pozitivno, pa greška uslijed rektifikacije ne nastupa zbog odbacivanja viših članova reda (prilikom razvoja desne strane jednačine (1.26) u red), već zato što se prilikom obrade signala znak ispred modula ignoriše, tj. prema navodima [76], pravi oblik jednačine (1.26), treba da bude:

$$V_{eff} = \left| \left( V_n^2 + kV_t^2 \right)^{1/2} \right| \quad (1.37)$$

Za različite konfiguracije *hot-wire* sondi sa tri senzora, greške rektifikacije u funkciji nivoa intenziteta turbulencije su razmatrane u [77]. U radu su razmatrane greške u mjerenu nastale kao posljedica ograničenosti senzorskog *yaw/pitch* odziva, jer su mjerena u visoko turbulentnim tokovima veoma zahtjevna. Ova mjerena se odvijaju „*na granici mogućnosti sondi da razlikuju znak vektora brzine (problem rektifikacije), tako da se može očekivati da vektori brzine padaju izvan oblasti domena validnosti generisanim od samih senzora. Oblast domena validnosti je definisana kao mogući proizvoljni uglovi vektora brzine koji nisu dovodili do direktnih smetnji uzrokovanih nosačima senzora ili sjenčenjem senzora*“. Istaknuto je da se „*samo unutar oblasti domena validnosti brzine mogu jedinstveno identifikovati iz napona na hot-wire*“. Analiza je pokazala, „*da čak i u slučajevima kada srednji pravac strujanja nije unaprijed poznat, srednja brzina i intenzitet turbulencije mogu biti izmjereni prilično*

---

tačno pri intenzitetima turbulencije od 30%,“ a ovi su se podaci „*dobro slagali sa postojećim eksperimentalnim podacima*“.

### 1.7.2. Dropout

U slučajevima kada dobijeni parovi napona na senzorima mjernog uređaja, ne leže u kalibracionoj oblasti „X“ senzora, nije moguće invertovanje napona u odgovarajući par brzine iz ugaone kalibracije tj. pomoću jednačine (1.26). Stoga se ovi podaci obično ne uzimaju u razmatranje, a za ove podatke u [78] upotrijebljen izraz „*dropout*“, jer se ovi podaci moraju ispustiti iz razmatranja tj. statistike. Senzori mjernog uređaja su prilično neosjetljivi na pravac strujanja fluida pri malim brzinama strujanja, tako da bilo kakva greška (npr. elektronski šum, smetnje nosača senzora, temperaturni ili brzinski gradijenti između senzora itd.), može da kreira velike greške u izlaznim podacima.

### 1.7.3. Efekat *yaw* parametra k

Zanemarivanjem vrijednosti *yaw* koeficijenta *k*, pri različitim mjerenjima, posebno sa *hot-wire*-om sa jednim i sa dva senzora (korištenjem tzv. *kosinusnog zakona* hlađenja), mogu se počiniti značajne greske pri mjerenu.

Međutim za razliku od sondi sa jednim i sa dva senzora, istraživanja prezentovana npr. u [36], [79] itd. za sonde sa više senzora (tri, četiri) pokazala su da vrijednosti *yaw* koeficijenta *k*, gotovo ne utiče na oblast jedinstvenog rješenja, bez obzira uzima li se ili ne njegova zavisnost od intenziteta brzine strujanja fluida.

### 1.7.4. Blizina čvrste površine (zida)

Kad se senzori *hot-wire*-a nađu u blizini čvrste površine, na *hot-wire*-u dolazi do promjene napona koja ne odgovara stvarnoj brzini fluida, već nekoj većoj koja je udaljenija od čvrste površine. O ovome treba voditi računa pri kalibraciji *hot-wire*-a, i ukoliko je to neophodno potrebno je izvršiti korekcije dobijenih podataka. Fenomenima uticaja blizine zida na korekcije očitavanja *hot-wire*-a bavio se čitav niz istraživača (npr. istraživanja predstavljena u [80] i [81]).

U [80], izvedena je procedura za korekciju mjerjenja *hot-wire*-a, u blizini zidova na osnovu dvodimenzionalne numeričke studije gubitaka toplove sa linijskog izvora uniformne jačine. Linijski izvor je bio postavljen u lamilarno strujno polje sa linearnim gradijentom brzine okomitim na zid. Proračuni su provedeni za dva različita granična uslova koja predstavljaju idealno konduktivne i nekonduktivne materijale. Ovi različiti

granični uslovi dali su velike razlike u izračunatim topotnim gubicima sa senzora i time objasnili postojeće razlike u eksperimentalno dobijenim korekcijama.

U [81], navedeno je da su pri pregledu dotadašnjih istraživanja uočena dva kontradiktorna pogleda uticaj različitih materijala zidova, a time i uticaj efekta blizine zida. Prema [80], ne očekuju se efekti uticaja zida u blizini nekonduktivnih zidova, ali se u [81], navodi da su u „*Hot-Wire Technique for Measuring Velocities at Extremely Low Wind-Speed*“ [82] i „*Mesure des vitesses moyennes pres d'une paroi par anemométrie à fil chaud*“ [83] ukazali da je *hot-wire* signal pod uticajem prisutnosti pleksiglasa ili staklenih zidova. Stoga je u [81], posmatran uticaj zida na *hot-wire* signal bez strujanja fluida (korištena sonda je Dantec 55P05) s dvostrukim ciljem. Da se upotreboom različitih materijala (konduktivnih materijala – bakar, aluminijum, mesing, čelik, granit, i nekonduktivnih – staklo, plekisglas, šperploča), izoluje očiti uticaj zida, te da se različitom orijentacijom senzora (tri različite orijentacije tj. okomito – sa nosačima senzora okomitim i paralelnim sa zidom i paralelno sa zidom materijala – nosači senzora okomiti na zid), odredi dominantni način prenosa topote sa *hot-wire* sonde na zid. Između ostalih, zaključci navedene studije su da oba metalni i nemetalni materijali zidova uzrokuju asimptotski porast signala kad se *hot-wire* sonda prinese bliže zidu, te da efekat zida na *hot-wire* signal postaje zamenarljiv na rastojanju 0,5 mm od zida.

#### **1.7.5. Nejednaka raspodjela srednje brzine duž senzora**

U [84] analiziran je uticaj nejednakе raspodjele brzine duž senzora, odnosno odstupanja brzine od srednje vrijednosti duž senzora na raspored temperature na senzoru. Posmatran je *hot-wire* normalan na srednji pravac strujanja, pri čemu je postojao linearni srednji brzinski gradijent duž senzora (od platine i tungstrema). Raspored temperature duž senzora mjerен je pomoću infracrvenog mikroskopa. Zaključeno je da je prisustvo srednjeg brzinskog gradijenta duž senzora, uzrokovalo asimetričnost raspodjele temperature na senzoru.

#### **1.7.6. Elektronski „cross-talking“**

Jedan od mogućih izvora greške kod sondi više senzora u sondi je prisustvo zajedničkog nosača za više senzora. Ovo može voditi tzv. elektronskom „*cross-talking*“ između senzora i posljedično nepredvidljivim greškama koje mogu značajno kontaminirati podatke. U [85], navodi se da su u provedenim istraživanjima, pobuđivanjem jednog

senzora u grupi senzora (sa jednim zajedničkim nosačem senzora, i najčešćim otporom  $\leq 0,1\Omega$  ), standardnim pulsnim signalom upotrijebljenim za testiranje frekventnog odziva, pojavila i amplituda izlaznog signala i u dva druga kanala u istom skupu senzora, čiji je maksimum iznosio oko 30% izlaznog signala kanala pod testom, umjesto da budu nula, što je slučaj u sondi bez zajedničkog nosača senzora.

#### **1.7.7. Zaprljanje senzora**

Čestice prašine mogu da se nađu na senzoru i da utiču na tačnost mjerena jer mogu da utiču na različite rezultate tj. „klizanja“ u odzivu senzora. Tako su npr. u radu u [44], objašnjene različite vrijednosti kalibracionih konstani za istu sondu dobijene kalibracijom koja je vršena u više uzastopnih dana uprkos gotovo identičnim uslovima za mjerenu.

#### **1.7.8. Ostali faktori**

Veliki broj ostalih faktora može da utiče na tačnost mjerena senzora *hot-wire-a* (npr. tzv. *klizanje u odzivu senzora*, uticaj tijela sonde na rezultate mjerena, pojava tzv. *teričkog traga* itd.)

Na *klizanje* u odzivu senzora može da utiče prašina, formiranje mjeđurića na senzoru, ali i starenje senzora. U [28] razvijena je analitička procedura koja omogućava predviđanje odziva sonde sa jednim senzorom u poznatom strujnom polju, a prema navodima autora, ovaj metod je naročito koristan za provjeru kalibracije sonde ukoliko se očekuje *klizanje* u odzivu senzora, uzrokovano npr. pojavom prašine, starenjem senzora itd.

U [86] je navedeno da su u radu “*The use of a hot wire anemometer in turbulent flows*“ [87] proveli istraživanje uticaja nosača sonde na rezultate mjerena sondom sa jednim normalnim senzorom u vazdušnom tunelu niske turbulencije. Njihovi rezultati su demonstrirali da za sonde sa nepresvučenim krajevima maksimalna *pitch* varijacija u interpretaciji brzine iznosi oko 20% za slučaj kad sonda leži u *yaw* ravni tj. za  $0^\circ$  (paralelni nosači) i kad sonda leži u *pitch* ravni tj. za  $90^\circ$  (okomiti nosači senzora). Takođe je istaknuto da su u radu „*On aerodynamics disturbances caused by single hot – wire probes*“ [62], eksperimentalno istraživani poremećaji koji nastaju od različitih dijelova *hot-wire-a* sa jednim senzorom. Njihovi konačni nalazi su da su poremećaji od nosača senzora dva do četiri puta veći od onih uzrokovanih nosačem sonde. Takođe su

istakli da efekti ovih poremećaja rezultuju u opadanju brzine kad je sonda paralelna sa pravcem glavnog toka i njenim porastom kad je sonda okomita na tok.

Jedna od mogućih grešaka očitanja *hot-wire*-a nastaje kad se senzori međusobno nađu u tzv. *termičkom tragu*. Ovo je pojava kad se termički trag sa jednog senzora strujom fluida prenese na drugi senzor time uzrokujući pogrešno očitanje. Prema [88] ovaj efekat se može detektovati čak i na rastojanju od  $4 \times 10^3$  prečnika niz struju.

## 2. OBLAST JEDINSTVENOG RJEŠENJA

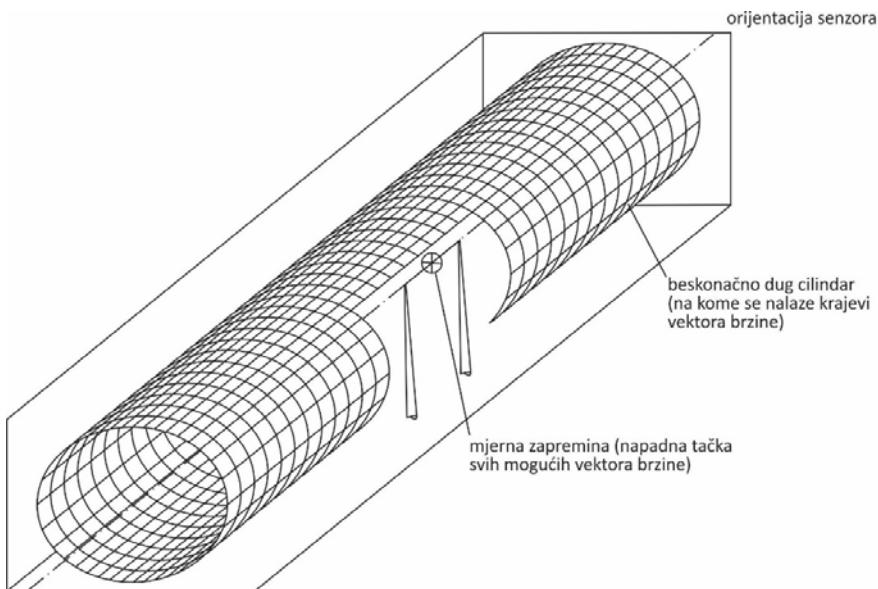
Iz [41], vidljivo je da kod sondi sa "X" rasporedom senzora kao i kod sondi sa jednim nagetim senzorom dolazi do pojave višestrukih rješenja za određen odnos  $V_{eff} / V_R$ , tj. više yaw uglova ima isti odnos  $V_{eff} / V_R$ . Ova pojava je bila utoliko više izražena ukoliko je nagib senzora bio veći.

Iz izraza za King-ov zakon (1.24) vidljivo je da za konstantne vrijednosti koeficijenata  $A, B$  i  $p$ , napon na krajevima senzora zavisi od vrijednosti efektivne brzine  $V_{eff}$  na senzoru. Istovremeno iz izraza za definisanje efektivne brzine hlađenja ((1.25),(1.26),(1.31)), jasno se vidi, da više različitih vektora brzina, različitog intenziteta i pravca mogu da daju istu efektivnu brzinu na senzoru. Međutim, kod sondi sa više senzora (tri, četri i više), postoji jedna ugaona oblast, koja se obično predstavlja konusom, unutar koje se vektor brzine može definisati na jedinstven način, tj. jednom setu izlaznih signala na senzorima mjernog uređaja odgovara tačno jedan vektor brzine, određenog pravca i intenziteta. Ova oblast poznata je pod nazivom oblast *jedinstvenog rješenja* ili „*uniqueness domain*“. Granice ove oblasti zavise od broja i rasporeda senzora u sondi.

### 2.1. Granice oblasti jedinstvenog rješenja različitih konstrukcija hot-wire sondi

U [89], grafički je analiziran odziv senzora sa beskonačnim odnosom  $l/d$  (*aspect ratio*), izložen uniformnom strujanju, tako da je bilo moguće prepostaviti da je efektivna brzina hlađenja bila jednaka normalnoj komponenti vektora brzine na senzor odnosno da je efektivna brzina hlađenja određena po *kosinusnom zakonu* (1.25). Razmatrana je sonda sa jednim, dva i tri senzora, a radi jednostavnosti zanemareni su svi ostali uticaji tj. smetnje koje mogu da utiču na odziv senzora (npr. aerodinamički poremećaji uslijed prisustva nosača senzora itd.).

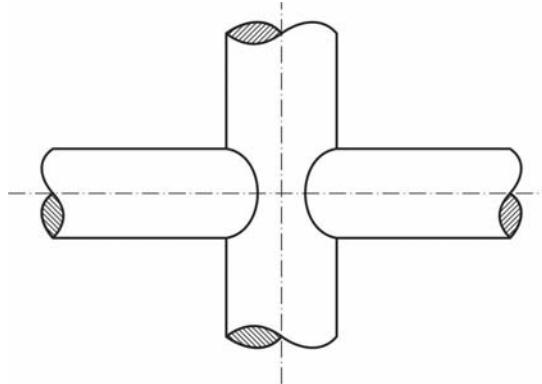
Za sondu sa jednim senzorom konstatovano je da postoji beskonačno mnogo vektora brzine koji daju isti signal na senzoru. Njihovi vrhovi leže na središtu senzora, a krajevi su na omotaču cilindra (valjka) beskonačne dužine, čija se osa poklapa sa osom senzora (sl. 2.1). Prečnik cilindra jednak je intenzitetu normalne komponente vektora brzine na senzor, a iz grafičke interpretacije se jasno vidi da promjena znaka vektora brzine ne utiče na promjenu vrijednosti izmjerene signalu.



Sl. 2.1. Položaj svih mogućih vektora brzina koji daju isti napon na beskonačno dugom senzoru [89]

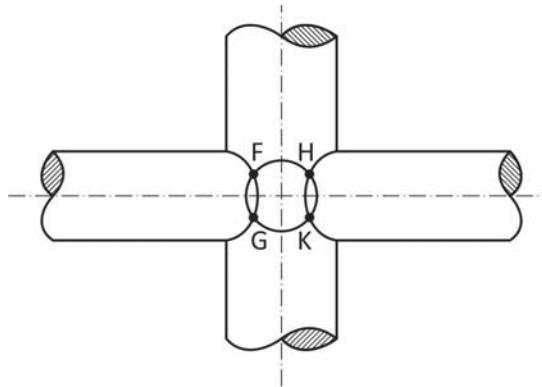
Potom je posmatrana klasična sonda sa „X“ konfiguracijom senzora, tj. sa dva senzora postavljena u bliskim paralelnim ravnima pod nagibom od  $45^\circ$ , koji su međusobno zatvarali ugao od  $90^\circ$ . I u ovom slučaju svi vektori brzine koji daju iste izlazne signale na senzorima (tj. jedan skup vrijednosti odziva), su predstavljeni cilindrima sa osama cilindara kao osama nosača. Presjeci cilindara različitih prečnika (sl. 2.2) tj. dvije zatvorene krive, definišu konturne linije na kojima leže krajevi svih mogućih vektora brzina čiji se vrhovi nalaze u presjeku osa dva senzora. Ponovo je konstatovano da u opštem slučaju postoji beskonačno mnogo vektora brzina koji mogu da prouzrokuju izmjerene signale (tj. isti skup vrijednosti izlaznih signala), na sondi sa „X“ konfiguracijom senzora.

Ukoliko su na senzorima prisutni signali istog intenziteta, u tom slučaju cilindri imaju jednak prečnik, a presjek cilindara su dvije eliptične krive na kojima leže krajevi vektora brzine koji uzrokuju signale na senzorima. Za uglove između senzora različite od  $90^\circ$ , može se dobiti slična geometrijska interpretacija presjeka cilindričnih površina. U slučaju sonde sa tri senzora, radi jednostavnosti interpretacije pretpostavljeno je da su svi senzori okomiti jedni na druge. Ponovo su svi mogući vektori uniformne brzine na svakom od senzora koji prouzrokuju jedan skup izmjerениh izlaznih signala (tj. odziva), predstavljeni cilindričnim površinama. Presjek bilo koja dva cilindra definisao je konturnu liniju na kojoj se mogu nalaziti krajevi vektora brzina koji definišu normalnu komponentu brzine, a time i potrebni odziv na senzorima.



Sl. 2.2. Presjek površina dva ortogonalna cilindra sa različitim prečnikom [89]

Međutim u slučaju presjeka tri cilindra, može se dobiti i do osam različitih tačaka tj. vektora brzina koji definišu isti skup izlaznih signala na tri senzora (sl.2.3). U opštem slučaju cilindri nemaju jednak prečnik i sa slike je očigledno da se zbog simetričnosti četiri takve tačke tj. vektora brzine nalaze sa jedne strane presjeka cilindara, a druge četiri sa suprotne strane tj. ispod tačaka F, G, H i K. Granični slučaj je onaj pri kome se presječne krive tangiraju tj. kad se poklope tačke F i G odnosno H i K sa jedne strane cilindara i obrnuto sa druge strane. U tom slučaju postoje do četiri vektora brzine koji mogu dati isti traženi skup izlaznih signala na krajevima tri senzora.



Sl. 2.3. Presjek površina tri ortogonalna cilindra sa različitim prečnicima daje osam presječnih tačaka presjeka cilindara. Četiri presječne tačke su prikazane na slici, a preostale četiri nalaze se ispod prikazanih tačaka [89]

Navedena grafička interpretacija mogućih vektora brzina koji daju iste skupove izlaznih signala na krajevima senzora omogućava i da se razumiju neke greške pri mjerenu. Naime u slučaju sonde sa tri senzora, greška u mjerenu može da rezultuje da ne dođe

do presjecanja konturnih linija i u tom slučaju nemoguće je pronaći ispravni vektor brzine, jer presječne tačke F, G, H ili K ne postoje. Isto tako kad su parovi presječnih tačaka F i G ili H i K itd, veoma blizu jedni drugima i najmanja greška u mjerenu može da prouzrokuje teškoće u rješenju jednačina za određivanje komponenti brzina. U radu se takođe konstatuje da se bez dodatnih informacija ne može iz izmijerenog skupa od tri signala identifikovati ispravni vektor brzine (tj. jedan od osam). Pošto u praksi smetnje od nosača senzora onemogućavaju mjerjenje obrnutih strujanja problem se obično svodi na izbor jednog od preostala četiri moguća vektora brzine. Za male amplitude fluktacije vektora brzina u odnosu na brzinu slobodne struje, ovaj problem se može prevazići jer je ispravni vektor brzine dovoljno odvojen od preostalih mogućih vektora brzine. Međutim kad se dešavaju veće amplitudne, konstatuje se da će možda biti potreban i dodatni senzor radi identifikacije ispravnog vektora brzine. Takođe se konstatuje da u slučaju strujanja koja su paralelna sa nekim od senzora, smetnje u toku prouzrokovane postojanjem nosača senzora mogu značajno uticati na tačnost određenog vektora brzine i ovo predstavlja ozbiljan problem.

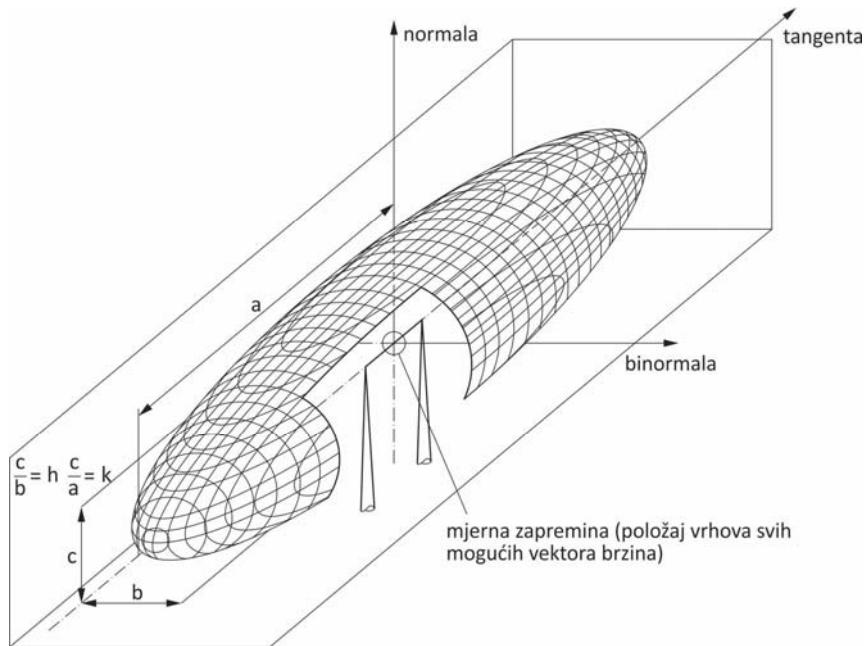
Za sonde sa tri senzora i proizvoljnim položajem istih u sondi (ali sa takođe beskonačnim odnosom  $l/d$ ), tj. koji ne odgovaraju razmatranim, konstatovano je da se može provesti slična analiza, da će se presječne krive deformisati u zavisnosti od rasporeda senzora, da će maksimalni broj presječnih tačaka cilindričnih površina biti 8, odnosno da će se 4 presječne tačke susresti samo za određene pravce vektora brzine.

Za slučaj sondi sa konačnim odnosom  $l/d$ , konstatovano je da se vjeruje da bi za male vrijednosti konstanti  $A$  i  $B$ , i za vrijednosti brzina kod kojih senzor nije izložen samo tangencijalnoj brzini, mogu očekivati slični rezultati kao kod sondi sa beskonačnim odnosom  $l/d$ .

U [90], za osnovu analize uzeta je jednačina efektivne brzine definisana od strane *Jorgensena* (1.31), a grafička interpretacija rješenja ove jednačine za neku od vrijednosti izlaznog signala na senzoru, i za sondu sa jednim senzorom prikazana je na sl. 2.4, u obliku rotacionog elipsoida. Ovom jednačinom uzeta je u obzir konačna dužina senzora, a takođe i efekti povezani sa nosačima senzora.

Na osnovu provedene analize, konstatovano je da čak i u slučaju da su nam poznati intenzitet i pravac vektora brzine još uvijek postoje najmanje dva vektora (suprotnih smjerova) koji mogu dati isti izlazni signal. Sa sl. 2.4 jasno se vidi i da u slučaju sonde sa jednim senzorom, ukoliko je odziv senzora definisan jednačinom *Jorgensena* (1.31)

takođe postoji beskonačan broj vektora brzine, (različitih intenziteta, pravaca i smjerova) koji će dati isti izlazni signal.

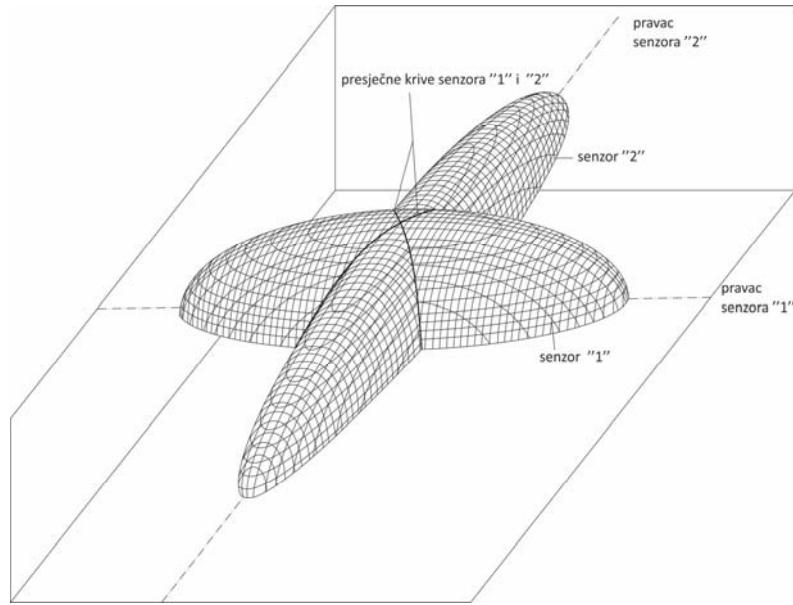


Sl. 2.4. Grafička prezentacija pune jednačine *Jorgensena*, za sondu sa jednim senzorom [90]

Na osnovu provedene analize, konstatovano je da čak i u slučaju da su nam poznati intenzitet i pravac vektora brzine još uvijek postoje najmanje dva vektora (suprotnih smjerova) koji mogu dati isti izlazni signal. Sa sl. 2.4 jasno se vidi i da u slučaju sonde sa jednim senzorom, ukoliko je odziv senzora definisan jednačinom *Jorgensena* (1.31) takođe postoji beskonačan broj vektora brzine, (različitih intenziteta, pravaca i smjerova) koji će dati isti izlazni signal.

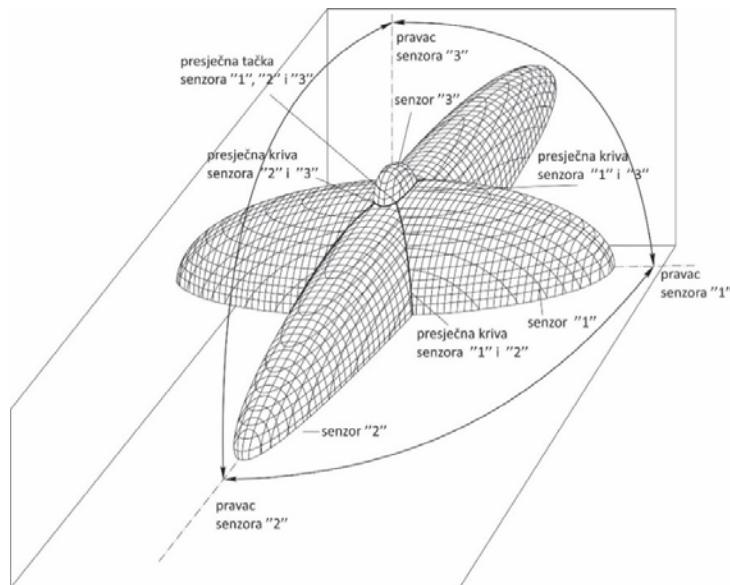
U slučaju sonde sa dva ortogonalna senzora u „X“ konfiguraciji (sl. 2.5) pojaviće se dvije presječne krive, koje zadovoljavaju obje jednačine za senzore, te se konstatiše ponovo mogućnost postojanja beskonačnog broja vektora brzine koji ih zadovoljavaju. Poseban slučaj se javlja kada je pravac vektora brzine paralelan sa jednim od senzora jer se u tom slučaju pojavljuju samo dva rješenja.

U slučaju sondi sa tri senzora, razmatrana je ortogonalna konfiguracija, jer je kod takve konfiguracije svaki senzor osjetljiv samo na njegovu normalnu i binormalnu komponentu, a relativno neosjetljiv na tangencijalnu.



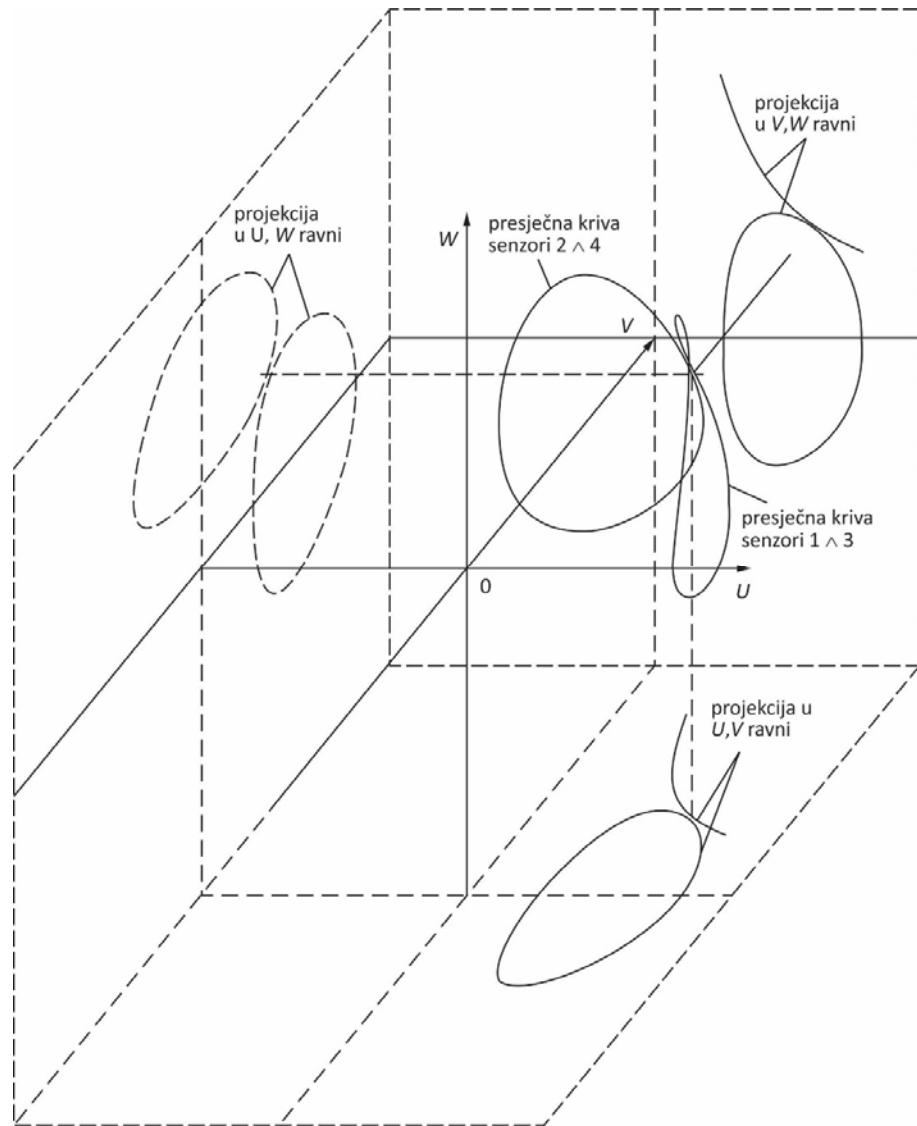
Sl. 2.5. Grafička prezentacija za ortogonalnu sondu sa „X“ rasporedom senzora (nacrtana je samo gornja polovina) [90]

Ponovo se konstatiuje da u opštem slučaju, postoji do 8 različitih vektora brzine (sl.2.6) koji daju isti skup izlaznih signala na krajevima senzora. U specijalnom slučaju kad su jedna ili dvije komponente brzine jednake nuli, postoji samo četiri odnosno dva osnosimetrično preslikana vektora brzine. Stoga je oblast jedinstvenog rješenja ograničena na jedan od osam prostornih uglova ili na konus čija je polovina ugla  $35,26^\circ$ .



Sl. 2.6. Grafička prezentacija za ortogonalnu sondu sa tri senzora (nacrtana je samo gornja polovina) [90]

Konstatovano je da je jedan od načina da se broj rješenja minimizira na dva (upotrebom senzora čije se ponašanje opisuje putem jednačine Jorgensen-a (1.31)), upotreba sondi sa četiri senzora. Na sl. 2.7 prikazana presječna kriva dva para senzora sonde sa četiri senzora zajedno sa njenim projekcijama na odgovarajuće ravni. Pretpostavljeno je da su senzori postavljeni tako da leže na ivicama piramide sa uglom nagiba od  $45^\circ$ . Za dati skup signala sonde sa četiri senzora upotrijebljen za generisanje ovog crteža postoje dva rješenja za vektor brzine koji su samo suprotnog znaka. Korišćenjem ovakve grafičke analize, za *pitch* i *yaw* uglove manje do  $90^\circ$  (tj. unutar ovog ugaonog područja), može se pronaći samo jedno rješenje.



Sl. 2.7. Grafički prikaz sonde sa četiri senzora (prikazan je samo jedan presječni par) [90]

U radu se konstatiše da ukoliko se želi dobiti jedinstveno rješenje preko većeg domena (u idealnom slučaju preko čitavog prostornog ugla), dodavanje više senzora neće voditi uspjehu. Ono što je potrebno jeste definisanje ponašanja signala drugačije od jednačine Jorgensen-a, jer jednačina odziva senzora treba da ima karakteristiku koja nema simetrično ponašanje.

Slično [89], po kome su u slučaju sondi sa tri senzora moguća višestruka rješenja jednačine odziva senzora, odnosno neophodnosti dodatne informacije u cilju izdvajanja ispravnog rješenja od preostalih pogrešnih, uvođenjem četvrtog senzora je i analiza prezentovana u [51]. U ovom radu analizirana je sonda sa četiri senzora, pri čemu su senzori bili nageti pod uglom od  $50^\circ$  u odnosu na centralnu osu sonde i postavljeni u dvostruku „V“ konfiguraciju. Analizirana je mogućnost identifikacije ispravnog vektora brzine za vrijednosti *pitch* i *yaw* uglova od  $\pm 37,8^\circ$ , pri čemu je razvijena nova tehnika za interpretaciju signala sa senzora.

Detaljna analiza signala sa sondi sa tri senzora provedena je u [36]. Senzori su mogli biti orijentisani pod proizvoljnim uglovima jedan u odnosu na drugi, ali uvijek unutar opsega geometrije sonde koji je omogućavao da smetnje zbog prisustva nosača senzora i termičkog traga, budu unutar prihvatljivog nivoa. Analizirane su karakteristike neortogonalnih simetričnih tetraedalnih sondi u vezi sa mogućim opsegom uglova vektora toka, koji se mogu mjeriti kao i osjetljivošću izračunatih komponenti brzina na greške određivanja ugla nagiba senzora povezanih sa konstrukcijom sonde. Konstatovano je da iako su rješenja Jorgensen-ove jednačine višestruka, ukoliko se vektor brzine ograniči da bude unutar određenog konusa uglova (tj. unutar opsega uglova koji sadrži samo jedan korijen Jorgensen-ove jednačine), ta su rješenja jedinstvena. Navedeno je da je ova jednačina odabrana iz „sljedećih razloga“:

- *prethodne studije „Coherent structures in fully developed turbulent pipe flow“, Ph.D. thesis [91] sa sondom sa tri senzora i [24] sa sondom sa jednim senzorom su pokazale da Jorgensen-ova jednačina tačno reprezentuje promjenu odziva senzora na promjenu pravca vektora brzine (directional response) pri kombinovanoj yaw i pitch orientaciji, posebno ako su oba ugla yaw i pitch manji od  $70^\circ$ ,*
  - *za ovaj izraz je konstatovano da je on jedini analitički izraz za predstavljanje promjene odziva senzora na promjenu pravca vektora brzine koji je potvrđen opsežnim istraživanjima“.*
-

Razmatrana je oblast (konus) jedinstvenog rješenja („*uniqueness domain*“), pod pretpostavkom konstantne vrijednosti *yaw* (*k*) i *pitch* (*h*) koeficijenata unutar razmatranog opsega brzina i napadnih uglova, uticaj geometrije sonde kao i uticaj nesavršenosti (odstupanja od ortogonalnosti) sondi koje su u osnovi ortogonalne. Ove sonde su analizirane upotrebom algoritma koji je tačan za konstantnu vrijednost *yaw* i *pitch* koeficijenata, mada je naglašeno da u praksi strujanja mogu da budu i u oblastima u kojima se ovi koeficijenti ne mogu smatrati konstantnim, ali se u takvim slučajevima algoritam za pronalaženje rješenja uz pretpostavku konstantne vrijednosti koeficijenata u *Jorgensen*-ovoj jednačini, može modifikovati tako da obuhvati promjenljive (zavisne od promjene intenziteta, ali i pravca vektora brzine) koeficijente pomoću uzastopne procedure aproksimacije.

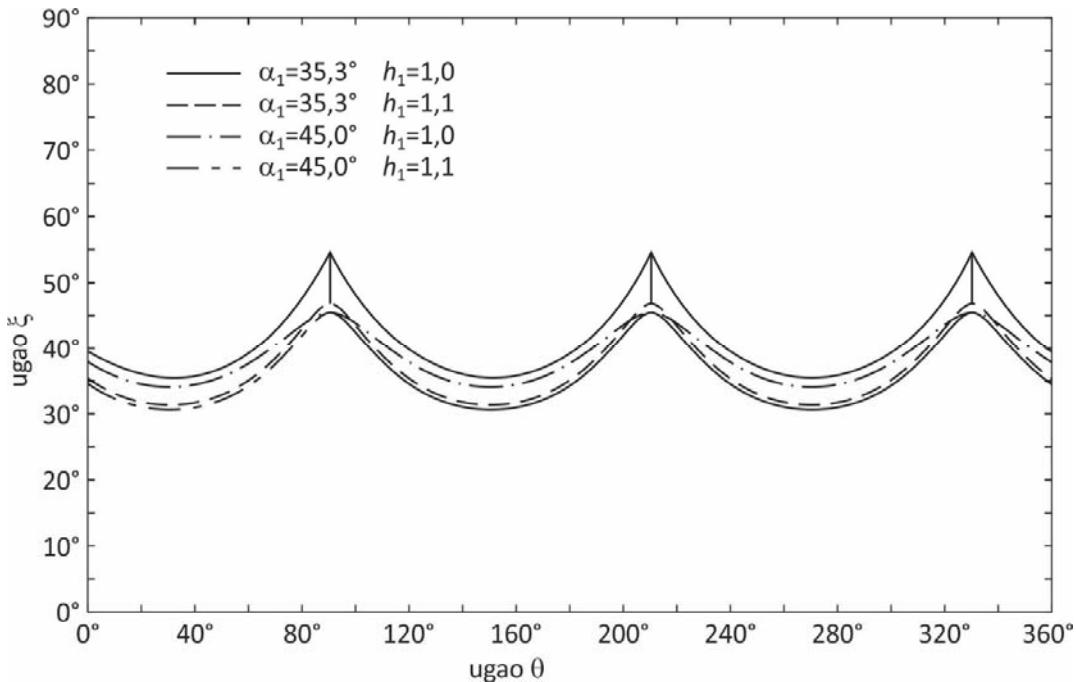
Ugao nagiba senzora se mijenja od  $10^\circ$  do  $45^\circ$ . Konstatovano je da se oblast jedinstvenog rješenja (kao i osjetljivost na promjenu pravca strujanja), mijenja sa promjenom ugla nagiba senzora. Sa porastom ugla nagiba senzora, raste i osjetljivost senzora na promjenu pravca, dok se maksimalna vrijednost oblasti jedinstvenog rješenja postiže za ortogonalnu konfiguraciju senzora tj. za  $\alpha = 35,26^\circ$ . Stoga je zaključeno da ortogonalna konstrukcija sonde sa 3 senzora predstavlja optimalni kompromis između osjetljivosti i oblasti jedinstvenog rješenja.

Što se tiče zavisnosti promjene oblasti jedinstvenog rješenja sa promjenom *yaw* (*k*), ili *pitch* koeficijenta (*h*), konstatovano je da dok promjena *yaw* koeficijenta sa intenzitetom brzine slabo utiče na promjenu veličine oblasti jedinstvenog rješenja to nije slučaj sa *pitch* koeficijentom. Naime porastom *pitch* koeficijenta (sl. 2.8) smanjuje se oblast jedinstvenog rješenja, te se predlaže da se pri definisanju veličine ove oblasti, ova oblast definiše prema najvećoj vrijednosti koeficijenta *h* na koju smo naišli u cjelokupnom opsegu razmatranih brzina.

Na kraju su analizirane greške koje nastaju zbog geometrijske nesavršenosti ortogonalnih sondi, tj. kad se ne ortogonalna sonda tretira kao ortogonalna sonda. Zaključeno je da u tom slučaju greške mogu da pređu vrijednost od 10%, te da se ne trebaju primjenjivati jednačine za ortogonalne senzore ukoliko postoji odstupanje u uglovima veće od  $1\text{--}2^\circ$ .

Jedan od načina za određivanje vektora brzine, sondom sa četiri senzora predložen je od strane u [92]. Senzori u sondi su imali nagib od  $45^\circ$ , a za svaki senzor je određeno trodimenzionalno kalibraciono polje, koje je uzimalo u obzir netačnosti pri proizvodnji

sondi, a takođe i interakciju između senzora, pa nije bilo potrebe da se koriste pretpostavke kao *King-ov ili kosinusni zakon*. Vektor brzine je pri tome određen u dosta širokom ugaonom opsegu ( $\pm 40^\circ$ ), a sonda je omogućavala mjerjenje vektora brzine u izotermalnim tokovima sa lokalnim intenzitetom turbulencije do 42%. Zbog određenih nedostataka jednačine *Jorgensen-a* (sonde sa načetim senzorima ne slijede empirijski navedenu jednačinu sa razumno tačnošću, a takođe se teško može tačno odrediti položaj senzora u odnosu na osu sonde), formulisana je nova jednačina za signal sa svakog senzora sonde. Nova jednačina je vezu između napona i vektora brzine na nekom od senzora uspostavljala preko dvije funkcije koje su se određivale eksperimentalno.



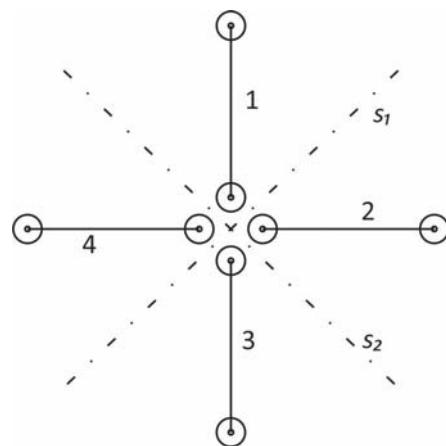
Sl. 2.8. Efekat uticaja *pitch* koeficijenta  $h$  na veličinu oblasti jedinstvenog rješenja za simetričnu tetraedalnu sondu, ugao između senzora  $60^\circ$ , uglovi nagiba senzora u sondi su  $35,3^\circ$  i  $45^\circ$  [36]

Proširenje predloženog metoda u [90] i [92] za sonde sa četiri senzora, na sondu sa pet senzora prezentovano je u [93]. Sonda se sastojala od pet načetih senzora koji su ležali na površini konusa polovine ugla  $45^\circ$ , a međusobno su postavljeni pod uglom od  $72^\circ$ . Ovakav raspored senzora obezbjeđivao je da najmanje četiri senzora „vide“ strujanje, a da nisu u tragu nosača senzora. Pri numeričkoj analizi sonde sa četiri senzora, konstatovano je da kad se vektor brzine nalazi u nekoj od simetričnih ravni na simetralama  $s_1$  ili  $s_2$  (sl. 2.9) dva senzora uvijek „osjećaju“ istu brzinu hlađenja i stoga

daju dva identična para napona.

Na osnovu provedene analize konstatuje se da asimetrični raspored senzora neće moći da poništi pojavljivanje dvostrukih rješenja tj. konstatuje se da je „*bilo koja kalibraciona procedura primjenjena na sondu sa četiri senzora ograničena na sličnu oblast jedinstvenog rješenja*“ i to „*bar u diskretnim tačkama kad se pređe ugao nagiba od približno 40°*“, jer će se „*uvijek pojavljivati identični parovi napona za dva različita ugla strujanja*“. Konstatovano je da se „*oblast jedinstvenog rješenja može proširiti samo sa smanjenjem ugla nagiba senzora što sa druge strane smanjuje ugaonu rezoluciju*“. Napominje se da dodatni peti senzor daje novi signal koji je različit za odgovarajuće uglove strujanja time garantujući najmanje tri različita napona za svaki pravac strujanja unutar hemisfere i na taj način se sprečavaju dvostruka rješenja. U zaključku je istaknuto da „*sonda sa pet senzora omogućava veoma precizna mjerena u tokovima sa umjerenim nivoom turbulentcije*“, ali i da „*pojačanje turbulentcije redukuje tačnost, ali su rezultati i dalje značajno bolji u poređenju sa odgovarajućom tehnikom za sondu sa četiri senzora*“.

U radu [52] prezentovana je nova tehnika za kalibraciju i obradu podataka za istovremeno mjerjenje sve tri komponente brzine u trodimenzionalnom turbulentnom strujanju pomoću piridalne sonde sa četiri senzora, pod nagibom od 45°. U razmatranjima do tada objavljenih radova konstatovano je da se oni uglavnom zasnivaju na *Jorgensen-ovoj jednačini* i na *King-ovom zakonu* koje su zasnovane na različitim prepostavkama vezanim za mehanizam izmjene toploće između senzora i toka. Konstatovano je da ovakav pristup vrijedi za određene konstrukcije sondi i granične uslove strujanja, ali gubi na validnosti u mnogim primjenama, posebno jer zahtijeva savršenu geometriju sondi jer i mala odstupanja u nagibu senzora mogu da prouzrokuju značajne greške. Novi predloženi metod se sastoji od aproksimacije trivijalne kalibracione funkcije sonde sa tenzorskim proizvodom polinoma i rješenju sistema od četiri nelinearne jednačina da bi se odredio trenutni vektor brzine. Metod je primjenljiv i na sonde sa tri senzora kao i na sonde sa „X“ konfiguracijom senzora u sondi.



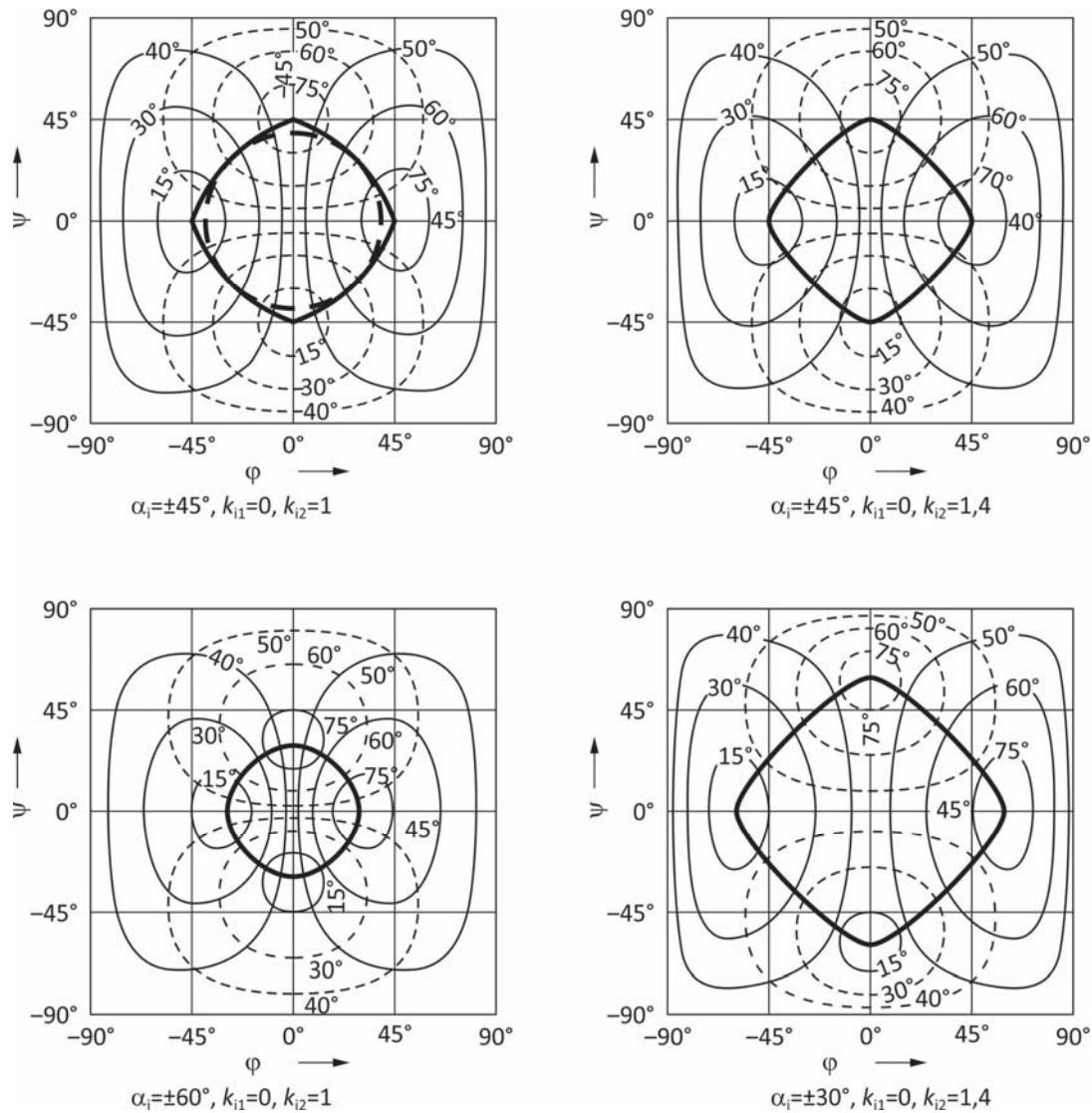
Sl. 2.9. Simetrale  $s_1$  i  $s_2$  kod sonde sa četiri senzora

U [94], između ostalog provedena je i detaljna analiza i poređenje različitih tipova sondi prema oblasti jedinstvenog rješenja. Za to je razvijen analitički metod ocjenjivanja za izračunavanje trenutnog vektora brzine iz signala sonde sa više senzora sa gotovo proizvoljnom geometrijom. Za nekoliko geometrija sondi određena je oblast domena strujnih uglova koji su za dati set izmjerениh napona na senzorima imali samo jedno rješenje za trenutni vektor brzine. Kao i u prethodnim radovima (npr. [90] itd.), konstatuje se da je razlog za višestruka rješenja pri obradi podataka sa *hot-wire* uređaja, simetrična geometrija senzora. Kako je navedeno “*ovo znači da se dvosmislenost ne može izbjegći promjenom kalibracione procedure za definisanje osjetljivosti sonde na promjenu pravca strujanja fluida, dok god navedena procedura tačno interpretira osjetljivost senzora na promjenu pravca strujanja. Samo značajna odstupanja od simetričnog odziva npr. prouzrokovana zajedničkim smetnjama između senzora i efekta traga od nosača senzora mogu stvoriti razliku*”. Na osnovu navedenog slijedio je zaključak da: “*korektni rezultati mjerena sa hot wire-om zahtijevaju da trenutni vektor brzine bude ograničen unutar ugaone oblasti koja sadrži samo jedno rješenje za dati set izmjerениh napona*”. Prezentovani pristup za provođenje kalibracije osjetljivosti senzora na promjenu pravca strujanja fluida omogućava određivanje oblasti jedinstvenog rješenja za sonde sa tri i četiri senzora proizvoljne geometrije bilo na teorijskoj konstrukciji ili na kalibracionim podacima, a takođe omogućava analizu uticaja tangencijalnog i binormalnog faktora hlađenja iz Jorgensen-ove jednačine (1.31).

Za sonde sa tri senzora ortogonalnim rasporedom, senzori leže u konusu polovine ugla  $54,74^\circ$ , pod pretpostavkom beskonačnog senzora za koji se može usvojiti vrijednost koeficijentata  $k = 0$  i  $h = 1$ , konstatovano je da je oblast jedinstvenog rješenja locirana unutar trouglaste osnove piramide, formirane sa tri senzora. Ovaj uslov za oblast jedinstvenog rješenja je već ranije bio definisan od strane različitih istraživača, a takođe je u saglasnosti sa numeričkim testom prikazanim u [36]. Konstatovano je da odstupanja od ortogonalnog rasporeda senzora i od pretpostavke o beskonačno dugačkom senzoru mijenjaju oblast jedinstvenog rješenja. U radu je konstatovano da se kod sondi sa većim ili manjim nagibom senzora oblast jedinstvenog rješenja sužava. Konstatovano je da efekat tangencijalnog faktora hlađenja  $k$  ne utiče na granice oblasti jedinstvenog rješenja dok porast binormalnog faktora hlađenja  $h > 1$  utiče na smanjenje ove oblasti. Provedena analiza pokazuje da sa smanjenjem istog faktora  $h < 1$  oblast jedinstvenog rješenja može biti proširena, ali se konstatuje da je to većinom teorijska mogućnost jer kod proizvedenih sondi je obično  $h > 1$ .

---

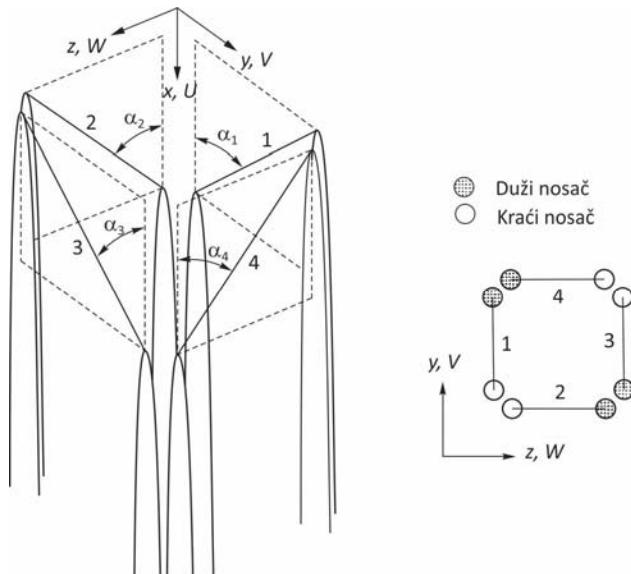
Za sonde sa četiri senzora provedena analiza u [94] prikazana je na sl. 2.10. Za beskonačno dug senzor, i pretpostavku vrijednosti tangencijalnog ( $k = 0$ ) i binormalnog ( $h = 1$ ) kalibracionog faktora, i ugao nagiba senzora od  $45^\circ$ , oblast jedinstvenog rješenja je prikazana na sl. 2.10a. Konstatovano je da postoje samo dva realna rješenja u cjelokupnom razmotrenom opsegu, ali i "kao što se i moglo očekivati zbog simetričnosti sonde, oblast jedinstvenog rješenja je simetrična oko osa i pokazuje da se maksimalno može proširiti do  $\pm 45^\circ$  za oba ugla sonde", mada je rezultujuća kriva prikazana na sl. 2.10 pokazivala za uglove različite od  $0^\circ$  na objema osama nešto uže granice ( $39,2^\circ$ ).



Sl. 2.10. Linije  $V_{eff,3,4} / V_{eff,1,2} = const.$  za sondu sa četiri senzora. —  $V_{eff,3} / V_{eff,1} = const.$  --  $V_{eff,4} / V_{eff,2} = const.$  — oblast jedinstvenog rješenja, -- oblast jedinstvenog rješenja  
„Method for analyzing four-hot-wire probe measurements“ [95], [94]

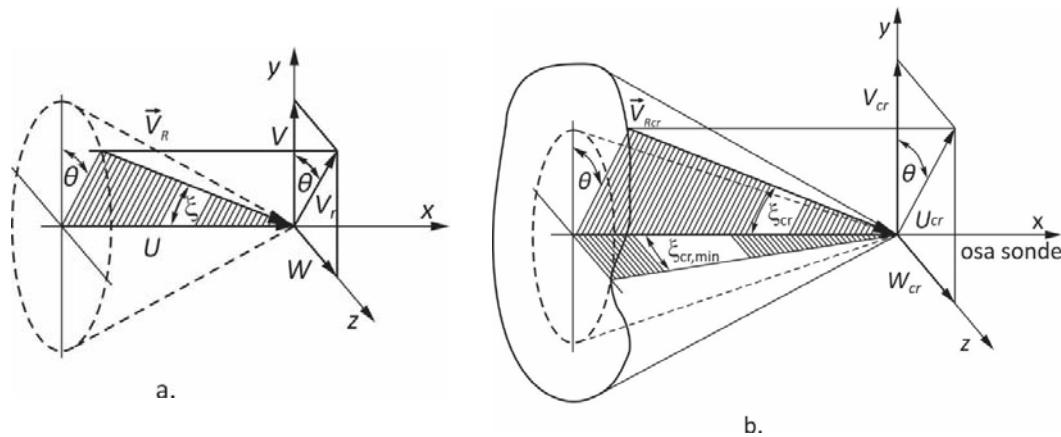
Promjenljivost tangencijalnog kalibracionog faktora  $k$ , nije imala uticaja na oblast jedinstvenog rješenja za nagib senzora od  $\pm 45^\circ$ , dok se ta oblast nešto smanjivala sa porastom binormalnog kalibracionog faktora  $h$  (sl. 2.10.b). Oštريje sonde npr. sa nagibom senzora od  $\pm 60^\circ$  su pokazivale smanjenje oblasti jedinstvenog rješenja, dok je istovremeno osjetljivost na promjenu uglova strujanja rasla (to se može vidjeti po krivima koje postaju bliža jedna drugoj na sl. 2.10.c). Suprotno od sondi sa tri senzora, kod sondi sa četiri senzora oblast jedinstvenog rješenja raste sa smanjivanjem ugla nagiba senzora, ali sa druge strane opada osjetljivost na promjenu pravca kao što je to prikazano na sl. 2.10.d. U radu se navodi i da je postojao uticaj tangencijalnog faktora hlađenja za sondu sa četiri senzora, za sonde sa drugačijim uglom nagiba od  $\pm 45^\circ$ , ali da je on ostao mali. Za  $k > 0$  oblast jedinstvenog rješenja je blago rasla za oštريje sonde (sa većim nagibom senzora) i odgovarajuće padala za sonde sa manjim nagibom senzora. Provedena istraživanja su pokazala da je “*oblast jedinstvenog rješenja sondi sa četiri senzora u opštem slučaju veća od sonde sa tri senzora*”, da je “*manje pogodena odstupanjima od idealnog slučaja beskonačno dugog senzora*”, te da se “*oblast jedinstvenog rješenja može prilagoditi problemu selektovanjem odgovarajućeg ugla nagiba senzora*”.

U [32] predstavljena su provedena mjerena pomoću minijaturne sonde sa četiri senzora. Konstatovano je da su maksimalni strujni uglovi koji se mogu mjeriti u čistom *pitch* ili *yaw* za sonde tip AVOP-4-100 (sl. 2.11), približno  $40^\circ$ .



Sl. 2.11. Sonda sa četiri senzora, geometrija nosača senzora [32]

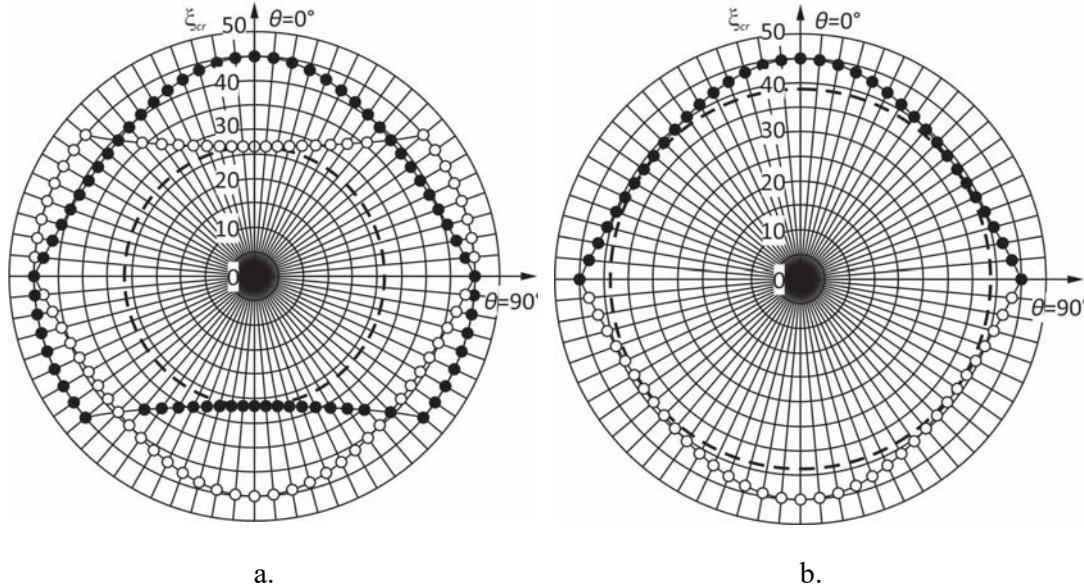
U [79], definisani su izrazi za određivanje granice oblasti jedinstvenog rješenja za sonde sa tri i četiri senzora, koji su obuhvatili uticaj glavnih parametara sonde tj. broj i raspored senzora u sondi kao i uticaji *pitch* i *yaw* koeficijenata. Analiza je provedena pod pretpostavkom da je efektivna brzina hlađenja definisana sa tzv. *efektivnim uglom* ( $\alpha_e$ ) pri čemu se ovaj ugao definisao kao „ugao koji formiraju senzor i normala na osu sonde u ravni senzora i nosača senzora“ a potom je proširena i za slučaj da je definisana jednačinom Jorgensen-a (1.31). Konstatovano je da oblast jedinstvenog rješenja obično ima oblik asimetrične konusne površine. Njen oblik zavisi od broja i rasporeda senzora u sondi, ali se oblast jedinstvenog rješenja obično predstavlja simetričnim konusnom (sl. 2.12).



Sl. 2.12. a. Vektor brzine u Kartezijevim i sfernim koordinatama. b. Oblast jedinstvenog rješenja i konus jedinstvenog rješenja sonde sa više senzora [81]

Razmatrane su sonde sa tri senzora (ortogonalne „ $\perp$ “ i „T“ konfiguraciji) i sonde sa četiri senzora (u „2V“ rasporedu, koja se mogla posmatrati kao kombinacija dvije sonde sa po tri senzora u „ $\perp$ “ i „T“ konfiguraciji). Za sondu sa tri senzora u „ $\perp$ “ i „T“ konfiguraciji, sa nagibom od  $45^\circ$ , i vrijednostima koeficijenata  $k=0$  i  $h=1$ , iz razvijenih matematičkih izraza analitički je određena polovina ugla konusa koja definiše oblast jedinstvenog rješenja i koja je iznosila  $26,5^\circ$ . Za ortogonalnu konfiguraciju sonde sa tri senzora, i vrijednostima koeficijenata  $k=0$  i  $h=1$ , analitički određena polovina ugla konusa jedinstvenog rješenja iznosila je  $35,26^\circ$ . Time su potvrđeni raniji nalazi prezentovani u [36], [90] i [94]. Za sondu sa četiri senzora u „2V“ konfiguraciji, sa nagibom od  $45^\circ$ , i sa vrijednostima koeficijenata  $k=0$  i  $h=1$ , analitički je izračunata vrijednost polovine ugla konusa jedinstvenog rješenja za specijalne slučajeve tj. za  $\theta = \pm 45^\circ$  i  $\theta = \pm 135^\circ$ . Ova vrijednost je iznosila  $\pm 39,2^\circ$ , a istaknuto je da je ova

vrijednost grafički navedena i u [94]. Iz razvijenog matematičkog izraza se mogla odrediti i vrijednost polovine ugla konusa za druge uglove  $\theta$ , numeričkim putem. Granice oblasti jedinstvenog rješenja za „ $\perp$ “ i „T“ konfiguraciju senzora prikazane su na sl. 2.13a, a za sondu sa četiri senzora u „2V“ konfiguraciji rezultati su prikazani na sl. 2.13b.

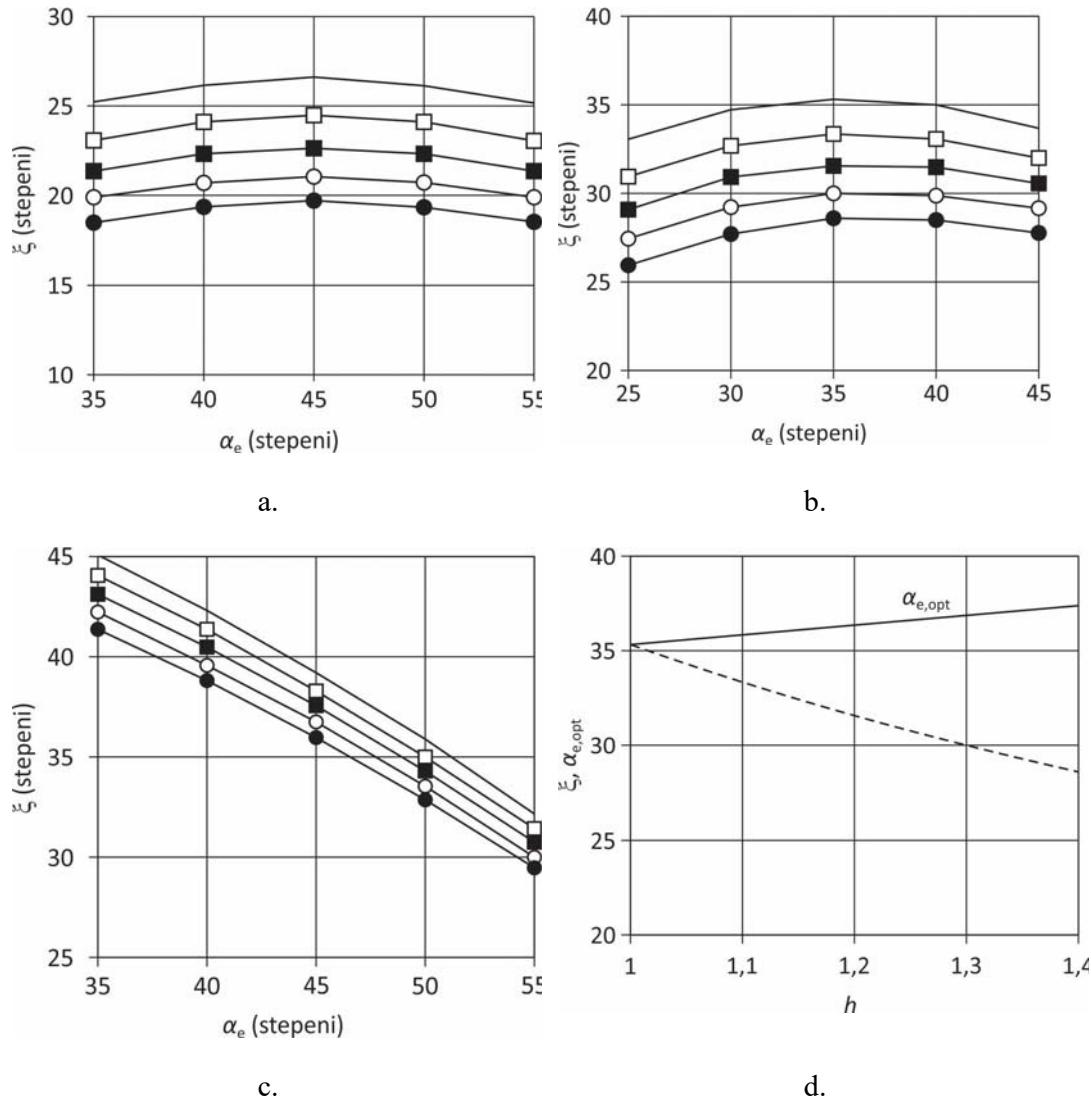


Sl. 2.13. a. Oblast jedinstvenog rješenja idealne sonde ( $\alpha = 45^\circ, h = 1$ ): —○—, za „T“ sondu, i —●— za „ $\perp$ “ sondu. b. Kombinacija „T“ i „ $\perp$ “ senzora, koje formiraju „2V“ sondu sa četiri senzora. Oblast jedinstvenog konusa je prikazana sa - - - [79]

Kao što se može vidjeti sa sl. 2.13b polovina ugla konusa za prethodno opisanu sondu sa četiri senzora u „2V“ konfiguraciji je iznosila  $38,8^\circ$  i to za opseg uglova između  $\pm 55^\circ$  i  $\pm 60^\circ$ . Ova vrijednost je iz izvedenih izraza određena numeričkim putem i razlikovala se od analitičkog rješenja za  $0,4^\circ$ . Dalja analiza pokazala je da polovina ugla konusa jedinstvenog rješenja  $\xi_{cr}$ , opada sa porastom *pitch* koeficijenta  $h$  (sl. 2.14). Suprotno od „T“ konfiguracije sa tri senzora čiji je optimalni efektivni ugao hlađenja  $45^\circ$  nezavisno od vrijednosti *pitch* koeficijenta  $h$  (sl. 2.14a), ovaj optimalni ugao za ortogonalnu sondu zavisi od *pitch* faktora  $h$  (sl. 2.14d).

Slika 2.14c ilustruje da se suprotno od sondi sa tri senzora, oblast jedinstvenog rješenja sondi sa četiri senzora može proširiti i izvan vrijednosti od  $39,2^\circ$  (koja odgovara uglu nagiba senzora od  $45^\circ$ ), smanjivanjem efektivnog ugla. Takođe poređenjem slika 2.14a, b i c vidi se da je konus jedinstvenog rješenja za sondu sa četiri senzora manje osjetljiv na *pitch* koeficijent  $h$  nego što je to slučaj sa sondom sa tri senzora. Što se tiče uticaja

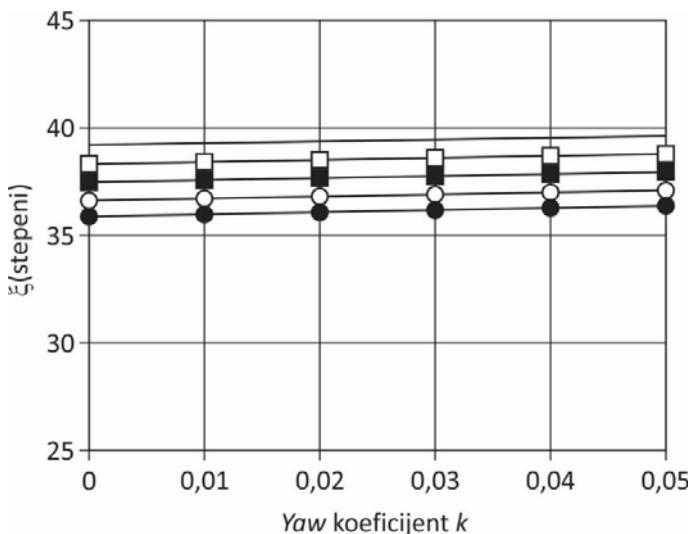
*yaw* koeficijenta  $k$ , na polovinu ugla oblasti jedinstvenog rješenja  $\xi_{cr}$  sonda sa četiri senzora, može se reći da je on praktično zanemarljiv, kao što je to prethodno utvrđeno u [36] ali ipak pozitivan (sl.2.15).



Sl. 2.14. Polovina ugla konusa jedinstvenog rješenja  $\xi_{cr} = f(h, \alpha_e)$  sonda sa četiri senzora u „2V“ rasporedu, d.  $\xi_{op} = f(h)$ , za ortogonalnu sondu sa tri senzora. Simboli:  
 $-$ ,  $h = 1$ ;  $\square$ ,  $h = 1,1$ ;  $\blacksquare$ ,  $h = 1,2$ ;  $\circ$ ,  $h = 1,3$ ;  $\bullet$ ,  $h = 1,4$  [79]

Polovina ugla konusa jedinstvenog rješenja raste sa porastom *yaw* koeficijenta  $k$ . Provedena istraživanja su pokazala da će sa smanjivanjem ugla nagiba senzora do  $35,26^\circ$ , *yaw* koeficijent pozitivno uticati na veličinu konusa jedinstvenog rješenja. U nastavku rada [79], u radu [96], formulisana je numerička procedura za procjenu oblasti jedinstvenog rješenja sondi koje imaju „T“ konfiguraciju senzora, ali kod kojih

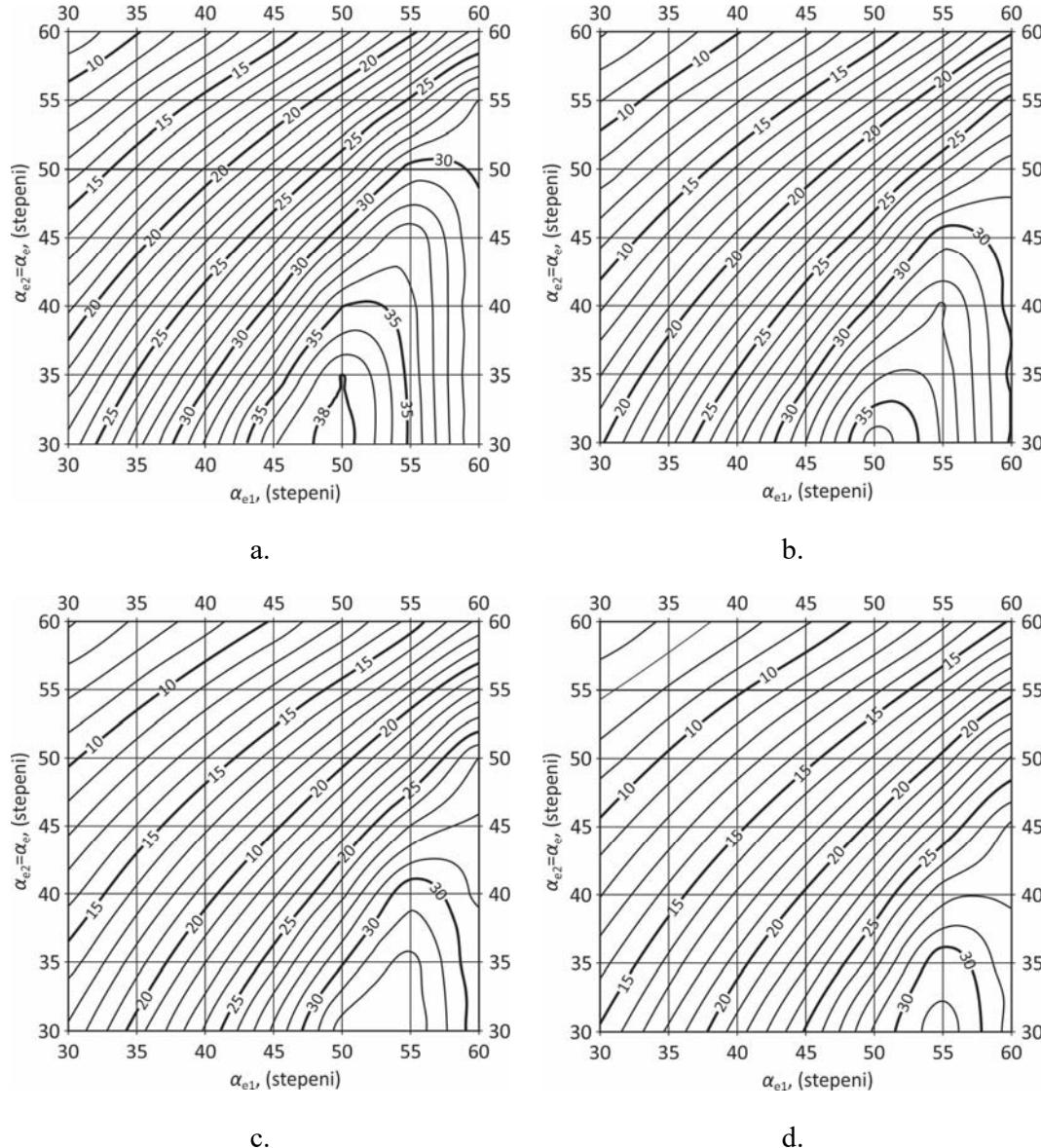
senzori mogu imati različite efektivne uglove nagiba. Analizirane modifikovane konfiguracije su imale identične efektivne uglove nagiba horizontalnih senzora ( $\alpha_{e2} = \alpha_{e3}$ ), dok je efektivni ugao nagiba senzora u vertikalnoj ravni ( $\alpha_{e1}$ , sl. 2.16) mogao da bude jednak ili različit od ova dva ugla. Sa slike se jasno vidi da aerodinamički uticaj nosača senzora (*pitch* koeficijent  $h$ ), jako redukuje oblast jedinstvenog rješenja. Uticaj tangencijalne komponente brzine hlađenja uzet je u obzir pod pretpostavkom upotrebe efektivnog ugla hlađenja  $\alpha_e$ , senzora umjesto realnog ugla  $\alpha$ . U radu je istaknuto da bi efektivni ugao nagiba senzora trebao biti manji od realnog (geometrijskog) zbog uticaja tangencijalne komponente hlađenja, odnosno kako je navedeno, “*zavisno od odnosa  $l/d$ , efektivni ugao može biti manji i do  $5^\circ$  u odnosu na realni*“.



Sl. 2.15. Zavisnost oblasti konusa jedinstvenog rješenja definisanog polovinom ugla  $\xi$  od *yaw* koeficijenta  $k$ , za različite vrijednosti *pitch* koeficijenta  $h$ , sonde sa četiri senzora sa nagibom senzora od  $45^\circ$ . Simboli su kao na sl. 2.14

Takođe je očito da konus jedinstvenog rješenja standardne sonde sa „T“ konfiguracijom senzora (sa sva tri senzora montirana pod uglom od  $45^\circ$  u odnosu na osu sonde), može biti proširen (na vrijednost blisku vrijednosti za ortogonalne sonde sa tri senzora), postavljanjem senzora pod drugim uglovima u odnosu na osu sonde. Tako npr. poređenjem veličine oblasti jedinstvenog rješenja sonde sa idealnim odzivom ( $k = 0$ ,  $h = 1$ ) i nagibom senzora  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 45^\circ$ , sa istom sondom, ali drugaćijim nagibom senzora ( $\alpha_1 = 50^\circ$ ,  $\alpha_2 = \alpha_3 = 40^\circ$ ), vidimo da dolazi do porasta polovine ugla konusa

jedinstvenog rješenja  $\xi_{cr}$  sa  $26,56^\circ$  na  $35^\circ$  (sl. 2.16a) što je gotovo identično sondi sa ortogonalnom konfiguracijom senzora ( $35,26^\circ$ ). Veće promjene u nagibu senzora povećavaju ovaj ugao, pa tako za npr.  $\alpha_1 = 50^\circ$  i  $\alpha_2 = \alpha_3 = 35^\circ$  ugao,  $\xi_{cr}$  raste na  $38^\circ$ , tj. više nego kod ortogonalne konfiguracije senzora i nešto manje od idealne konfiguracije „2V“ senzora postavljena pod uglom od  $45^\circ$ .



Sl. 2.16. Zavisnost oblasti polovine ugla konusa jedinstvenog rješenja različitim sondi „T“ konfiguracijama, od efektivnog ugla  $\alpha_{e1}$  i  $\alpha_{e2} = \alpha_{e3}$ , za različite pitch koeficijente: a.  $h = 1,0$ ; b.  $h = 1,1$ ; c.  $h = 1,4$ ; d.  $h = 1,6$  [96]

Istaknuto je da za realnu sondu, koju karakteriše postojanje pitch koeficijenta  $h$ , imamo sličnu tendenciju. Tako npr. za realnu sondu sa vrijednošću  $h = 1,4$ , (umjesto  $h = 1$ ) i

nagibom senzora  $\alpha_{e1} = \alpha_{e2} = \alpha_{e3} = 40^\circ$  (umjesto  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 45^\circ$  prepostavka da je efektivni ugao hlađenja manji za oko  $5^\circ$  u odnosu na realni tj. idealni ugao, zbog uzimanja u obzir tangencijalne komponente vektora brzine zajedno sa normalnom komponentom), vrijednost polovine ugla konusa iznosi  $19,5^\circ$ . Ukoliko se nagib senzora promijeni za  $5^\circ$ , tako da je  $\alpha_{e1} = 45^\circ$  (tj.  $\alpha_1 = 50^\circ$ ), odnosno  $\alpha_{e2} = \alpha_{e3} = 35^\circ$  (tj.  $\alpha_2 = \alpha_3 = 40^\circ$ ), vrijednost polovine ugla konusa poraste sa  $19,5^\circ$  (za  $\alpha_{e1} = \alpha_{e2} = \alpha_{e3} = 40^\circ$ ) na  $26,5^\circ$  (za  $\alpha_{e1} = 45^\circ$  i  $\alpha_{e2} = \alpha_{e3} = 35^\circ$ ), sl. 2.16c.

U radovima [97], [98] i [99], predstavljen je matematički model rada *hot-wire-a* konstantne temperature zasnovan na različitim jednačinama kojima se definisala efektivna brzina hlađenja.

U [97], predstavljen je matematički model rada *hot-wire-a* konstantne temperature, sa četiri senzora koji je uspijevao da identificuje ispravni vektor brzine na granici oblasti jedinstvenosti. Drugi podprogram prezentovanog matematičkog modela je na osnovu simulacije mjerena *hot-wire-om* (prvi podprogram matematičkog modela) uspijevao da identificuje vektor brzine u dosta širokoj oblasti mogućih napadnih uglova vektora brzine. Matematički model (algoritam) rada *hot-wire-a* konstantne temperature se sastojao iz dva dijela, prvog koji je na osnovu zadanih vrijednosti za intenzitet, pravac i smjer vektora brzine izračunavao napone koji bi se trebali pojaviti na senzorima mjernog uređaja i drugog koji je na osnovu ovako izračunatih napona uspijevao da identificuje vektor brzine fluida koji je prouzrokovao dati skup izlaznih napona na senzorima mjernog uređaja. Položaj vektora brzine u odnosu na osu sonde definisan je sfernim koordinatama. Zavisnost promjene napona od tzv. efektivne brzine hlađenja bila je definisana *King-ovim zakonom* (jednačina (1.24)), a efektivna brzina hlađenja na senzorima mjernog uređaja tzv. *konsinusnim zakonom* (jednačina (1.25)). Ugao nagiba senzora u *hot-wire* sondi iznosio je  $10^\circ$ , a rezultati provedenog numeričkog testa prikazani su na sl. 2.17.

U [98], detaljnije je predstavljen algoritam i rezultati numeričkih testova za pronalazak vektora brzine fluida do i preko granice jedinstvenog rješenja, na virtuelnoj sondi sa četiri senzora ugla nagiba  $10^\circ$ . Efektivna brzina hlađenja na senzorima određivala se na osnovu jednačine (2.1), *yaw* koeficijent  $k$  bio je konstanta i nezavisan od brzine strujanja ili promjene pravca fluida, a zavisnost između efektivne brzine hlađenja i promjene napona na senzoru bila je definisana *King-ovim zakonom* (1.24).

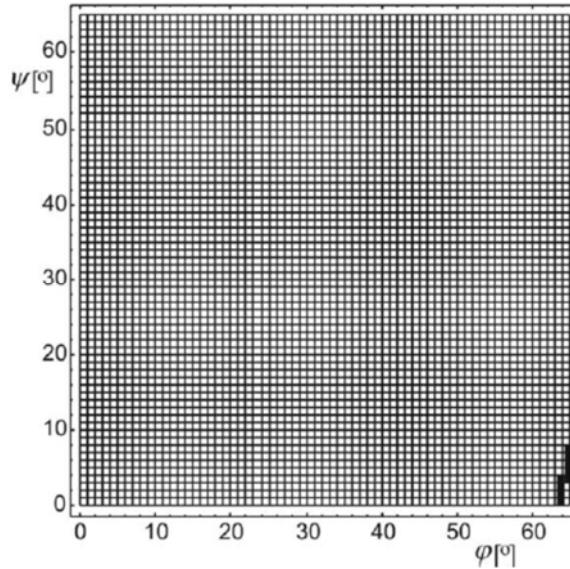
Efektivna brzina hlađenja izračunavala se iz jednačine:

---

$$V_{\text{eff}} = \sqrt{V_N^2 + (k V_t)^2}, \quad (2.1)$$

pri čemu je sa  $V_t$  označena tangencijalna komponenta vektora brzine fluida određena po jednačini:

$$V_t = \vec{V}_R \cdot \vec{t}_S \quad (2.2)$$



Sl. 2.17. Polje rezultata testiranja rada algoritma za određivanje vektora brzine fluida [97]

U jednačini (2.2) sa  $\vec{t}_S$  označen je jedinični tangencijalni vektor koji je usmjeren u pravcu senzora mernog uređaja (sl. 2.18). *Yaw* koeficijent  $k$  predstavljao je doprinos tangencijalne komponente vektora brzine fluida hlađenju senzora. Intenzitet normalne komponente vektora brzine fluida izračunavao se iz jednačine:

$$V_N^2 = V_R^2 - V_t^2. \quad (2.3)$$

Položaj vektora brzine fluida bio je definisan sa intenzitetom  $V_R$  i dva ugla  $\varphi$  i  $\psi$ . Pod pretpostavkom da senzori virtuelnog *hot-wire-a* imaju odnos  $l/d > 300$ , u radu je usvojena pretpostavka o jednakosti normalne komponente vektora brzine fluida sa efektivnom brzinom hlađenja. Iz tog razloga efektivna brzina hlađenja je određena na osnovu obrasca:

$$V_{\text{eff}}^2 = V_N^2 = V_R^2 - (\vec{V}_R \cdot \vec{t}_S)^2. \quad (2.4)$$

Za pozicije senzora prikazane na sl. 2.17, za svaki od četiri senzora napisana je jednačina (2.4), pri čemu se dobio sistem jednačina (2.5):

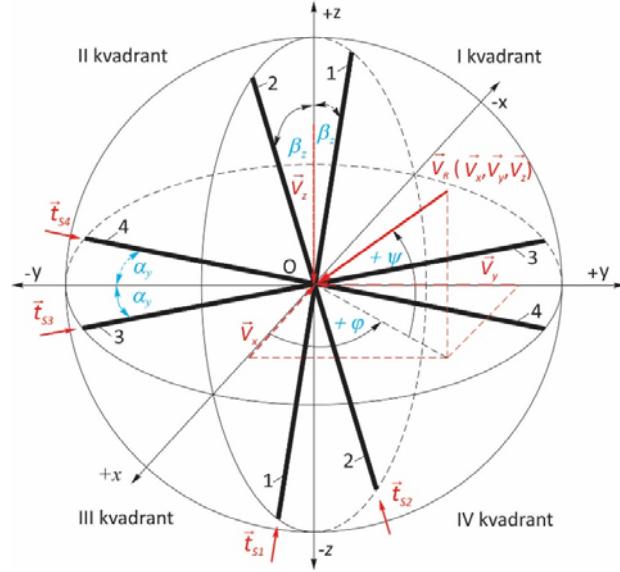
$$\begin{aligned}
 Eq_1 &\Rightarrow V_{eff1}^2 = V_R^2 - (\vec{V}_R \cdot \vec{t}_{S1})^2 \\
 &= V_R^2 - (V_x t_{S1x} + V_y t_{S1y} + V_z t_{S1z})^2, \\
 Eq_2 &\Rightarrow V_{eff2}^2 = V_R^2 - (\vec{V}_R \cdot \vec{t}_{S2})^2 \\
 &= V_R^2 - (V_x t_{S2x} + V_y t_{S2y} + V_z t_{S2z})^2, \\
 Eq_3 &\Rightarrow V_{eff3}^2 = V_R^2 - (\vec{V}_R \cdot \vec{t}_{S3})^2 \\
 &= V_R^2 - (V_x t_{S3x} + V_y t_{S3y} + V_z t_{S3z})^2, \\
 Eq_4 &\Rightarrow V_{eff4}^2 = V_R^2 - (\vec{V}_R \cdot \vec{t}_{S4})^2 \\
 &= V_R^2 - (V_x t_{S4x} + V_y t_{S4y} + V_z t_{S4z})^2.
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

Indeksi 1, 2, 3 i 4 označavaju pojedine senzore *hot-wire-a*, a sa  $x$ ,  $y$  i  $z$ , označene su projekcije vektora na ose Kartezijevog koordinatnog sistema (sl. 2.18).

Konstatovano je da je sistem jednačina (2.5) nelinearan i da se u opštem slučaju može riješiti numerički. Sistem jednačina (2.5) ima više matematički tačnih rješenja od kojih je samo jedno fizikalno ispravno. Koje će se rješenje dobiti zavisilo je od početnih uslova iteracije koji se zadaju pri numeričkom rješenju sistema jednačina. Da bi se odredile tri nepoznate veličine (intenzitet vektora brzine, te uglovi  $\varphi$  i  $\psi$ ), iz sistema nelinearnih jednačina (2.5) formirana su četiri podsistema, sa po tri nelinearne jednačine za čije rješenje je upotrijebljen *Newton-ov* iteracioni metod. Fizikalno ispravno rješenje definisano je kao ono koje će se pojaviti kao matematički tačno rješenje u sva četiri sistema jednačina, tj. kao ono koje zadovoljava uslov:

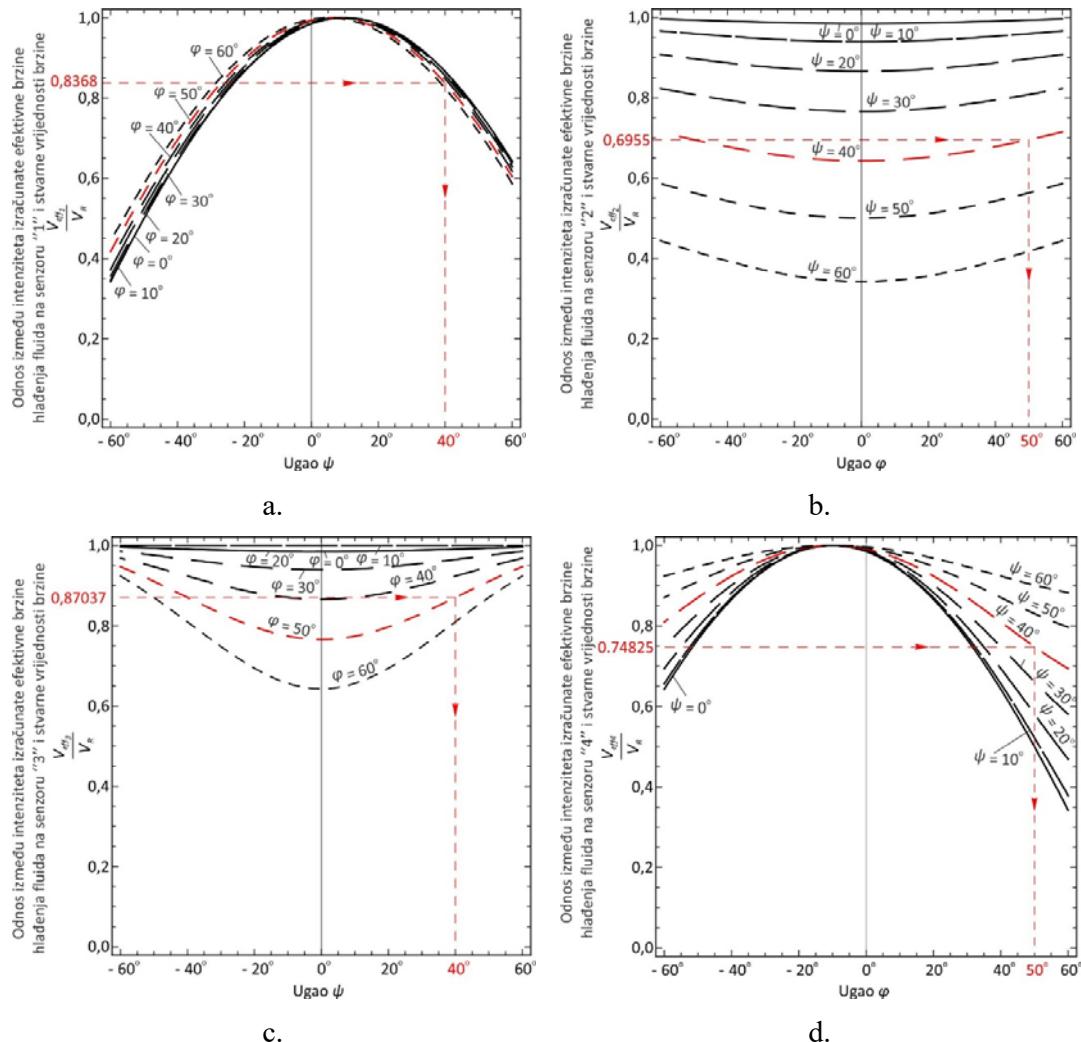
$$\vec{V}_{RS1} \equiv \vec{V}_{RS2} \equiv \vec{V}_{RS3} \equiv \vec{V}_{RS4} \equiv \vec{V}_R. \tag{2.6}$$


---



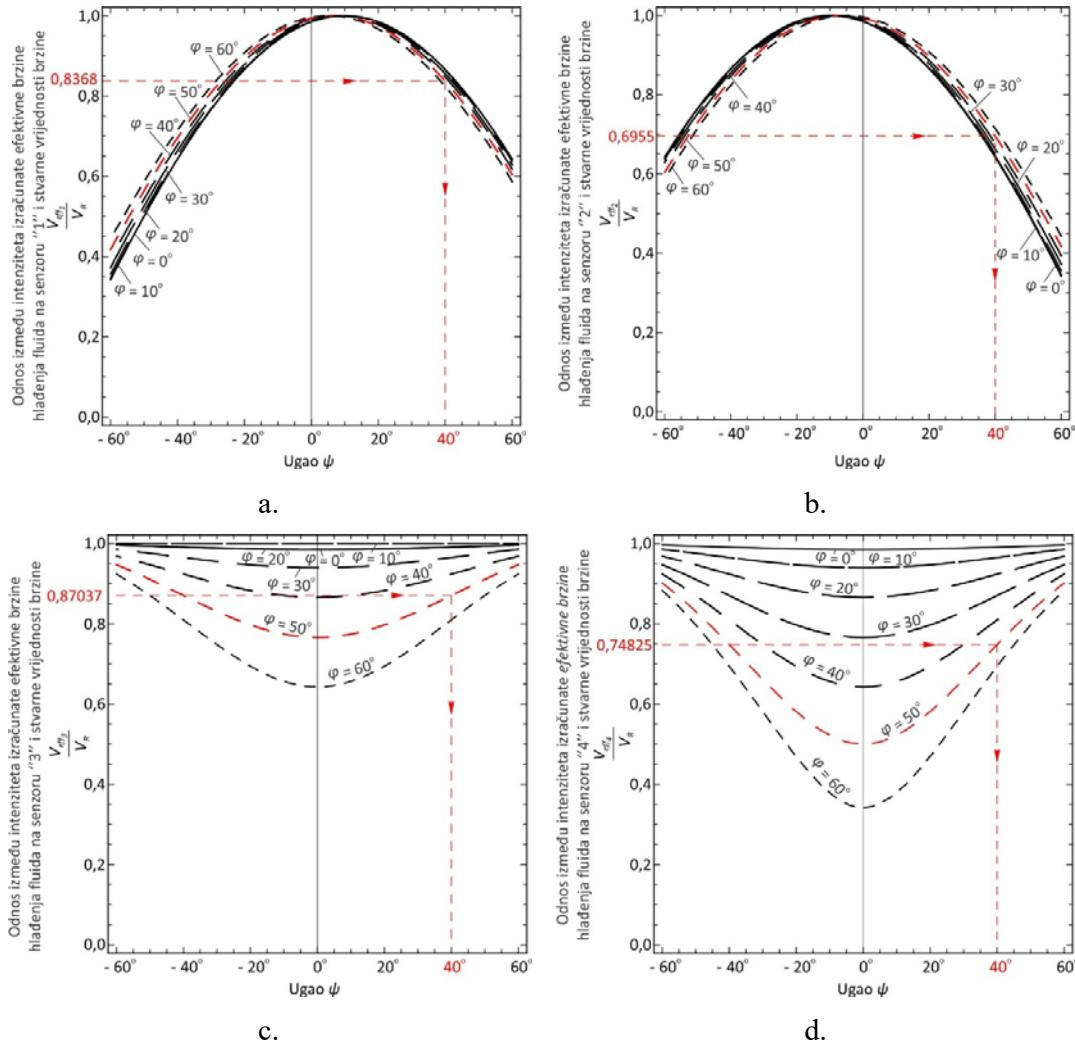
Sl. 2.18. Dispozicija senzora u sondi [98]

Numerička analiza je provedena za virtuelnu sondu sa uglom nagiba senzora u sondi od  $10^\circ$ , i za konstantnu brzinu strujanja fluida od 10 m/s. Pri tome je vektor brzine mogao da ima proizvoljni pravac strujanja, ali unutar ugaonog opsega uglova:  $-60^\circ \leq \varphi \leq 60^\circ$ , odnosno  $-60^\circ \leq \psi \leq 60^\circ$ . Na osnovu uspostavljenog matematičkog modela rada *hot-wire-a* u radu je predstavljena zavisnost promjene izračunate efektivne brzine hlađenja  $V_{eff_i}$  na svakom od senzora *hot-wire-a* ( $i = 1, 2, 3, 4$ ), od intenziteta vektora brzine  $V_R$  tj.  $V_{eff_i} / V_R$  od ugla  $\varphi$ , a za poznatu vrijednost ugla  $\psi$  (sl. 2.19), kao i zavisnost od ugla  $\psi$ , za poznatu vrijednost ugla  $\varphi$  (sl.2.20).



Sl. 2.19. Zavisnost  $V_{eff_i} / V_R$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) od ugla  $\varphi$  za poznatu vrijednost ugla  $\psi$  na  
a. senzoru 1, b. senzoru 2, c. senzoru 3 i d. senzoru 4 [98]

Konstatovano je da će zavisnost  $V_{eff1} / V_R$  od ugla  $\varphi$ , za poznatu negativnu vrijednost ugla  $\psi$  biti ista kao i zavisnost  $V_{eff2} / V_R$  od ugla  $\varphi$  za poznatu pozitivnu vrijednost ugla  $\psi$  (sl. 2.19. a i b) i obrnuto. Isto je vrijedilo i za negativnu vrijednost ugla  $\varphi$  (sl. 2.20. c i d). Zavisnost  $V_{eff3} / V_R$  i  $V_{eff4} / V_R$  od ugla  $\varphi$  (sl. 2.19. c i d) za poznatu negativnu vrijednost ugla  $\psi$  biće ista. Isto vrijedi i za negativne vrijednosti ugla  $\varphi$  (sl. 2.20 a i b).



Sl. 2.20. Zavisnost  $V_{effi} / V_R$  od ugla  $\psi$  za poznatu vrijednost ugla  $\varphi$  na a. senzoru 1, b. senzoru 2, c. senzoru 3 i d. senzoru 4 [98]

Na sl. 2.19 i 2.20, mogla se primjetiti simetrija u zavisnosti  $V_{eff} / V_R$  od ugla  $\varphi$  za poznatu vrijednost ugla  $\psi$ , kao i  $V_{eff} / V_R$  od ugla  $\psi$ , za poznatu vrijednost ugla  $\varphi$ . Sa navedenih slika mogla se vidjeti složenost pronalaska ispravnog rješenja iz više

različitim matematički tačnih rješenja, čak i kod virtualne sonde sa idealnim nagibom senzora od  $10^\circ$  i usvojenom konstantnom vrijednošću koeficijenata i eksponenata.

Naime, čak i u slučaju da nam je poznat odnos  $V_{eff} / V_R$  na svakom od četiri senzora *hot-wire-a*, i jedan od uglova  $\psi$  ili  $\varphi$ , još uvijek u opštem slučaju postoje dva različita ugla  $\varphi$  odnosno  $\psi$ , kojima se može definisati vektor brzine fluida, a koji predstavljaju matematički tačno rješenje, od kojih je samo jedno fizikalno ispravano. Očigledno je da matematički tačno rješenje zavisi od izbora početnih uslova za rješenje sistema nelinearnih jednačina

Za selekciju početnih uslova iteracije, a time i identifikaciju fizikalno ispravnog rješenja iz više matematički tačnih rješenja, koji se mogu dobiti rješavanjem četiri formirana podsistema jednačina upotrijebljen je algoritam „*tri protiv jedan*“.

Algoritam „*tri protiv jedan*“ je izračunavao nove početne uslove iteracije iz pretpostavke da se rješenje koje najviše odstupa od dobijene srednje vrijednosti rješenja u posmatranom iteracionom koraku, odbaci kao fizikalno neispravno.

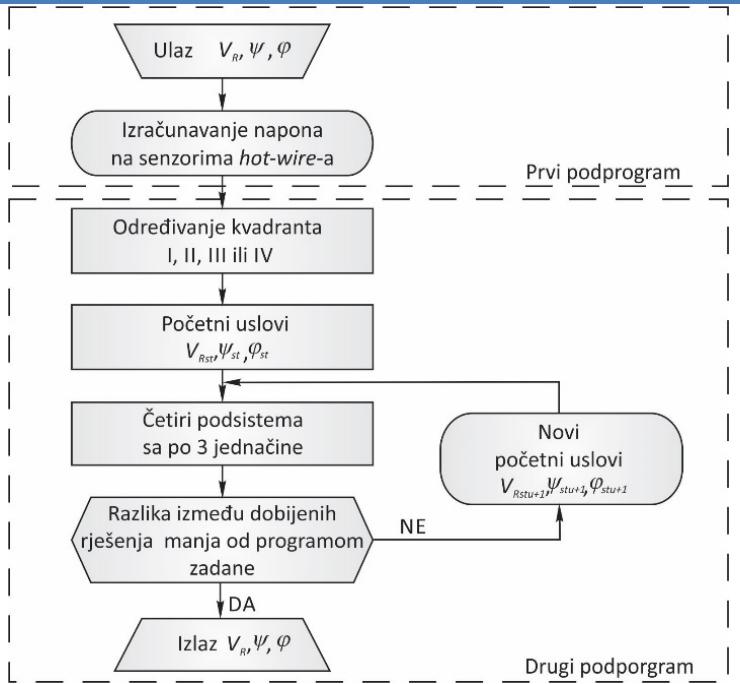
Novi početni uslovi za novi iteracioni korak, za određivanje vektora brzine fluida, su određivani osrednjavanjem vrijednosti rešenja preostala tri sistema jednačina u zavisnosti od toga koje je rješenje odbačeno kao fizikalno pogrešno. Postupak se ponavljao sve dok razlika između novodobijenih i zadanih (početnih) vrijednosti traženih veličina nije bila manja od programom zadane. Grafički prikaz matematičkog modela rada *hot-wire-a* prikazan je na sl. 2.21.

Kao i u [97], matematički model rada *hot-wire-a* se sastojao od dva podprograma. Prvi podprogram je simulirao rad virtualnog *hot-wire* uređaja sa četiri senzora izloženog strujanju fluida, intenziteta  $V_R$  i pravca definisanog sa dva ugla  $\varphi$  i  $\psi$ . Izlazne vrijednosti iz prvog podprograma bila su četiri napona na senzorima mjernog uređaja. Drugi podprogram je na osnovu izračunatih izlaznih napona iz prvog podprograma, trebao da identificuje vektor brzine fluida koji je uzrokovao dobijene promjene napona iz prvog podprograma.

Opisani matematički model rada *hot-wire-a* konstantne temperature testiran je u programskom paketu *Mathematica*®, pri čemu su provedena dva testa matematičkog modela.

Rezultati prvog testa prikazani su na sl. 2.19, 2.20, i 2.22 (crvene isprekidane linije), i u njemu je matematički model rada *hot-wire-a* trebalo da pronađe vektor brzine fluida definisan sljedećim vrijednostima:  $V_R = 10$  [m/s],  $\psi = 40^\circ$  i  $\varphi = 50^\circ$ .

---



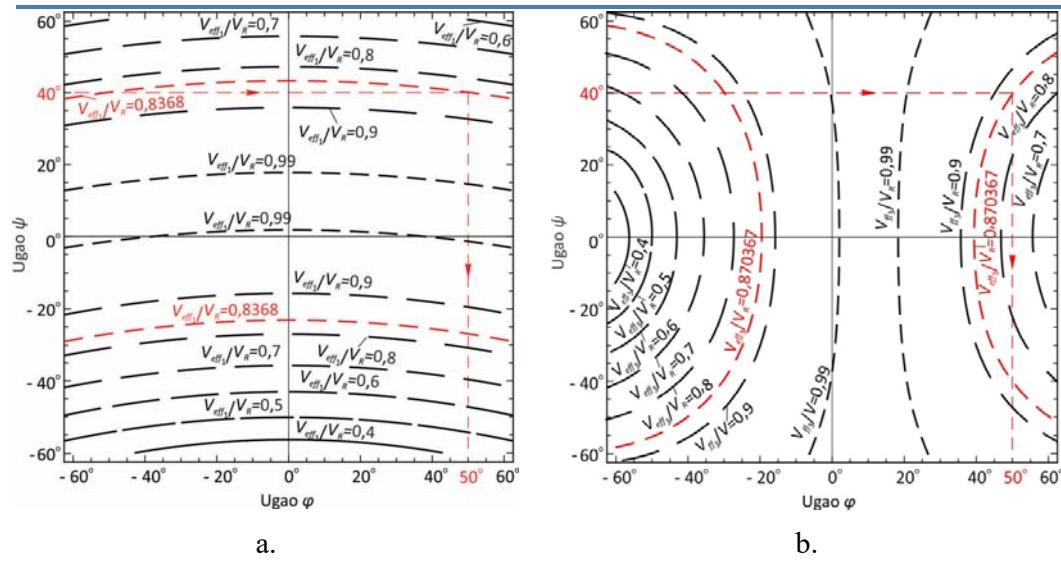
Sl. 2.21. Algoritam matematičkog modela rada hot-wire-a za pronalazak fizikalno ispravnog rješenja [98]

Na sl. 2.22. prikazana je zavisnost  $V_{eff} / V_R = const.$  u koordinatnom sistemu  $\varphi\psi$ , za senzore 1 i 3 (prema sl. 2.18). Zakrivljene linije  $V_{eff} / V_R = const.$  predstavljale su sve tačke koje daju istu vrijednost brzine za različite uglove  $\psi$  i  $\varphi$ , od kojih je samo jedna kombinacija na svakom od senzora mjernog uređaja bila fizikalno ispravna.

Navedeno je da je zavisnost  $V_{eff} / V_R = const.$  za senzor 2, osnosimetrično preslikana zavisnosti senzora 1, s tim što je osa simetrije  $\psi = 0$ . Ista situacija je i za senzor 4, kod koga je zavisnost  $V_{eff} / V_R = const.$  osnosimetrično preslikana zavisnost prikazana za senzor 3, a osa simetrije je  $\varphi = 0$ .

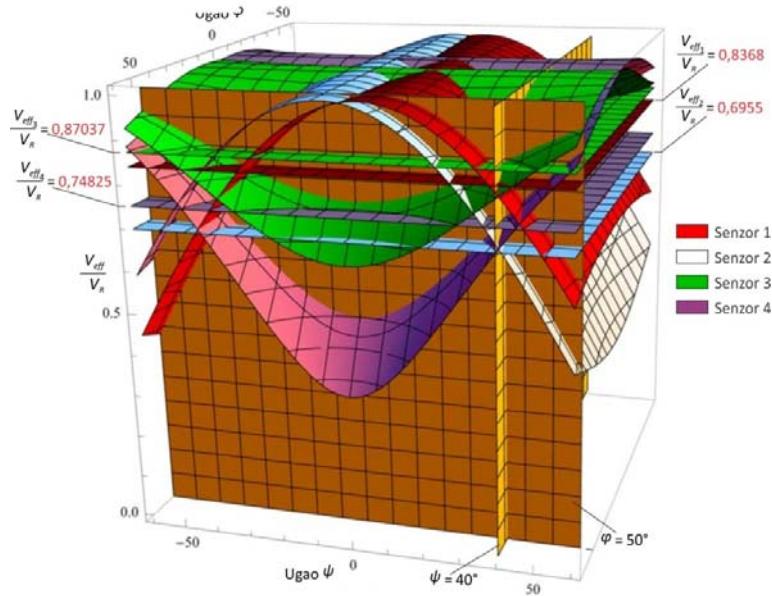
Grafički prikaz odnosa  $V_{eff_i} / V_R$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) u prostoru za razne vrijednosti uglova  $\psi$  i  $\varphi$  i prvi test matematičkog modela rada hot-wire-a prikazani su na sl. 2.23.

Na istoj slici je prikazano i dobijeno rješenje tj. matematički model rada hot-wire-a tj. njegov drugi podprogram je uspio da identificuje traženi vektor brzine (tj. pravac vektora je bio definisan uglovima  $\psi = 40^\circ$  i  $\varphi = 50^\circ$ ).



Sl. 2.22. Grafička prezentacija različitih vrijednosti  $V_{eff}/V_R = const.$  u koordinatnom sistemu  $\varphi\psi$ , i rezultati prvog testa matematičkog modela rada hot-wire-a na a. senzoru 1 i b. senzoru 3 [98]

Tokom drugog testa matematičkog modela rada hot-wire-a (sl. 2.24), odabran je ponovo intenzitet vekora brzine od 10 m/s, a drugi podprogram matematičkog modela rada hot-wire-a je imao zadatak da tačno identificuje vektor brzine fluida u opsegu uglova  $-60^\circ \leq \varphi \leq 60^\circ$  odnosno  $-60^\circ \leq \psi \leq 60^\circ$ , sa korakom od  $1^\circ$ .

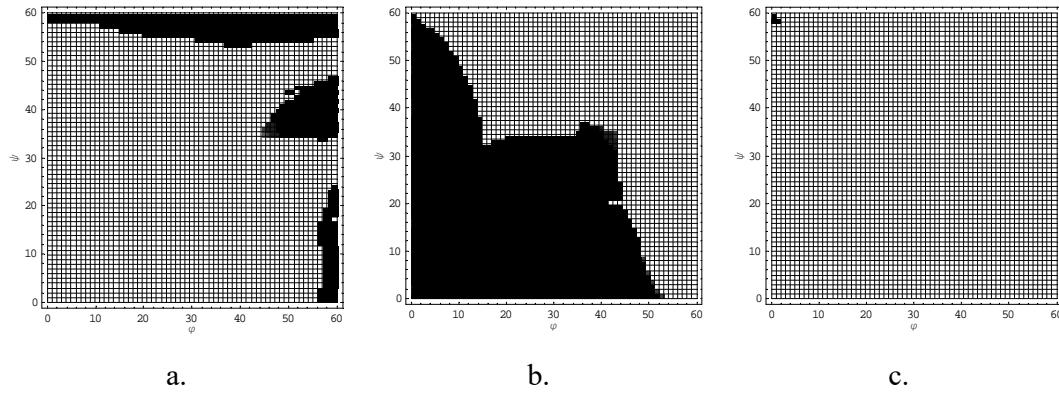


Sl. 2.23. Grafička interpretacija rezultata dobijenih tokom prvog testa rada matematičkog modela rada hot-wire-a, pogled sa strane [98]

Tokom provedenog testa, pokazalo se da je drugi podprogram prezentovanog matematičkog modela rada *hot-wire*-a uspijeva da ispravno identificuje traženi vektor brzine kako za pozitivne vrijednosti uglova  $\varphi$  i  $\psi$ , tako i za njihove negativne vrijednosti, a isto tako i za kombinaciju pozitivnih i negativnih vrijednosti uglova  $\varphi$  i  $\psi$ .

Na sl. 2.24. su prikazani dobijeni rezultati rada drugog programa u formi matrice sa 3600 izračunatih rezultata za prvi kvadrant. Za drugi kvadrant, grafik je osnosimetričan dobijenom, s tim što je  $\psi$  osa simetrije. Za treći i četvrti kvadrant, rezultati su simetrični u odnosu na prvi i drugi kvadrant s tim što je osa simetrije osa  $\varphi$ .

Tamna polja predstavljaju vrijednosti uglova  $\varphi$  i  $\psi$  za koju se dobijeni i stvarni rezultat razlikuje za više od  $3 \cdot 10^{-4}$ , dok bijela polja predstavljaju vrijednosti uglova  $\varphi$  i  $\psi$  za koju je navedena razlika manja od  $3 \cdot 10^{-4}$ . Broj iteracija u oba iteraciona ciklusa je bio ograničen na 10 po ciklusu, a kao što se može vidjeti, algoritam je uspijeva da ispravno identificuje vektor brzine u opsegu uglova  $|\varphi| \leq 60^\circ$  i  $|\psi| \leq 58^\circ$ .

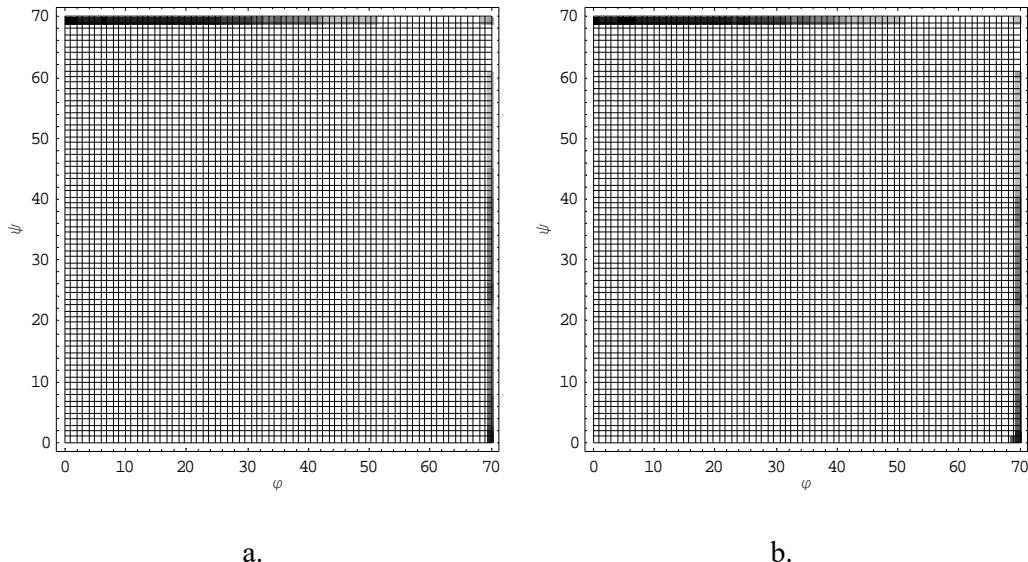


Sl. 2.24. Grafička interpretacija dobijenih rezultata tokom drugog testa matematičkog modela rada *hot-wire* – a upotrebor samojednog iterativnog ciklusa a. prvog b. drugog i c. upotrebor oba iterativna ciklusa [98]

U [99], ponovo je testiran algoritam za pronalazak vektora brzine fluida u širokom opsegu napadnih uglova ( $|\varphi| \leq 60^\circ, |\psi| \leq 60^\circ$ , sl. 2.27). U ovom radu za osnovu rada matematičkog modela uzete su jednačine *King*-a (1.24) i *Jorgensen*-a (1.31) tj. tzv. *King/Jorgensen*-ov model, kojim je opisano ponašanje virtualne *hot-wire* sonde sa četiri senzora sa uglom nagiba  $35^\circ$ .

Vrijednosti *yaw* koeficijenta  $k$  kao i *pitch* koeficijenta  $h$  bile su konstantne i nezavisne od brzine strujanja ili promjene pravca fluida.

U osnovi matematički model rada *hot-wire-a* je imao sve elemente matematičkog modela opisanog u [98]. Provedena su dva testa matematičkog modela rada *hot-wire-a*, u kojima je usvojena konstantna vrijednost za *yaw* koeficijent  $k = 0$ , a *pitch* koeficijent  $h$ , imao je vrijednost  $h = 1,0$  i  $h = 1,1$ . Broj iteracionih koraka u dva ciklusa iteracija ograničen je na sedam, a rezultati rada matematičkog modela prikazani su na sl. 2.25.



Sl. 2.25. Grafička interpretacija rada matematičkog modela a.  $h = 1,0$ , b.  $h = 1,1$  [99]

### **3. HIPOTEZE DISERTACIJE**

Uvažavajući prethodno navedene specifičnosti *hot-wire*-a kao mjernog uređaja, moguće je formirati matematički model rada *hot-wire*-a konstantne temperature sa četiri senzora, koji se može korisiti za numeričke simulacije i analize. Elementi tako koncipiranog matematičkog modela (njegov drugi podprogram) mogu se koristiti za obradu rezultata eksperimentalnih mjerenja *hot-wire* anemometara konstantne temperature sa četiri i više senzora sa tačnošću određivanja vektora brzine i njegovih komponenata sličnom ili većom od metoda prezentovanog u [15].

Matematički model biće zasnovan pod pretpostavkom sljedećih hipoteza:

- na osnovu jednačina za efektivnu brzinu na svakom od senzora mjernog uređaja moguće je za sondu sa četiri senzora formirati četiri sistema od po tri nelinearne jednačine,
- svaki formirani sistem od po tri nelinearne jednačine može imati najviše 8 različitih matematički tačnih rješenja od kojih je samo jedno fizikalno ispravno,
- iz dobijenih rješenja za svaki od sistema sa po tri nelinearne jednačine, moguće je matematičkim algoritmom pod nazivom „*tri protiv jedan*“, odrediti fizikalno ispravno rješenje najmanje unutar do sada definisanih granica jedinstvenog rješenja za sonde sa četiri senzora, i to pravilnim variranjem početnih uslova iteracije tj. početnog vektora,
- u formiranim sistemima jednačina fizikalno ispravno rješenje je ono koje egzistira u svakom od četiri sistema sa po tri nelinearne jednačine.

## 4. MATEMATIČKI MODEL RADA HOT-WIRE-A

S cijem dokazivanja postavljenih hipoteza, formirali smo matematički model rada *hot-wire-a* konstantne temperature u kome smo prvo numeričkim simulacijama testirali postavljene hipoteze, a potom je dio formiranog matematičkog modela (drugi podprogram) upotrijebljen za potvrdu postavljenih hipoteza u uslovima realnih mjerena pomoću *hot-wire-a* konstantne temperature.

U prethodnim poglavljima navedeno je da nijedna od postojećih analitičkih jednačina koja opisuje zavisnost između izlaznog napona na krajevima senzora *hot-wire-a* konstantne temperature i vektora brzine fluida ne opisuje u potpunosti tačno fizičku prirodu ovog fenomena. Pored toga, konstrukcija sonde, te broj i raspored senzora u sondi znatno mogu da utiču na ponašanje *hot-wire-a*.

Iz navedenih razloga sprovođenje matematičkih analiza putem odgovarajućih jednačina kojima se izražava ponašanje *hot-wire-a* izloženog strujanju fluida ima samo indikativan značaj ukazujući na očekivano ponašanje *hot-wire-a* u idealnim uslovima, u kojima se primjenjenom jednačinom u potpunosti tačno može opisati istraživana zavisnost. U zavisnosti od toga koliko tačno odabrana matematička jednačina opisuje prirodu fenomena odavanja toplice sa zagrijanog senzora na okolni fluid koji struji nekom brzinom  $\vec{V}_r$ , kao i vrijednosti eksperimentalno određenih koeficijenata i eksponenata, zavisiće i tačnost matematičkog modela u odnosu na rezultate eksperimentalnih mjerena. Problem se još više usložnjava ukoliko se mjerena provode u blizni ili oko granice jedinstvenog rješenja, jer je nepouzdanost identifikacije vektora brzine dosta velika.

Iz navedenog pregleda radova, može se ustanoviti da su u velikom broju radova, posebno kod mjerena sa *hot-wire* sondama sa više senzora (trodimenzionalna mjerena), za opisivanje ponašanja senzora izloženog strujanju fluida korištene jednačine *King-a* (1.24) i *Jorgensen-a* (1.31). Stoga je odlučeno da se pri formiranju matematičkog modela kojim bismo testirali postavljene hipoteze, matematički model zasnuje na ovim dvjema jednačinama.

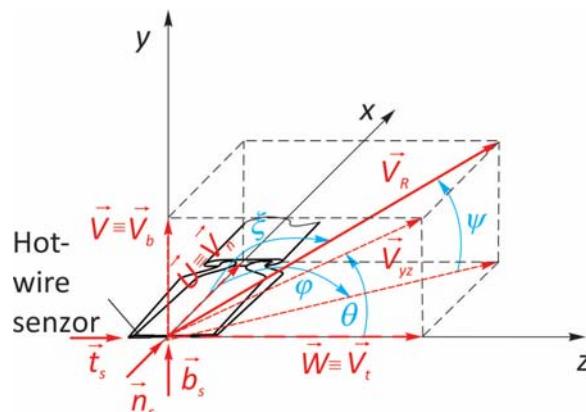
Formirani matematički model rada *hot-wire-a* se suštinski može primjeniti i na druge formulacije definisanja tzv. efektivne brzine hlađenja što je demonstrirano u nekoliko radova [97], [98]. Međutim, iz prezentovanih radova (npr. [33], [36] itd.) jasno je da će u odnosu na korištene jednačine navedene u radovima [97] i [98], pod pretpostavkom dovoljno tačnog određivanja potrebnih koeficijenata i eksponenata, eksperimentalno

izmjerenim vrijednostima putem *hot-wire-a* više odgovarati vrijednosti određene matematičkim modelom zasnovanim na *King/Jorgensen*-ovim jednačinama odnosno *generalisanom zakonu hlađenja* (1.35).

#### **4.1. Struktura matematičkog modela rada *hot-wire-a***

Za simulaciju rada *hot-wire-a* konstantne temperature sa četiri senzora, kojim bi se potvrdile postavljene hipoteze, u programskom paketu *Mathematica®*, koncipiran je matematički model rada uređaja koji se sastoji od dva podprograma.

Pri provođenju numeričkih analiza rada matematičkog modela i dokazivanju postavljenih hipoteza, prvi podprogram koristi se za simulacije mjerjenja *hot-wire* anemometrima konstantne temperature sa četiri senzora, tj. prvi podprogram na osnovu slučajno odabrane vrijednosti intenziteta i pravca vektora brzine fluida (definisanog u prostoru uglovima  $\varphi$  i  $\psi$ , ili  $\xi$  i  $\vartheta$  sl. 4.1), izračunava vrijednosti napona na četiri senzora *hot-wire-a*.



Sl. 4.1. Definisanje položaja vektora brzine

Drugi podprogram matematičkog modela koncipiran je tako da na osnovu eksperimentalno izmjerenih vrijednosti napona na senzorima *hot-wire-a* (ili izračunatih pomoću prvog podprograma), jednoznačno identificuje vektor brzine fluida kojem oni pripadaju (obrnuto preslikavanje), polazeći od pretpostavke da svaka kombinacija napona na senzorima mjernog uređaja jednoznačno definiše jedan vektor brzine.

## 4.2. Opis prvog podprograma matematičkog modela

### 4.2.1. Određivanje komponenti vektora brzine $U$ , $V$ i $W$

Za simuliranje uticaja strujanja fluida na promjenu napona na senzorima *hot-wire-a*, kreiran je podprogram koji je trebao da odredi vrijednost napona na *hot-wire* sondi sa četiri senzora, kad na njega nastrujava fluid poznatog intenziteta i pravca. Položaj vektora brzine fluida  $\vec{V}_R$  definisan je u odnosu na koordinatni sistem koji se poklapao sa osom sonde (sl. 4.2). U odnosu na tako definisan koordinatni sistem, položaj vektora brzine  $\vec{V}_R$  definisao se sa dva ugla  $\psi$  i  $\varphi$  (sl. 4.2), ili sa  $\xi$  i  $\theta$  (sl. 4.1). Ukoliko je položaj vektora brzine ( $\vec{V}_R$ ) definisan pomoću uglova  $\psi$  i  $\varphi$  i ukoliko nam je poznat njegov intenzitet ( $V_R$ ), projekcije vektora brzine na ose usvojenog koordinatnog sistema ( $U$ ,  $V$  i  $W$ ) možemo odrediti na sljedeći način.

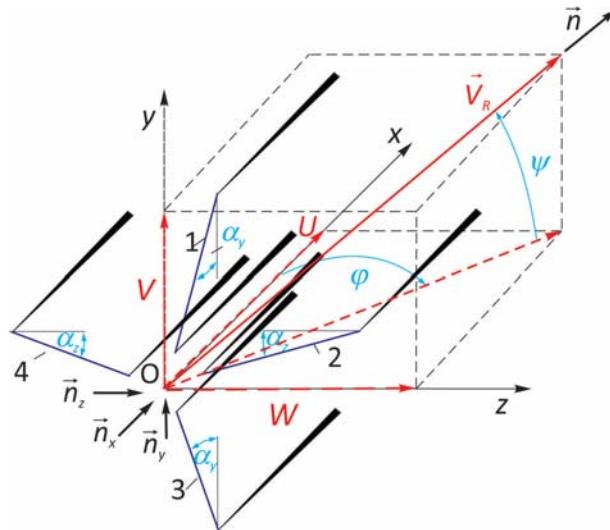
Vektor brzine fluida može se definisati preko jediničnog vektora  $\vec{n}$ :

$$\vec{V}_R = V_R \vec{n} = \vec{U} + \vec{V} + \vec{W} = U\vec{i} + V\vec{j} + W\vec{k}, \quad (4.1)$$

pri čemu je jedinični vektor vektora brzine ( $\vec{n}$ ) definisan kao:

$$\vec{n} = \vec{n}_x + \vec{n}_y + \vec{n}_z = n_x \vec{i} + n_y \vec{j} + n_z \vec{k}. \quad (4.2)$$

U jednačini (4.2) su  $n_x$ ,  $n_y$  i  $n_z$  označene projekcije jediničnog vektora brzine  $\vec{n}$  na ose usvojenog koordinatnog sistema referencije (sl. 4.2).



Sl. 4.2. Senzori mernog uređaja

Iz jednačina (4.1) i (4.2) slijedi da je:

$$\vec{V}_R = V_R \vec{n} = V_R (\vec{n}_x + \vec{n}_y + \vec{n}_z) = V_R n_x \vec{i} + V_R n_y \vec{j} + V_R n_z \vec{k}, \quad (4.3)$$

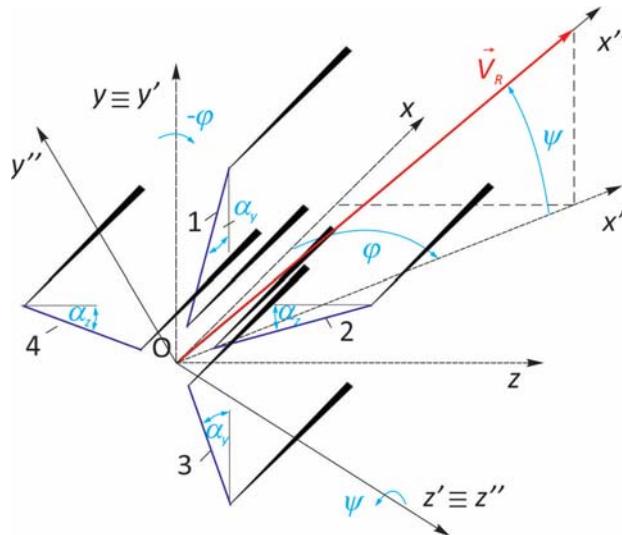
tj.

$$\begin{aligned} U &= V_R n_x, \\ V &= V_R n_y, \\ W &= V_R n_z. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Projekcije jediničnog vektora normale  $\vec{n}$  ( $n_x$ ,  $n_y$  i  $n_z$ ) na ose usvojenog koordinatnog sistema referencije, možemo dobiti množenjem matrice transformacije  $T_{\psi\varphi}$ , sa jediničnim vektorom:

$$\begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix} = T_{\psi\varphi} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (4.5)$$

Matricu transformacije  $T_{\psi\varphi}$  dobijamo uzimajući u obzir dvije rotacije koordinatnog sistema  $x,y,z$ , prvu oko ose  $y$  za ugao  $-\varphi$ , pri čemu koordinatni sistem  $x,y,z$  prelazi u koordinatni sistem  $x',y',z'$  (tj.  $y \equiv y'$ ), a potom i dodatnom rotacijom koordinatnog sistema  $x',y',z'$  oko ose  $z'$  za ugao  $\psi$ , pri čemu nastaje koordinatni sistem  $x'',y'',z''$ , (tj.  $z' \equiv z''$ ), čija se osa  $x''$  poklapa sa pravcem vektora brzine  $\vec{V}_R$  (sl. 4.3).



Sl. 4.3. Transformacija koordinatnog sistema  $x,y,z$  u sistem  $x'',y'',z''$ , pomoću uglova rotacije  $-\varphi$  i  $\psi$

Matrica transformacije  $T_{\psi\varphi}$  se dobije proizvodom matrica  $T_y$  i  $T_z$ :

$$T_{\psi\varphi} = T_y T_z = \begin{bmatrix} \cos(-\varphi) & 0 & \sin(-\varphi) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(-\varphi) & 0 & \cos(-\varphi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$T_{\psi\varphi} = \begin{bmatrix} \cos\varphi\cos\psi & -\cos\varphi\sin\psi & -\sin\varphi \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ \sin\varphi\cos\psi & -\sin\varphi\sin\psi & \cos\varphi \end{bmatrix}. \quad (4.6)$$

Iz jednačine (4.5) i (4.6) slijedi:

$$\begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varphi\cos\psi & -\cos\varphi\sin\psi & -\sin\varphi \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ \sin\varphi\cos\psi & -\sin\varphi\sin\psi & \cos\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varphi\cos\psi \\ \sin\psi \\ \sin\varphi\cos\psi \end{bmatrix}. \quad (4.7)$$

Iz jednačine (4.4) i jednačine (4.7) slijedi jednačina (4.8).

$$\begin{aligned} U &= V_R \cos\psi \cos\varphi, \\ V &= V_R \sin\psi, \\ W &= V_R \cos\psi \sin\varphi. \end{aligned} \quad (4.8)$$

U slučaju da smo vrijednosti komponenti vektora brzine  $U$ ,  $V$  i  $W$  definisali pomoću uglova  $\xi$  i  $\theta$  (sl. 4.1), morali bismo prvo rotirati koordinatni sistem  $x, y, z$  oko ose  $x$ , za ugao  $-\theta$  (pri čemu je  $x \equiv x_\theta'$ ), pa potom rotirati novi koordinatni sistem  $x_\theta', y_\theta', z_\theta'$  oko ose  $y_\theta'$  za ugao  $-\xi$ , pri čemu bi dobili koordinatni sistem  $x_\xi'', y_\xi'', z_\xi''$  (u ovom slučaju je  $y_\theta' \equiv y_\xi''$ ), a matrica transformacije  $T_{\theta\xi}$  bi iznosila:

$$T_{\theta\xi} = T_x T_{y_\theta'} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(-\theta) & -\sin(-\theta) \\ 0 & \sin(-\theta) & \cos(-\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(-\xi) & 0 & \sin(-\xi) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(-\xi) & 0 & \cos(-\xi) \end{bmatrix},$$

$$T_{\theta\xi} = T_x T_{y_\theta'} = \begin{bmatrix} \cos\xi & 0 & -\sin\xi \\ \sin\theta\sin\xi & \cos\theta & \sin\theta\cos\xi \\ \cos\theta\sin\xi & -\sin\theta & \cos\theta\cos\xi \end{bmatrix}. \quad (4.9)$$

odnosno:

$$\begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\xi & 0 & -\sin\xi \\ \sin\theta\sin\xi & \cos\theta & \sin\theta\cos\xi \\ \cos\theta\sin\xi & -\sin\theta & \cos\theta\cos\xi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\xi \\ \sin\theta\sin\xi \\ \cos\theta\sin\xi \end{bmatrix}. \quad (4.10)$$

Komponente  $U$ ,  $V$  i  $W$  vektora brzine fluida ( $\vec{V}_R$ ), definisane pomoću uglova  $\xi$  i  $\theta$  iznose:

$$\begin{aligned} U &= V_R \cos \xi, \\ V &= V_R \sin \xi \sin \theta, \\ W &= V_R \sin \xi \cos \theta, \end{aligned} \quad (4.11)$$

a veza između uglova  $\psi, \varphi$  odnosno  $\theta, \xi$  može se uspostaviti na osnovu jednačina (4.8) i (4.10):

$$\begin{aligned} \psi &= \arcsin(\sin \xi \sin \theta), \\ \varphi &= \arcsin\left(\frac{\sin \xi \cos \theta}{\cos \psi}\right). \end{aligned} \quad (4.12)$$

#### **4.2.2. Određivanje efektivne brzine hlađenja na senzorima hot-wire-a**

Pod dejstvom vektora brzine fluida  $\vec{V}_R$ , na senzorima hot-wire-a pojaviće se odgovarajući napon, čija se vrijednost može odrediti na osnovu King-ovog zakona (jednačina, (1.24)). Za određivanje efektivne brzine hlađenja na svakom od „ $i$ “ senzora mernog uređaja koršćena je jednačina Jorgensen-a (4.1):

$$V_{effi}^2 = V_{ni}^2 + k_i V_{ti}^2 + h_i V_{bi}^2; \quad i = 1, 2, 3, 4; \quad (4.13)$$

gdje su:

- $V_{ni}$  - intenzitet normalne komponente brzine na senzor „ $i$ “ tj. komponente vektora brzine koja je okomita na senzor (sl. 4.1. i sl. 4.2),
- $V_{ti}$  - intenzitet tangencijalne komponente brzine na senzor „ $i$ “ tj. komponente vektora brzine koja je paralelna osi senzora (sl. 4.1. i sl. 4.2),
- $V_{bi}$  - intenzitet binormalne komponente brzine na senzor „ $i$ “ tj. komponente vektora brzine okomite na senzor i na nosače senzora, (sl. 4.1. i sl. 4.2).

Na svakom od senzora hot-wire-a možemo da postavimo koordinatni sistem vezan za osu senzora (sl. 4.4). Označimo li jedinične vektore takvog koordinatnog sistema sa  $\vec{n}_{si}$ ,  $\vec{t}_{si}$  i  $\vec{b}_{si}$ , tad se normalna, tangencijalna i binormalna komponenta vektora brzine  $\vec{V}_R$ , na nekom od senzora hot-wire-a može odrediti iz jednačina:

$$\begin{aligned} V_{ni} &= \vec{V}_R \cdot \vec{n}_{si}, \\ V_{ti} &= \vec{V}_R \cdot \vec{t}_{si}, \\ V_{bi} &= \vec{V}_R \cdot \vec{b}_{si}. \end{aligned} \quad (4.14)$$


---

Imajući u vidu jednačinu (4.2), jednačinu (4.14) možemo zapisati u sljedećem obliku:

$$\begin{aligned} V_{ni} &= (\vec{Ui} + \vec{Vj} + \vec{Wk}) \vec{n}_{si} = (\vec{Ui} + \vec{Vj} + \vec{Wk})(n_{xsi}\vec{i} + n_{ysi}\vec{j} + n_{zsi}\vec{k}), \\ V_{ti} &= (\vec{Ui} + \vec{Vj} + \vec{Wk}) \vec{t}_{si} = (\vec{Ui} + \vec{Vj} + \vec{Wk})(t_{xsi}\vec{i} + t_{ysi}\vec{j} + t_{zsi}\vec{k}), \\ V_{bi} &= (\vec{Ui} + \vec{Vj} + \vec{Wk}) \vec{b}_{si} = (\vec{Ui} + \vec{Vj} + \vec{Wk})(b_{xsi}\vec{i} + b_{ysi}\vec{j} + b_{zsi}\vec{k}), \end{aligned} \quad (4.15)$$

tj.:

$$\begin{aligned} V_{ni} &= U n_{xsi} + V n_{ysi} + W n_{zsi}, \\ V_{ti} &= U t_{xsi} + V t_{ysi} + W t_{zsi}, \\ V_{bi} &= U b_{xsi} + V b_{ysi} + W b_{zsi}. \end{aligned} \quad (4.15')$$

U prethodnoj jednačini su:

- $n_{xsi}, n_{ysi}$  i  $n_{zsi}$  - projekcije jediničnog vektora u pravcu normale nekog senzora na ose  $x, y, z$ ,
- $t_{xsi}, t_{ysi}$  i  $t_{zsi}$  - projekcije jediničnog vektora u pravcu tangente nekog senzora na ose  $x, y, z$ , i
- $b_{xsi}, b_{ysi}$  i  $b_{zsi}$  - projekcije jediničnog vektora u pravcu binormale nekog senzora na ose  $x, y, z$ .

Da bi se odredila projekcija jediničnih vektora  $\vec{n}_{si}$ ,  $\vec{t}_{si}$  i  $\vec{b}_{si}$  na ose  $x, y, z$ , izvršen je niz rotacija koordinatnog sistema  $x, y, z$ , pri čemu se nakon svake rotacije dobijala projekcija jediničnih vektora  $\vec{n}_{si}$ ,  $\vec{t}_{si}$  i  $\vec{b}_{si}$  na ose  $x, y, z$  za jedan od senzora.

Rotacijom koordinatnog sistema  $x, y, z$ , za ugao  $-\alpha_y$  (matrica transformacije  $T_{s1}$ ), oko ose  $z$  dolazi do preklapanja ose  $y$  sa osom senzora "1" (sl. 4.4), tj. prelaska koordinatnog sistema  $x, y, z$  u koordinatni sistem  $x_{s1}, y_{s1}, z_{s1}$ .

Projekcije jediničnih vektora  $\vec{n}_{s1}$ ,  $\vec{t}_{s1}$  i  $\vec{b}_{s1}$  koordinatnog sistema vezanog za senzor ( $x_{s1}, y_{s1}, z_{s1}$ ), na ose  $x, y, z$  koordinatnog sistema vezanog za osu sonde iznose:

- normalne komponente jediničnog vektora  $\vec{n}_{s1}$ :

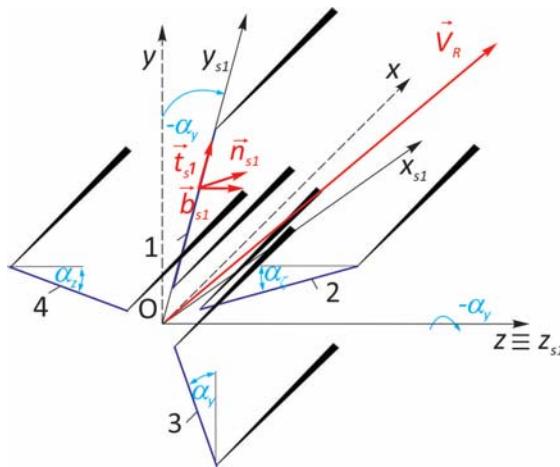
$$\begin{bmatrix} n_{x_{s1}} \\ n_{y_{s1}} \\ n_{z_{s1}} \end{bmatrix} = T_{s1} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(-\alpha_y) & -\sin(-\alpha_y) & 0 \\ \sin(-\alpha_y) & \cos(-\alpha_y) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_y \\ -\sin \alpha_y \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (4.16)$$

- tangencijalne komponente jediničnog vektora  $\vec{t}_{s1}$ :

$$\begin{bmatrix} t_{xs1} \\ t_{ys1} \\ t_{zs1} \end{bmatrix} = T_{s1} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(-\alpha_y) & -\sin(-\alpha_y) & 0 \\ \sin(-\alpha_y) & \cos(-\alpha_y) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \alpha_y \\ \cos \alpha_y \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (4.17)$$

- binormalne komponente jediničnog vektora  $\vec{b}_{s1}$ :

$$\begin{bmatrix} b_{xs1} \\ b_{ys1} \\ b_{zs1} \end{bmatrix} = T_{s1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(-\alpha_y) & -\sin(-\alpha_y) & 0 \\ \sin(-\alpha_y) & \cos(-\alpha_y) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (4.18)$$



Sl. 4.4. Transformacija koordinatnog sistema  $x, y, z$  u sistem  $x_{s1}, y_{s1}, z_{s1}$ , za ugao rotacije  $-\alpha_y$

Analogno je i za senzor „3“, s tim da se rotacija koordinatnog sistema  $x, y, z$ , obavlja za ugao  $\alpha_y$  (matrica transformacije  $T_{s3}$ ), oko ose  $z$ , pri čemu će doći do preklapanja ose  $y$  sa osom senzora “3”.

Projekcije jediničnih vektora  $\vec{n}_{s3}$ ,  $\vec{t}_{s3}$  i  $\vec{b}_{s3}$  koordinatnog sistema vezanog za senzor „3“, na ose  $x, y, z$  koordinatnog sistema vezanog za osu sonde iznose:

- normalne komponente jediničnog vektora  $\vec{n}_{s3}$ :

$$\begin{bmatrix} n_{xs3} \\ n_{ys3} \\ n_{zs3} \end{bmatrix} = T_{s3} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_y & -\sin \alpha_y & 0 \\ \sin \alpha_y & \cos \alpha_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_y \\ \sin \alpha_y \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (4.19)$$

- tangencijalne komponente jediničnog vektora  $\vec{t}_{s3}$ :

$$\begin{bmatrix} t_{xs3} \\ t_{ys3} \\ t_{zs3} \end{bmatrix} = T_{s3} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_y & -\sin \alpha_y & 0 \\ \sin \alpha_y & \cos \alpha_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \alpha_y \\ \cos \alpha_y \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (4.20)$$

- binormalne komponente jediničnog vektora  $\vec{b}_{s3}$ :

$$\begin{bmatrix} b_{xs3} \\ b_{ys3} \\ b_{zs3} \end{bmatrix} = T_{s3} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_y & -\sin \alpha_y & 0 \\ \sin \alpha_y & \cos \alpha_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (4.21)$$

U slučaju senzora „2“ i „4“, rotacija koordinatnog sistema  $x, y, z$ , obavlja se za ugao  $\alpha_z$  (matrice transformacije  $T_{s2}$  i  $T_{s4}$ ), oko ose „ $y$ “, i to za ugao  $\alpha_z$  (matrica transformacije  $T_{s2}$ ), odnosno ugao  $-\alpha_z$  (matrica transformacije  $T_{s2}$ ) pri čemu dolazi do preklapanja ose „ $z$ “ sa osom senzora “2” odnosno „4“.

Projekcije jediničnih vektora  $\vec{n}_{s2}$ ,  $\vec{t}_{s2}$  i  $\vec{b}_{s2}$  koordinatnog sistema vezanog za senzor „2“, na ose  $x, y, z$  koordinatnog sistema vezanog za osu sonde iznose:

- normalne komponente jediničnog vektora  $\vec{n}_{s2}$ :

$$\begin{bmatrix} n_{xs2} \\ n_{ys2} \\ n_{zs2} \end{bmatrix} = T_{s2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_z & 0 & \sin \alpha_z \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha_z & 0 & \cos \alpha_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_z \\ 0 \\ -\sin \alpha_z \end{bmatrix}, \quad (4.22)$$

- tangencijalne komponente jediničnog vektora  $\vec{t}_{s2}$ :

$$\begin{bmatrix} t_{xs2} \\ t_{ys2} \\ t_{zs2} \end{bmatrix} = T_{s2} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_z & 0 & \sin \alpha_z \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha_z & 0 & \cos \alpha_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \alpha_z \\ 0 \\ \cos \alpha_z \end{bmatrix}, \quad (4.23)$$

- binormalne komponente jediničnog vektora  $\vec{b}_{s2}$ :

$$\begin{bmatrix} b_{xs2} \\ b_{ys2} \\ b_{zs2} \end{bmatrix} = T_{s2} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_z & 0 & \sin \alpha_z \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha_z & 0 & \cos \alpha_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (4.24)$$

Za senzor „4“ projekcije jediničnih vektora  $\vec{n}_{s4}$ ,  $\vec{t}_{s4}$  i  $\vec{b}_{s4}$ , na ose  $x, y, z$  koordinatnog sistema vezanog za osu sonde iznose:

- normalne komponente jediničnog vektora  $\vec{n}_{s4}$ :

$$\begin{bmatrix} n_{xs4} \\ n_{ys4} \\ n_{zs4} \end{bmatrix} = T_{s4} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(-\alpha_z) & 0 & \sin(-\alpha_z) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(-\alpha_z) & 0 & \cos(-\alpha_z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_z \\ 0 \\ \sin \alpha_z \end{bmatrix}, \quad (4.25)$$

- tangencijalne komponente jediničnog vektora  $\vec{t}_{s4}$ :

$$\begin{bmatrix} t_{xs4} \\ t_{ys4} \\ t_{zs4} \end{bmatrix} = T_{s4} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(-\alpha_z) & 0 & \sin(-\alpha_z) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(-\alpha_z) & 0 & \cos(-\alpha_z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \alpha_z \\ 0 \\ \cos \alpha_z \end{bmatrix}, \quad (4.26)$$

- binormalne komponente jediničnog vektora  $\vec{b}_{s4}$ :

$$\begin{bmatrix} b_{xs4} \\ b_{ys4} \\ b_{zs4} \end{bmatrix} = T_{s4} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(-\alpha_z) & 0 & \sin(-\alpha_z) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(-\alpha_z) & 0 & \cos(-\alpha_z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (4.27)$$

Koristeći jednačinu (4.14) za poznati vektor brzine  $\vec{V}_R$ , mogu se uz pomoć jednačina (4.15-4.27), odrediti normalne, tangencijalne i binormalne komponente na svakom od senzora *hot-wire-a*. Ukoliko su nam dodatno poznati i koeficijenti uz tangente ( $k_i$ ) i binormale ( $h_i$ ), za sva četiri senzora ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) *hot-wire-a*, može se odrediti efektivna brzina hlađenja na svakom od senzora ( $V_{effi}$ ) pomoću jednačina:

$$\begin{aligned} V_{eff1} &= \sqrt{(n_{xs1}U + n_{ys1}V + n_{zs1}W)^2 + k_1(t_{xs1}U + t_{ys1}V + t_{zs1}W)^2 + h_1(b_{xs1}U + b_{ys1}V + b_{zs1}W)^2}, \\ V_{eff2} &= \sqrt{(n_{xs2}U + n_{ys2}V + n_{zs2}W)^2 + k_2(t_{xs2}U + t_{ys2}V + t_{zs2}W)^2 + h_2(b_{xs2}U + b_{ys2}V + b_{zs2}W)^2}, \\ V_{eff3} &= \sqrt{(n_{xs3}U + n_{ys3}V + n_{zs3}W)^2 + k_3(t_{xs3}U + t_{ys3}V + t_{zs3}W)^2 + h_3(b_{xs3}U + b_{ys3}V + b_{zs3}W)^2}, \\ V_{eff4} &= \sqrt{(n_{xs4}U + n_{ys4}V + n_{zs4}W)^2 + k_4(t_{xs4}U + t_{ys4}V + t_{zs4}W)^2 + h_4(b_{xs4}U + b_{ys4}V + b_{zs4}W)^2}. \end{aligned} \quad (4.28)$$

Na osnovu poznate efektivne brzine hlađenja na svakom od senzora ( $V_{effi}$ ), i vrijednosti koeficijenata  $A_i$  i  $B_i$ , odnosno eksponenta  $p_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ), koristeći *King*-ovog zakon (1.24) može se odrediti i vrijednost napona ( $E_i$ ) na svakom od senzora *hot-wire-a*. Određivanjem vrijednosti izlaznih napona na senzorima *hot-wire-a* završava se prvi podprogram matematičkog modela rada *hot-wire-a*.

#### **4.3. Opis drugog podprograma matematičkog modela rada *hot-wire-a* (program za određivanje vektora brzine)**

Drugi podprogram matematičkog modela ima zadatak da na osnovu izmjerениh (ili prvim podprogramom matematičkog modela izračunatih) napona na senzorima mernog uređaja (pod pretpostavkom da svakom vektoru brzine odgovara samo jedna

kombinacija napona na senzorima mjernog uređaja), identificuje vektor brzine fluida kojem ti naponi odgovaraju tj. parametre vektora brzine fluida - intenzitet (tj. brzinu strujanja  $V_R$ ), te napadne uglove vektora brzine  $\psi$  i  $\varphi$  (odnosno  $\xi$  i  $\theta$  ako je položaj vektora brzine definisan sa ova dva ugla, sl. 4.1), odnosno tri komponente brzine  $U$ ,  $V$  i  $W$ . U daljem dijelu teksta dat je opis drugog podprograma matematičkog modela rada *hot-wire-a* čiji je rad zasnovan na tzv. *King/Jorgensen*-ovom modelu ponašanja senzora izloženog strujanju fluida (odziv senzora definisan *King*-ovim zakonom, (1.24), a efektivna brzina hlađenja jednačinom *Jorgensen*-a (1.31)), pri čemu su tražene veličine intenzitet vektora brzine  $V_R$ , te napadni uglovi vektora brzine  $\psi$  i  $\varphi$ . Analogna koncepcija drugog podprograma matematičkog modela je i u slučaju primjene tzv. *generalisanog zakona hlađenja* (jednačina (1.35)) ili traženja komponenti vektora brzine  $U$ ,  $V$  i  $W$  uvažavajući specifičnosti tih postupaka.

Iz poznatih napona na senzorima mjernog uređaja ( $E_i, i = 1, 2, 3, 4$  - ulazni podaci iz prvog podprograma matematičkog modela rada *hot-wire-a*, ili rezultati eksperimentalnih mjerjenja pomoću *hot-wire-a*), drugi podprogram prvo izračunava procijenjenju (startnu, početnu) vrijednost intenziteta vektora brzine iz jednačine:

$$V_s = \frac{\sqrt{V_{eff1}^2 + V_{eff2}^2 + V_{eff3}^2 + V_{eff4}^2}}{2 \cdot 0,86}. \quad (4.29)$$

Intenziteti efektivnih brzina na pojedinim senzorima određuju se na osnovu *King*-ovog zakona (1.24), a na osnovu poznatih vrijednosti koeficijenata  $A_i$  i  $B_i$  (određenih eksperimentalno kalibracijom sonde prije mjerjenja, obično metodom najmanjih kvadrata), odnosno eksponenta  $p_i, i = 1, 2, 3, 4$  tj.:

$$\begin{aligned} V_{eff1} &= \left( \frac{E_1^2 - A_1^2}{B_1} \right)^{\frac{1}{p_1}}, \\ V_{eff2} &= \left( \frac{E_2^2 - A_2^2}{B_2} \right)^{\frac{1}{p_2}}, \\ V_{eff3} &= \left( \frac{E_3^2 - A_3^2}{B_3} \right)^{\frac{1}{p_3}}, \\ V_{eff4} &= \left( \frac{E_4^2 - A_4^2}{B_4} \right)^{\frac{1}{p_4}}. \end{aligned} \quad (4.30)$$

Nakon određivanja intenziteta efektivnih brzina hlađenja na senzorima *hot-wire-a*, drugi podprogram matematičkog modela pokušava približno da utvrdi u kom se kvadrantu nalazi vektor brzine, da bi postavljanjem odgovarajućih uslova konvergencije mogao da odredi njegov intenzitet i pravac. Položaj vektora brzine utvrđuje se na osnovu položaja pojedinih senzora u prostoru u odnosu na koordinatni sistem referencije koji se poklapa sa osom sonde i izračunatih efektivnih brzina strujanja (4.30). Na osnovu navedenih podataka drugi podprogram matematičkog modela približno određuje kvadrant u kome bi trebao da se nalazi vektor brzine fluida.

Nakon identifikacije kvadranta u kome se nalazi vektor brzine strujanja fluida, u narednom koraku, u drugom podprogramu matematičkog modela rada *hot-wire-a*, formiraju se četiri jednačine za efektivnu brzinu strujanja za četiri senzora *hot-wire* sonde iz kojih će se numeričkim postupkom pokušati odrediti tražene veličine ( $V_R$ ,  $\psi$  i  $\varphi$ , odnosno  $V_R$ ,  $\xi$  i  $\theta$ ):

$$\begin{aligned} Eq_1 \Rightarrow V_{eff1}^2 &= (\vec{V}_R \vec{n}_{s1})^2 + k_1 (\vec{V}_R \vec{t}_{s1})^2 + h_1 (\vec{V}_R \vec{b}_{s1})^2, \\ Eq_2 \Rightarrow V_{eff2}^2 &= (\vec{V}_R \vec{n}_{s2})^2 + k_2 (\vec{V}_R \vec{t}_{s2})^2 + h_2 (\vec{V}_R \vec{b}_{s2})^2, \\ Eq_3 \Rightarrow V_{eff3}^2 &= (\vec{V}_R \vec{n}_{s3})^2 + k_3 (\vec{V}_R \vec{t}_{s3})^2 + h_3 (\vec{V}_R \vec{b}_{s3})^2, \\ Eq_4 \Rightarrow V_{eff4}^2 &= (\vec{V}_R \vec{n}_{s4})^2 + k_4 (\vec{V}_R \vec{t}_{s4})^2 + h_4 (\vec{V}_R \vec{b}_{s4})^2. \end{aligned} \quad (4.31)$$

U jednačini (4.31) su sa:  $\vec{n}_{si}$ ,  $\vec{t}_{si}$  i  $\vec{b}_{si}$ , ( $i = 1, 2, 3, 4$ ), označeni jedinični vektori normale, tangente i binormale na nekom od senzora *hot-wire-e* sonde. S obzirom da su sve četiri jednačine (4.31) lineano nezavisne, i da se traže tri nepoznate veličine ( $V_R$ ,  $\psi$  i  $\varphi$ , odnosno  $V_R$ ,  $\xi$  i  $\theta$ ) koje zadovoljavaju sve jednačine, iz sistema jednačina (4.31) mogu se formirati četiri podsistema jednačina sa po tri jednačine (4.32):

$$S_1 = \begin{cases} Eq_2 \\ Eq_3 \\ Eq_4 \end{cases}, \quad S_2 = \begin{cases} Eq_1 \\ Eq_3 \\ Eq_4 \end{cases}, \quad S_3 = \begin{cases} Eq_1 \\ Eq_2 \\ Eq_4 \end{cases}, \quad S_4 = \begin{cases} Eq_1 \\ Eq_2 \\ Eq_3 \end{cases}. \quad (4.32)$$

Formiranjem četiri podsistema sa po tri nelinearne jednačine, *hot-wire* sonda sa četiri senzora, posmatra se kao kombinacija četiri različite *hot-wire* sonde sa po tri senzora. Za rješenje sistema jednačina (4.32) upotrijebljen je *Newton-ov* iteracioni postupak. Ovaj postupak u programskom paketu *Mathematica®* provodi se komandom „*Findroot*“.

Pošto sistemi nelinearnih jednačina (4.32) imaju više rješenja, provođenjem iteracionog postupka dobiće se jedno od rješenja koje zavisi od izbora početnih uslova iteracije. Ovako dobijeno rješenje, u opštem slučaju ne mora biti i fizikalno ispravno tj. ono koje tražimo.

Postupak pronalaženja fizikalno ispravnog rješenja, provodimo u najviše dva iteraciona ciklusa. Svaki od iteracionih ciklusa ima najviše do 10 iteracionih koraka (sl. 2.20). U prvom iteracionom ciklusu, kao početne vrijednosti za početak iteracionog ciklusa odabранe su sljedeće vrijednosti traženih veličina:

$$\begin{aligned}\varphi_{st} &= 0^\circ, \\ \psi_{st} &= 0^\circ,\end{aligned}\tag{4.33}$$

dok je za početnu vrijednost intenziteta vektora brzine fluida ( $V_{Rst}$ ), usvojena vrijednost definisana jednačinom (4.29).

Na osnovu dobijenih rezultata iz prvog iteracionog koraka, prvog iteracionog ciklusa formiraju se početne vrijednosti za novi iteracioni korak prvog iteracijskog ciklusa, pomoću algoritma nazvanog „*tri protiv jedan*“. Postupak pronalaska novih rješenja, komandom *Findroot* u programskom paketu *Mathematica®* se ponavlja sve dok razlika između početnih ulaznih vrijednosti u posmatrani iteracioni korak i dobijenih rezultata iz posmatranog iteracionog koraka ne bude manja od programom zadane. Ukoliko je razlika između početnih i dobijenih vrijednosti traženih veličina ( $V_R, \psi$  i  $\varphi$ , odnosno  $V_R, \xi$  i  $\theta$ ), a nakon provedenih 10 iteracionih koraka u prvom iteracionom ciklusu, veća od programom zadane, provodi se dugi ciklus iteracija sa novim početnim uslovima iteracije.

Početni uslovi za uglove  $\varphi$  i  $\psi$  u drugom iteracionom ciklusu zavise od kvadranta u kome je pretpostavljeno da se nalazi vektor brzine fluida, a za početnu vrijednost intenziteta vektora brzine uzima se izračunata vrijednost iz prvog ciklusa iteracija.

Analogno prvom iteracionom ciklusu, i drugi iteracioni ciklus ima maksimalno 10 iteracionih koraka. Postupak traženja rješenja i ovdje se provodi sve dok razlika između ulaznih i izlaznih vrijednosti posmatranog iteracionog koraka ne bude manja od programom zadane. Novi početni uslovi za novi iteracioni korak drugog iteracionog ciklusa takođe se određuju pomoću algoritma „*tri protiv jedan*“.

#### 4.3.1. Selekcija numeričkih rješenja – algoritam „*tri protiv jedan*“

---

Da bismo sa sprovođenjem iterativnog procesa iz više matematički tačnih rješenja izdvojili ono koje je fizikalno ispravno potrebno je provesti selekciju dobijenih rješenja u posmatranom iteracionom koraku u oba iteraciona ciklusa (ukoliko se postupak traženja vektora brzine fluida mora provesti kroz oba iteraciona ciklusa). Pri tome se polazi od pretpostavke da je teorijski, za idealnu virtuelnu sondu kod koje se ponašanje senzora izloženog strujanju fluida može u potpunosti opisati jednačinama (4.30) i (4.13), fizikalno ispravno rješenje ono koje se istovremeno javlja kao rješenje sva četiri sistema jednačina (4.32) za iste početne uslove iteracije, tj:

$$\begin{aligned}\psi &= \psi_{S_1} = \psi_{S_2} = \psi_{S_3} = \psi_{S_4}, \\ \varphi &= \varphi_{S_1} = \varphi_{S_2} = \varphi_{S_3} = \varphi_{S_4}, \\ V_R &= V_{R_{S_1}} = V_{R_{S_2}} = V_{R_{S_3}} = V_{R_{S_4}},\end{aligned}\tag{4.34}$$

gdje smo sa indeksima  $S_1, S_2, S_3$  i  $S_4$  označili rješenja traženih veličina dobijenih iz četiri podistema jednačina (4.32).

Da bismo iz dobijenih rješenja podistema jednačina (4.32), izdvojili fizikalno ispravno rješenje proveli smo selekciju dobijenih rješenja u svakom iteracionom koraku svakog iteracionog ciklusa. Selekcija dobijenih rješenja u posmatranom iteracionom koraku „ $u$ “ se sprovodi analizom dobijenih rješenja četiri podistema nelinearnih jednačina  $S_1, S_2, S_3$  i  $S_4$  (4.32). U toj analizi dobijenih rješenja pokušava se utvrditi koje od dobijenih rješenja ( $V_{RuSj}, \varphi_{uSj}$  i  $\psi_{uSj}$ ), podistema nelinearnih jednačina (4.32) najviše odstupa od srednje vrijednosti rješenja. Kao rezultat provedenog iteracijskog koraka „ $u$ “, u svakom od četiri podistema jednačina „ $S_j$ “ ( $j = 1, 2, 3, 4$ , (4.32)), dobije se po jedno rješenje za intenzitet vektora  $V_{RuSj}$  i dva ugla  $\varphi_{uSj}$  i  $\psi_{uSj}$  (odnosno  $V_{RuSj}, \xi_{uSj}$  i  $\theta_{uSj}$ , ili  $U_{uSj}, V_{uSj}$  i  $W_{uSj}$  zavisno od toga šta su tražene veličine u drugom podprogramu). Od dobijenih rješenja se potom može formirati srednja vrijednost dobijenih rješenja:

$$f_{mu} = \begin{cases} \psi_{mu} = \frac{1}{4} \sum_{j=1}^4 \psi_{uSj} \\ \varphi_{mu} = \frac{1}{4} \sum_{j=1}^4 \varphi_{uSj} \\ V_{Rmu} = \frac{1}{4} \sum_{j=1}^4 V_{RuSj} \end{cases}, \tag{4.35}$$

Pri čemu smo sa  $f_{mu}$  označili skup srednjih vrijednosti rješenja sistema jednačina (4.32) u posmatranom iteracionom koraku „ $u$ “ nekog iteracionog ciklusa.

Upravo analiza ovako dobijenih rezultata, omogućava konvergenciju dobijenih rezultata, u najvećem broju slučajeva, ka fizikalno ispravnom rješenju, a što je prezentovano u radovima [97], [98] i [99].

Ukoliko sa  $f_{u,Sj}$  označimo skup vrijednosti dobijenih rješenja za  $V_{RuSj}$ ,  $\varphi_{uSj}$  i  $\psi_{uSj}$ , u datom iteracionom koraku „ $u$ “ nekog iteracionog ciklusa, u nekom od podsistema jednačina „ $S_j$ “ ( $j = 1, 2, 3, 4$ ), tad se razlika između srednje vrijednosti dobijenih rješenja u nekom iteracionom koraku „ $u$ “ ( $f_{mu}$ ) nekog iteracionog ciklusa (prvog ili drugog) i dobijenih rješenja iz svakog od podistema jednačina „ $S_j$ “ ( $j = 1, 2, 3, 4$ ),  $O_{fu,Sj}$  može odrediti iz jednačina:

$$\begin{aligned} O_{fu,S1} &= |f_{u,S1} - f_{mu}|, \\ O_{fu,S2} &= |f_{u,S2} - f_{mu}|, \\ O_{fu,S3} &= |f_{u,S3} - f_{mu}|, \\ O_{fu,S4} &= |f_{u,S4} - f_{mu}|. \end{aligned} \tag{4.36}$$

Nakon određivanja odstupanja svake grupe rješenja  $f_{u,Sj}$  od srednje vrijednosti rješenja  $f_{mu}$ , algoritam „*tri protiv jedan*“ identificuje onu grupu rješenja  $f_{u,Sj}$  (tj. rješenje nekog od podistema jednačina „ $S_j$ “ ( $j = 1, 2, 3, 4$ )), :

$$O_{fu,max} = \max |O_{fu,Sj}|, \tag{4.37}$$

koje najviše odstupa od srednje vrijednosti rješenja  $f_{mu}$  u posmatranom iteracionom koraku „ $u$ “ i odbacuje ga kao fizikalno nekorektno.

Od preostala tri skupa rješenja za  $V_{RuSj}$ ,  $\varphi_{uSj}$  i  $\psi_{uSj}$  algoritam „*tri protiv jedan*“ formira nove početne uslove za naredni iteracioni korak tj. ukoliko je  $O_{fu,max} = \max |O_{fu,S1}|$ , tad su nove vrijednosti početnih uslova za naredni iteracioni korak jednog od dva iteraciona ciklusa definisane jednačinama:

$$\begin{aligned}\varphi_{stu+1} &= \frac{\varphi_{u,S2} + \varphi_{u,S3} + \varphi_{u,S4}}{3}, \\ \psi_{stu+1} &= \frac{\psi_{u,S2} + \psi_{u,S3} + \psi_{u,S4}}{3}, \\ V_{Rstu+1} &= \frac{V_{Ru,S2} + V_{Ru,S3} + V_{Ru,S4}}{3}.\end{aligned}\tag{4.38}$$

Ukoliko je  $O_{fu,\max} = \max |O_{fu,S2}|$  tad su nove vrijednosti početnih uslova za naredni iteracioni korak jednog od dva iteraciona ciklusa definisane jednačinama:

$$\begin{aligned}\varphi_{stu+1} &= \frac{\varphi_{u,S1} + \varphi_{u,S3} + \varphi_{u,S4}}{3}, \\ \psi_{stu+1} &= \frac{\psi_{u,S1} + \psi_{u,S3} + \psi_{u,S4}}{3}, \\ V_{Rstu+1} &= \frac{V_{Ru,S1} + V_{Ru,S3} + V_{Ru,S4}}{3}.\end{aligned}\tag{4.39}$$

Analogno, ako je  $O_{fu,\max} = \max |O_{fu,S3}|$  tad su:

$$\begin{aligned}\varphi_{stu+1} &= \frac{\varphi_{u,S1} + \varphi_{u,S2} + \varphi_{u,S4}}{3}, \\ \psi_{stu+1} &= \frac{\psi_{u,S1} + \psi_{u,S2} + \psi_{u,S4}}{3}, \\ V_{Rstu+1} &= \frac{V_{Ru,S1} + V_{Ru,S2} + V_{Ru,S4}}{3},\end{aligned}\tag{4.40}$$

odnosno, za  $O_{fu,\max} = \max |O_{fu,S4}|$ :

$$\begin{aligned}\varphi_{stu+1} &= \frac{\varphi_{u,S1} + \varphi_{u,S2} + \varphi_{u,S3}}{3}, \\ \psi_{sti+1} &= \frac{\psi_{u,S1} + \psi_{u,S2} + \psi_{u,S3}}{3}, \\ V_{Rsti+1} &= \frac{V_{Ru,S1} + V_{Ru,S2} + V_{Ru,S3}}{3}.\end{aligned}\tag{4.41}$$

Na ovaj način su određeni početni uslovi za novi ciklus iteracija „u“ nekog iteracionog ciklusa. Navedeni postupak traženja rješenja u nekom od iterativnih ciklusa se provodi dok razlika između ulaznih i izlaznih vrijednosti traženih veličina ne bude manja od programom zadane vrijednosti ili nakon određenog broja iteracionih koraka (obično 10). Ukoliko se nakon prvog ciklusa iteracija ne postigne zadana tačnost, prelazi se na drugi ciklus iteracija koji se provodi na isti način kao i prvi ciklus iteracija (sl. 4.5), ali su početni uslovi iteracije u drugom iterativnom ciklusu, različiti od početnih uslova

iteracije prvog iteracionog ciklusa (tj. onih zadanih jednačinom (4.33)). Za početnu vrijednost intenziteta brzine fluida u drugom ciklusu iteracija, usvaja se posljednja izračunata vrijednost iz prvog ciklusa iteracija, dok su startne vrijedosti za uglove  $\varphi$  i  $\psi$  zadane u matematičkom algoritmu i zavise od prethodno identifikovanog kvadranta u kome bi se mogao nalaziti vektor brzine fluida.

## 5. NUMERIČKE ANALIZE I EKSPERIMENT

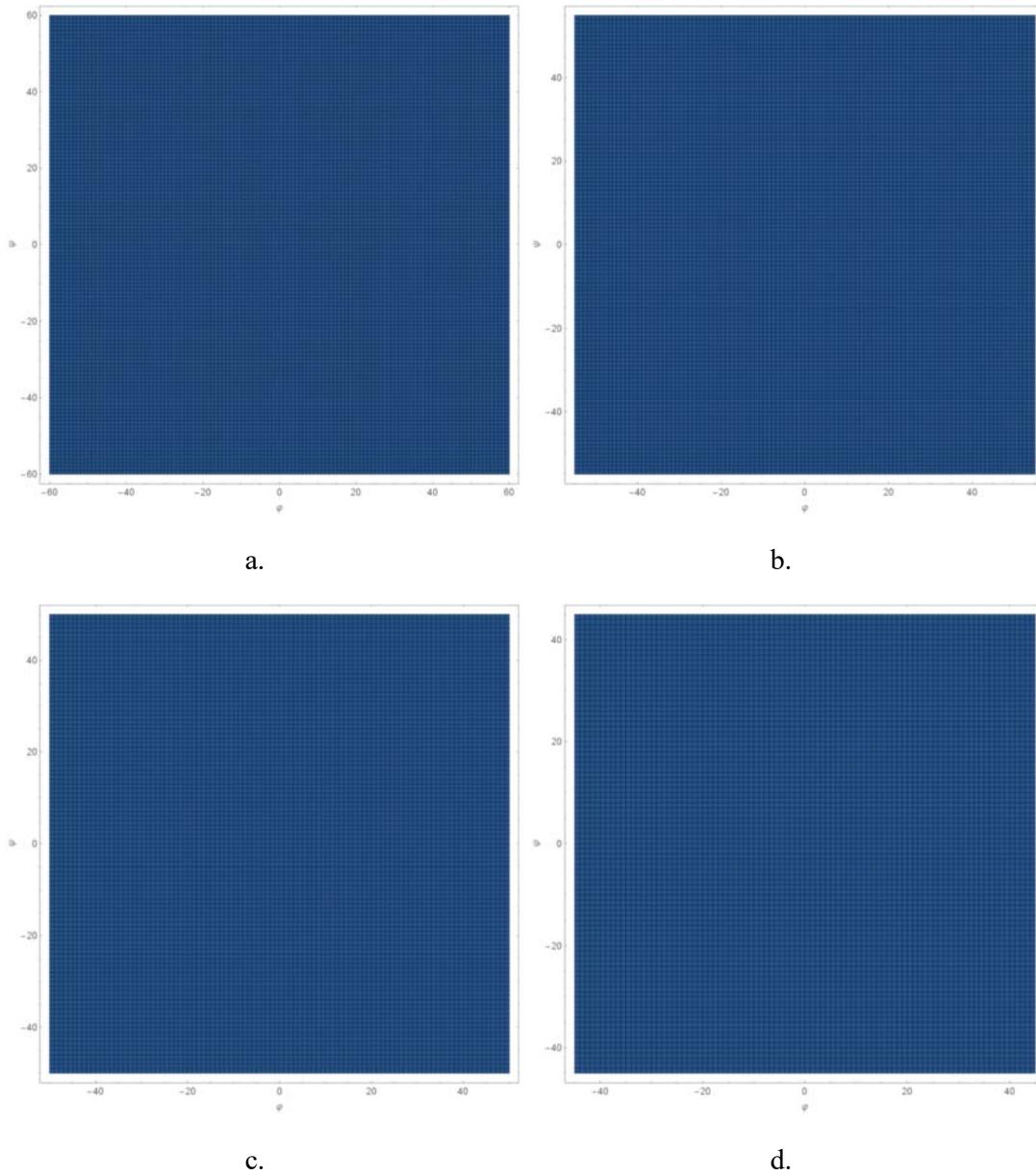
### 5.1. Numerička analiza rada matematičkog modela *hot-wire-a*

Provjedeno je niz numeričkih testova rada matematičkog modela rada *hot-wire-a*, koji su dijelom publikovani u [97], [98], [99] i [100]. U navedenim radovima, testiran je rad matematičkog modela i njegovih dijelova nad podacima koji bi se dobili od idealne virtuelne *hot-wire* sonde konstantne temperature sa četiri senzora. Prema [97], [98], [99] i [100], matematički model je uspješno identifikovao vektor brzine fluida u dosta širokoj oblasti napadnih uglova čak i izvan utvrđenih granica oblasti jedinstvenog rješenja za određene konstrukcije *hot-wire* sondi. Iz prezentovanih radova u poglavljima II i III, odnosno publikovanih rezultata obrade eksperimentalnih podataka, slijedi da jednačine *King-a* i *Jorgensen-a* odnosno *generalisani zakon hlađenja*, mogu dosta tačno opisati ponašanje *hot-wire-a* izloženog strujanju fluida promjenljivog pravca i intenziteta, u određenom opsegu napadnih uglova, pod pretpostavkom dovoljno tačno određenih kalibracionih koeficijenata i eksponenata.

Na sl. 5.1. predstavljeno je nekoliko numeričkih testova dobijenih primjenom opisanog matematičkog modela, i to za slučaj *hot-wire* sonde sa četiri senzora koje imaju uglove nagiba senzora od  $30^\circ$ ,  $35^\circ$ ,  $40^\circ$  i  $45^\circ$ . U prikazanim numeričkim testovima, odziv senzora je opisan *King-ovom* jednačinom (1.24), a efektivna brzina jednačinom *Jorgensena* (1.31). U ovakovom matematičkom modelu zasnovanom na jednačinama *King-a* i *Jorgensen-a*, na svim senzorima usvojene su iste, konstantne vrijednosti tzv. *yaw* ( $k_i = k = 0, i = 1, 2, 3, 4$ ) i *pitch* ( $h_i = h = 0, i = 1, 2, 3, 4$ ) koeficijenta.

U radu [98] pokazano je da u principu granica uspješnosti identifikacije vektora brzine fluida prvog iteracionog ciklusa drugog podprograma matematičkog modela odgovara identifikovanoj oblasti jedinstvenog rješenja (koja je definisana npr. jednačinom navedenom u [79]). Iz ovoga je slijedilo da se predloženi matematički model, odnosno prvi iteracioni ciklus drugog podprograma matematičkog modela rada *hot-wire-a* konstantne temperature, može koristiti i za određivanje granice oblasti jedinstvenog rješenja različitih konstrukcija sondi sa tri i četiri senzora.

Identifikovane granice jedinstvenog rješenja pomoću prvog iterativnog ciklusa drugog podprograma prezentovanog matematičkog modela rada *hot-wire-a* za sonde sa četiri senzora sa različitim uglom nagiba senzora i vrijednostima koeficijenata  $k_i$  i  $h_i$  navedene su u tabeli 5.I.



Sl. 5.1. Numerički testovi matematičkog modela rada *hot-wire-a* zasnovanog na tzv. *King/Jorgensen-ovom* modelu ponašanja senzora. *Yaw* koeficijent  $k_i = k = 0, i = 1, 2, 3, 4$ ; *Pitch* koeficijent  $h_i = h = 0, i = 1, 2, 3, 4$ . a. ugao nagiba senzora  $30^\circ$ ,  $-60^\circ \leq \varphi \leq 60^\circ$  ;  $-60^\circ \leq \psi \leq 60^\circ$  ; b. ugao nagiba senzora  $35^\circ$ ,  $-55^\circ \leq \varphi \leq 55^\circ$  ;  $-55^\circ \leq \psi \leq 55^\circ$  ; c. ugao nagiba senzora  $40^\circ$ ,  $-50^\circ \leq \varphi \leq 50^\circ$  ;  $-50^\circ \leq \psi \leq 50^\circ$  ; d. ugao nagiba senzora  $45^\circ$ ,  $-45^\circ \leq \varphi \leq 45^\circ$  ;  $-45^\circ \leq \psi \leq 45^\circ$  ;

Tabela 5.I Identifikovane granice oblasti jedinstvenog rješenja numeričkim testovima prezentovanog matematičkog modela rada *hot-wire-a* zasnovanog na jednačinama *King-a* i *Jorgensen-a* za sonde sa četiri senzora

Nagib senzora	Vrijednosti <i>yaw</i> koeficijenata	Vrijednosti <i>pitch</i> koeficijenata	Ugao $\theta$ °	Identifikovana granica oblasti jedinstvenog rješenja $\xi_{cr}$ °
30°	$k = 0$	$h = 1,0$	45°	47,6
	$k = 0,1$	$h = 1,1$	45°	46,2
	$k = 0,2$	$h = 1,2$	45°	45,0
35°	$k = 0$	$h = 1,0$	45°	45,14
	$k = 0,1$	$h = 1,1$	45°	44,13
	$k = 0,2$	$h = 1,2$	45°	43,27
40°	$k = 0$	$h = 1,0$	45°	42,34
	$k = 0,1$	$h = 1,1$	45°	41,8
	$k = 0,2$	$h = 1,2$	45°	41,33
45°	$k = 0$	$h = 1,0$	45°	39,23
	$k = 0,1$	$h = 1,1$	45°	39,23
	$k = 0,2$	$h = 1,2$	45°	39,23

## 5.2. Obrada eksperimentalnih podataka drugim podprogramom matematičkog modela rada *hot-wire-a*

Provđeno je nekoliko eksperimentalnih mjerjenja u Laboratoriji za prenos topline i mase, turbulentna strujanja i HVAC na Mašinskom fakultetu u Podgorici, tokom marta i oktobra mjeseca 2016. godine. Provđena eksperimentalna istraživanja imala su za cilj da provjere postavljene hipoteze u disertaciji u slučaju rada matematičkog modela (tačnije njegovog drugog podprograma i algoritma „*tri protiv jedan*“) sa podacima dobijenim iz eksperimentalnih mjerjenja.

Na osnovu podataka iz eksperimentalnih mjeranja provedenih tokom mjeseca marta 2016. godine provedena su dva testa prezentovanog matematičkog modela odnosno njegovog drugog podprograma i algoritma „*tri protiv jedan*“. U prvom provedenom testu komparirana je uspješnost identifikacije vektora brzine fluida, drugim podprogramom prezentovanog matematičkog modela i algoritma „*tri protiv jedan*“ kad su oni zasnovani na tzv. *King/Jorgensen*-ovom modelu (jednačini odziva senzora i definisanju vrijednosti efektivne brzine hlađenja) i tzv. *generalisanom zakonu hlađenja* (1.35). U drugom testu komparirana je tačnost određivanja intenziteta  $U$  komponente vektora brzine  $\vec{V}_R$  drugim podprogramom matematičkog modela odnosno algoritmom „*tri protiv jedan*“ i metoda prezentovanog u [15], pri čemu su oba bila zasnovana na tzv. *generalisanom zakonu hlađenja* (1.35) za dva opsega uglova  $\xi$  i to  $\xi = -30^\circ \div 30^\circ$  odnosno  $\xi = -35^\circ \div 35^\circ$  i vrijednost ugla  $\theta = 45^\circ$  (sl. 5.6).

### 5.2.1. Određivanje koeficijenata $A$ i $B$ iz *King*-ovog zakona

Vrijednosti koeficijenata  $A_i$  i  $B_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ), za svaki od senzora *hot-wire*-a određena je postupkom navedenim u [18] i [25].

Polazeći od jednačine *Jorgensen*-a (1.31) za ugao nastrujavanja vektora brzine  $\vec{V}_R$ , i  $\psi = 0^\circ$  i  $\varphi = 0^\circ$  (tj. kad se pravac vektora brzine  $\vec{V}_R$  poklapa sa osom sonde odnosno osom  $x$ , pa je  $h_i = 0$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ ), za svaki od senzora *hot-wire*-a, (sl. 5.2), možemo da napišemo jednačinu za efektivnu brzinu u obliku:

$$V_{\text{effi}} = (V_R^2 \cos^2 \alpha + V_R^2 k_i \sin^2 \alpha)^{1/2} = V_R (\cos^2 \alpha + k_i \sin^2 \alpha)^{1/2}, \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (5.1)$$

pri čemu je u prethodnoj jednačini:  $\alpha = \alpha_y = \alpha_z$ .

Na osnovu *King*-ovog zakona (1.24), slijedi da efektivne brzine hlađenja na svakom od senzora u ovom slučaju možemo odrediti iz jednačine:

$$E_i^2 = A_i + B_i V_{\text{effi}}^{p_i} = A_i + B_i V_R^{p_i} (\cos^2 \alpha + k_i \sin^2 \alpha)^{p_i/2}; \quad i = 1, 2, 3, 4; \quad (5.2)$$

odnosno:

$$E_i^2 = A_i + B_{si} V_R^{p_i}, \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (5.3)$$

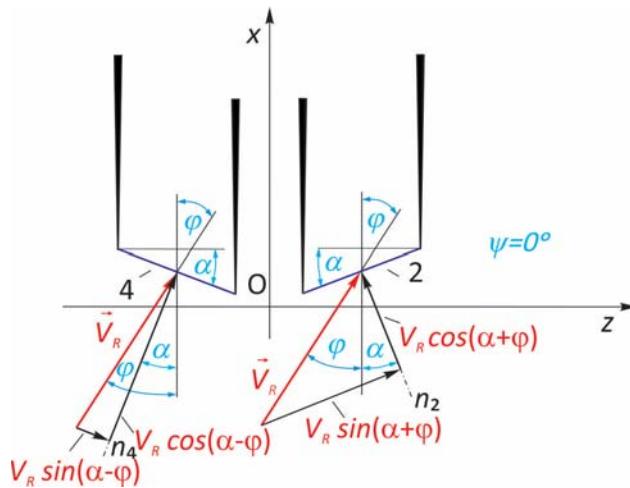
pri čemu je:

$$B_{si} = B_i (\cos^2 \alpha + k_i \sin^2 \alpha)^{p_i/2}, \quad i = 1, 2, 3, 4. \quad (5.4)$$

Za sve senzore usvojena je vrijednost eksponenta  $p_i = p = 0,5$ , ( $i = 1, 2, 3, 4$ ).

Mijenjanjem intenziteta brzine strujanja fluida, za navedeni položaj vektora brzine  $\vec{V}_R$  ( $\psi = 0^\circ$ ,  $\varphi = 0^\circ$ ), mijenjaće se i naponi na svakom od senzora *hot-wire-a*, pa se iz očitanih intenziteta napona na svakom od senzora za svaki intenzitet brzine, metodom najmanjih kvadrata mogu iz jednačina (5.3) odrediti vrijednosti koeficijenata  $A_i$  i  $B_{si}$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) pojedinačno, za svaki od četiri senzora.

Na sl. 5.2. prikazane su komponente vektora brzine  $\vec{V}_R$ , razložene na senzorima "2" i "4", za slučaj nastrujavanja vektora brzine fluida pod uglom  $\psi = 0^\circ$  i  $\varphi \neq 0^\circ$ . Sa  $n_2, n_4$  označene su normale na senzor "2" ( $n_2$ ) i senzor "4" ( $n_4$ ).



Sl. 5.2. Komponente vektora brzine fluida  $\vec{V}_R$  na senzorima „2“ i „4“, za slučaj napadnog ugla vektora brzine fluida  $\psi = 0^\circ$ ,  
 $\varphi \neq 0^\circ$

### 5.2.2. Određivanje yaw ( $k$ ) i pitch ( $h$ ) koeficijenta

Nakon što se odrede vrijednosti koeficijenata  $A_i$  i  $B_{si}$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) za svaki od četiri senzora *hot-wire-a*, može se pristupiti određivanju yaw ( $k$ ) i pitch ( $h$ ) koeficijenata na svakom od senzora.

Iz jednačine (5.4), slijedi da je koeficijent  $B_i$  iz King-ovog zakona za svaki od senzora (pri  $\psi = 0^\circ$ ,  $\varphi = 0^\circ$ ) definisan izrazom:

$$B_i = \frac{B_{si}}{(\cos^2 \alpha + k_i \sin^2 \alpha)^{p/2}}, \quad i = 1, 2, 3, 4. \quad (5.5)$$

Polazeći od jednakosti (5.2), za senzore „2“ i „4“, (sl. 5.2), za napadni ugao vektora brzine  $\vec{V}_R$ , pod uglovima  $\psi = 0^\circ$  i  $\varphi = 0^\circ$ , odnosno uglovima  $\psi = 0^\circ$  i  $\varphi \neq 0^\circ$  (tzv. yaw ravan), možemo napisati jednakosti:

$$\begin{aligned}(E_{2,4,\psi=0,\varphi=0}^2 - A_{2,4})^{2/p} &= B_{s2,s4}^{2/p} V_R^2 (\cos^2 \alpha + k_{2,4} \sin^2 \alpha), \\ (E_{2,4,\psi=0,\varphi\neq0}^2 - A_{2,4})^{2/p} &= B_{s2,s4}^{2/p} V_R^2 (\cos^2(\alpha \pm \varphi) + k_{2,4} \sin^2(\alpha \pm \varphi)),\end{aligned}\quad (5.6)$$

odnosno:

$$\frac{E_{2,4,\psi=0,\varphi\neq0}^2 - A_{2,4}}{E_{2,4,\psi=0,\varphi=0}^2 - A_{2,4}} = \frac{\cos^2(\alpha \pm \varphi) + k_{2,4} \sin^2(\alpha \pm \varphi)}{\cos^2 \alpha + k_{2,4} \sin^2 \alpha} = F_{2,4}. \quad (5.7)$$

Jednačina (5.7) se može zapisati u obliku:

$$\frac{E_{2,4,\psi=0,\varphi\neq0}^2 - A_{2,4}}{E_{2,4,\psi=0,\varphi=0}^2 - A_{2,4}} = \frac{1 - \sin^2(\alpha \pm \varphi) + k_{2,4} \sin^2(\alpha \pm \varphi)}{1 - \sin^2 \alpha + k_{2,4} \sin^2 \alpha} = F_{2,4}. \quad (5.8)$$

Iz jednačine (5.8) možemo odrediti yaw koeficijente  $k_2$  i  $k_4$  za neki proizvoljni ugao  $\varphi \neq 0$ . Yaw koeficijent za senzor „2“ :

$$k_{2\varphi\neq0} = 1 + \frac{1 - F_2}{F_2 \sin^2 \alpha - \sin^2(\alpha + \varphi)}, \quad (5.9)$$

odnosno za senzor „4“

$$k_{4\varphi\neq0} = 1 + \frac{1 - F_4}{F_4 \sin^2 \alpha - \sin^2(\alpha - \varphi)}. \quad (5.10)$$

Na potpuno analogan način možemo odrediti i koeficijente  $k_1$  i  $k_3$  za senzore „1“ i „3“ s tim što se pri tome sonda rotira oko ose „x“ (sl. 5.2) za ugao  $-90^\circ$ .

Da bismo odredili tzv. pitch koeficijente ( $h_i, i = 1, 2, 3, 4$ ), senzori se postavljaju u tzv. pitch ravan (ravan  $x, y$ ), a potom se ponovo vrši zakretanje sonde za neki ugao  $\varphi$ . Na sl. 5.3. prikazan je postupak određivanja komponenti vektora brzine fluida  $\vec{V}_R$  za senzor „1“ prilikom određivanja koeficijenta  $h_1$ . I prilikom određivanja koeficijenta  $h_i$ , ( $i = 1, 2, 3, 4$ ), vektor brzine fluida struji na senzore hot-wire-a pod uglom  $\psi = 0^\circ$ , a  $\varphi \neq 0^\circ$ . Da bismo za senzor „1“ odredili vrijednost koeficijenta  $h_1$ , za neki napadni ugao  $\varphi \neq 0^\circ$ , potrebno je prvo definisati efektivnu brzinu hlađenja na senzoru „1“. Na osnovu obrasca Jorgensen-a (1.31) i sa sl. 5.3, slijedi da je za  $\varphi \neq 0^\circ$ :

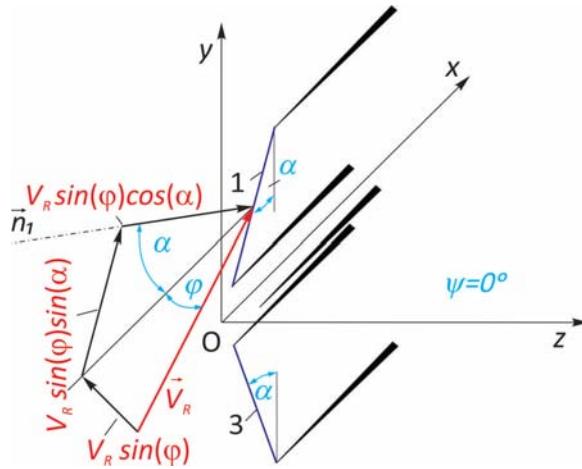
$$V_{eff1\varphi\neq0} = V_R \left( \cos^2 \varphi \cos^2 \alpha + k_1 \cos^2 \varphi \sin^2 \alpha + h_1 \sin^2 \varphi \right)^{1/2}, \quad (5.11)$$

odnosno za slučaj  $\varphi = 0^\circ$ :

$$V_{eff1\varphi=0} = V_R \left( \cos^2 \alpha + k_1 \sin^2 \alpha \right)^{1/2}. \quad (5.12)$$

Uvrštavanjem vrijednosti iz (5.11) i (5.12) u (5.2) dobijamo jednačinu:

$$\begin{aligned} (E_{1,\psi=0,\varphi=0}^2 - A_l)^{2/p} &= B_{s1} V_R (\cos^2 \alpha + k_1 \sin^2 \alpha), \\ (E_{1,\psi=0,\varphi\neq0}^2 - A_l)^{2/p} &= B_{s1} V_R \left( \cos^2 \varphi \cos^2 \alpha + k_1 \cos^2 \varphi \sin^2 \alpha + h_l \sin^2 \varphi \right). \end{aligned} \quad (5.13)$$



Sl. 5.3. Komponente vektora brzine fluida  $\vec{V}_R$  na senzoru „1“ za slučaj napadnog ugla vektora brzine fluida  $\psi = 0^\circ, \varphi \neq 0^\circ$

Iz jednačine (5.13), slijedi da je:

$$\frac{(E_{1,\psi=0,\varphi\neq0}^2 - A_l)^{2/p}}{(E_{1,\psi=0,\varphi=0}^2 - A_l)^{2/p}} = \frac{\cos^2 \varphi \cos^2 \alpha + k_1 \cos^2 \varphi \sin^2 \alpha + h_l \sin^2 \varphi}{\cos^2 \alpha + k_1 \sin^2 \alpha} = G_l, \quad (5.14)$$

odnosno:

$$G_l = \frac{\cos^2 \varphi [1 + \sin^2 \alpha (k_l - 1)] + h_l \sin^2 \varphi}{1 + \sin^2 \alpha (k_l - 1)}. \quad (5.15)$$

Iz jednačine (5.15) slijedi da je vrijednost koeficijenta  $h_l$ , za neki napadni ugao vektora brzine fluida  $\psi = 0^\circ$  i  $\varphi \neq 0^\circ$ :

$$h_l = \frac{(G_l - \cos^2 \varphi) [1 + \sin^2 \alpha (k_l - 1)]}{\sin^2 \varphi}. \quad (5.16)$$

Analogno je i za preostala tri senzora, tj.

$$h_i = \frac{(G_i - \cos^2 \varphi) [1 + \sin^2 \alpha (k_i - 1)]}{\sin^2 \varphi}; \quad (i = 2, 3, 4), \quad (5.17)$$

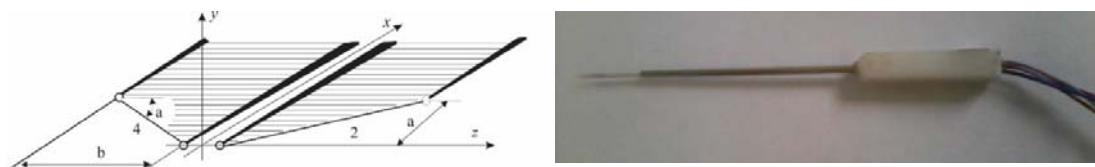
s tim što je prilikom određivanja koeficijenata  $h_2$  i  $h_4$  neophodno izvršiti rotaciju sonde za ugao  $90^\circ$  oko ose „ $x$ “, da bi se ovi koeficijenti na opisani način, mogli odrediti prilikom kalibracije sonde.

### 5.2.3. Određivanje koeficijenata u *generalisanom zakonu hlađenja*

Određivanje koeficijenata  $a_{im}$  i  $b'_{im}$  ( $i=1,2,3,4$ ;  $m=1,2,3,4,5$ ) vrši se metodom najmanjih kvadrata, iz većeg broja jednačina. Postupak kalibracije se provodi na sljedeći način. Pri konstantnoj brzini strujanja vrši se promjena položaja sonde njenim zakretanjem za ugao  $\theta$  ( $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$  i  $135^\circ$ ) i  $\xi$  (u opsegu  $\pm 30^\circ$  u prvom testu, odnosno  $\pm 35^\circ$  u drugom testu), pri čemu se za svaki položaj sonde snimaju vrijednosti odgovarajućeg napona na *hot-wire* uređaju. Potom se provode merenja napona na senzoru *hot-wire*-a pri položaju sonde  $\theta=0^\circ$  i  $\xi=0^\circ$  mijenjanjem intenziteta brzine. Na ovaj način za svaki položaj sonde imamo poznatu brzinu strujanja i odgovarajuće napone na senzorima *hot-wire*-a. Iz dobijenih rezultata mjerena, formiramo linearne jednačine sa po 10 nepoznatih koeficijenata (najčešće nekoliko desetina) koje rješavamo metodom najmanjih kvadrata dobijajući tražene vrijednosti koeficijenata  $a_{im}$  i  $b'_{im}$  iz tzv. *generalisanog zakona hlađenja* (1.35).

## 5.3. Opis eksperimentalnih mjerena

Eksperimentalna mjerena provedena su u martu 2016. godine sa *hot-wire* sondom sa dva senzora u „V“ rasporedu (sl. 5.4a i 5.4b). Sa ovom sondom simulirano je mjerena sa sondom sa četiri senzora. Raspored senzora u sondi odgovarao je onom prikazanom na sl. 4.2. i sl. 4.3, odnosno sl. 5.2. i sl. 5.3. i sl. 5.6.



a.

b.

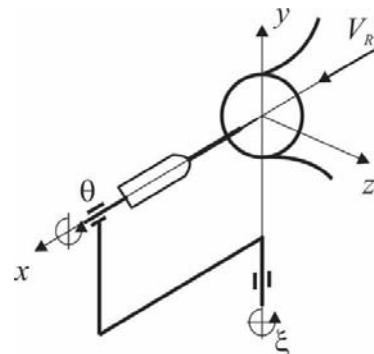
Sl. 5.4. Sonda sa dva senzora u "V" rasporedu korišćena tokom eksperimenta a. skica,  
b. fotografija sonde

Nakon provedene kalibracije (prema postupku objašnjrenom u poglavlju 5.2), pristupilo se eksperimentalnim mjeranjima s ciljem testiranja rada drugog podprograma

predloženog matematičkog modela i algoritma „*tri protiv jedan*“ u prvom testu, odnosno poređenju dviju metoda u drugom testu, (prezentovanog metoda zasnovanom na algoritmu „*tri protvi jedan*“ i metoda prezentovanom u [15]), pri čemu su oba metoda zasnovana na tzv. *generalisanom zakonu hlađenja*.

Odziv senzora „1“ i „3“, za neki ispitivani ugao  $\xi, \theta$  (sl. 5.5), pri određenom intenzitetu brzine  $V_R$  dobijao se rotacijom sonde za  $90^\circ$ . Dimenzije sonda su iznosile  $a = 0,41$  mm, i  $b = 0,61$  mm, što je približno odgovaralo uglu nagiba senzora od  $\alpha = \alpha_y = \alpha_z = 34^\circ$ . Sam senzor bio je izrađen od legure platinijuma i rodijuma (10%), a prečnik senzora je iznosio  $2,5 \mu\text{m}$ . Za rotaciju (pozicioniranje za neki napadni ugao) sonda upotrijebljen je mehanizam prikazan na sl. 5.5.

Ugao  $\xi$  mijenja se u opsegu od  $\pm 30^\circ$  u prvom testu, odnosno  $\pm 35^\circ$  u drugom testu, sa korakom od  $5^\circ$  duž ose  $\xi$  (u oba testa), odnosno sa korakom od  $45^\circ$  u opsegu promjene ugla  $\theta$  (koordinatni sistem sl. 5.5)  $0^\circ \div 360^\circ$ . Eksperimentalna mjerena su provedena unutar oblasti jedinstvenog rješenja za upotrijebljenu sondu.



Sl. 5.5. Šematski prikaz pribora za kalibraciju i pozicioniranje sonda u odnosu na tok fluida

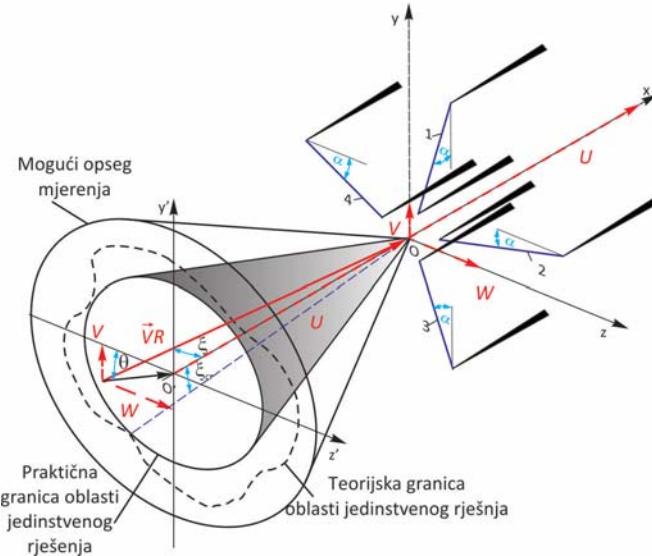
Sonda je zagrijavana sa modifikovanom elektronikom za *hot-wire* anemometar konstantne temperature, proizvedenom od AA Lab System, sa frekventnim odzivom od 50 kHz, pri stepenu pregrijanja 1,35, što je približno odgovaralo temperaturi senzora od 290 °C. Za snimanje podataka korišćen je četverokanalni ATD konvektor sa brzinom uzorkovanja podataka od 100 kHz.

Sonda je kalibrirana pomoću mlaznice koja može da obezbijedi uniformno strujanje u opsegu brzina od  $0 \div 30$  m/s sa zanemarljivim nivoom turbulentcije. Tokom eksperimentalnih mjerena provedenih u martu mjesecu 2016. godine, intenzitet brzine

je održavan konstantnim pomoću ventilatora sa elektronski kontrolisanim brojem obrtaja. Intenzitet brzine fluida iz mlaznice se mogao odrediti iz jednačine:

$$V_R = 0,0028RPM + 0,204. \quad (5.18)$$

U toku provođenja eksperimenta, temperatura vazduha se vrlo malo mijenjala, što je omogućilo da se zanemari njen uticaj na rezultate eksperimentalnih mjerena.



Sl. 5.6. Šematski prikaz oblasti u kojoj su provedena eksperimentalna mjerena

#### 5.4. Eksperimentalna mjerena

Eksperimentalna mjerena su provedena u Laboratoriji za prenos topote i mase, turbulentna strujanja i HVAC na Mašinskom fakultetu u Podgorici. Prilikom provođenja eksperimenta prvo je izvršena kalibracija sonde, a potom su provedena eksperimentalna mjerena. Tokom eksperimentalnih mjerena, intenzitet brzine je održavan konstantnim pomoću ventilatora sa elektronski kontrolisanim brojem obrtaja koji je iznosio 2027 obrt/min što je odgovaralo brzini od 5,8796 m/s. Napadni uglovi vektora brzine  $\vec{V}_R$  mijenjali su se u opsegu  $\theta = 0 \div 360^\circ$ , sa korakom od  $45^\circ$ , i  $\xi = -35 \div 35^\circ$  sa korakom od  $5^\circ$ . Podaci o snimljenim vrijednostima napona na senzorima *hot-wire-a* tokom navedenih eksperimentalnih mjerena navedeni su u tab. 5.II.

U prvom testu, cilj eksperimentalnih mjerena bio je potvrda postavljenih hipoteza u disertaciji odnosno pouzdanosti rada drugog podprograma predloženog matematičkog modela rada *hot-wire-a* i algoritma „*tri protiv jedan*“ u radu sa eksperimentalnim podacima tj. tačnost identifikacije vektora brzine fluida  $\vec{V}_R$  iz seta snimljenih

eksperimentalnih podataka. U tu svrhu, formirana su dva modela drugog podprograma od kojih je jedan bio zasnovan na tzv. *King/Joregensen*-ovim jednačinama (tj. *King/Joregensen*-ovom modelu), a drugi na tzv. *generalisanom zakonu hlađenja* (1.35).

Tabela 5.II. Izmjerene vrijednosti napona na senzorima *hot-wire-a*, mart 2016

Red. br. mjerenja	Napadni ugao vektora brzine fluida $\vec{V}_R$		Vrijedost napona na senzoru „1“ $E_1$	Vrijedost napona na senzoru „2“ $E_2$	Vrijedost napona na senzoru „3“ $E_3$	Vrijedost napona na senzoru „4“ $E_4$	Broj obrtaja ventilatora <i>RPM</i>
-	Ugao $\xi^\circ$	Ugao $\theta^\circ$	$V$	$V$	$V$	$V$	obrt/min
1.	0	0	-1,8688	-1,9920	-1,9908	-1,8672	1924,00
2.	0	0	-1,8771	-2,0025	-2,0008	-1,8759	2027,00
3.	0	0	-1,8914	-2,0156	-2,0140	-1,8891	2149,00
4.	0	0	-1,8984	-2,0229	-2,0203	-1,8963	2230,00
5.	0	0	-1,9109	-2,0342	-2,0328	-1,9087	2352,00
1.	0	0	-1,8771	2,0025	-2,0008	-1,8759	2027,00
2.	5	0	-1,874	-1,9882	-2,0025	-1,8831	2027,00
3.	10	0	-1,8751	-1,9747	-2,0053	-1,8908	2027,00
4.	15	0	-1,8774	-1,9579	-2,0087	-1,8951	2027,00
5.	20	0	-1,8804	-1,94	-2,0127	-1,899	2027,00
6.	25	0	-1,8837	-1,9208	-2,0184	-1,9013	2027,00
7.	30	0	-1,8871	-1,9012	-2,0227	-1,9021	2027,00
8.	35	0	-1,8912	-1,8822	-2,0283	-1,9014	2027,00
9.	0	0	-1,8737	-1,9999	-1,9988	-1,8734	2027,00
10.	-5	0	-1,8766	-2,0115	-1,9981	-1,861	2027,00
11.	-10	0	-1,8791	-2,0189	-2,0003	-1,848	2027,00
12.	-15	0	-1,8816	-2,0252	-2,0006	-1,8324	2027,00
13.	-20	0	-1,8837	-2,0301	-2,0031	-1,8162	2027,00
14.	-25	0	-1,8868	-2,0328	-2,0061	-1,797	2027,00
15.	-30	0	-1,8905	-2,0347	-2,0098	-1,777	2027,00

16.	-35	0	-1,8945	-2,0341	-2,0131	-1,7558	2027,00
17.	0	0	-1,8746	-2,0009	-1,9994	-1,8716	2027,00
1.	0	90	-1,8715	-1,9991	-2,0031	-1,8734	2027,00
2.	5	90	-1,8621	-2,0025	-2,0122	-1,874	2027,00
3.	10	90	-1,8503	-2,0053	-2,0195	-1,8751	2027,00
4.	15	90	-1,8333	-2,0087	-2,0259	-1,8774	2027,00
5.	20	90	-1,8151	-2,0127	-2,0306	-1,8804	2027,00
6.	25	90	-1,7974	-2,0184	-2,0329	-1,8837	2027,00
7.	30	90	-1,7757	-2,0227	-2,0344	-1,8871	2027,00
8.	35	90	-1,7538	-2,0283	-2,0343	-1,8912	2027,00
9.	0	90	-1,8738	-1,9988	-2,0004	-1,8737	2027,00
10.	-5	90	-1,8823	-1,9981	-1,988	-1,8766	2027,00
11.	-10	90	-1,8892	-2,0003	-1,9761	-1,8791	2027,00
12.	-15	90	-1,8949	-2,0006	-1,9598	-1,8816	2027,00
13.	-20	90	-1,8991	-2,0031	-1,9419	-1,8837	2027,00
14.	-25	90	-1,9012	-2,0061	-1,9229	-1,8868	2027,00
15.	-30	90	-1,9024	-2,0098	-1,9032	-1,8905	2027,00
16.	-35	90	-1,9014	-2,0131	-1,8817	-1,8945	2027,00
17.	0	90	-1,8726	-1,9994	-2,0023	-1,8746	2027,00
1.	0	45	-1,8762	-1,9998	-2,0008	-1,8737	2027,00
2.	5	45	-1,8692	-1,9939	-2,0098	-1,8806	2027,00
3.	10	45	-1,8621	-1,987	-2,0168	-1,8863	2027,00
4.	15	45	-1,8547	-1,9813	-2,0229	-1,8922	2027,00
5.	20	45	-1,8456	-1,9771	-2,0295	-1,8965	2027,00
6.	25	45	-1,8431	-1,9732	-2,0342	-1,9003	2027,00
7.	30	45	-1,8356	-1,9725	-2,0373	-1,9036	2027,00
8.	35	45	-1,8308	-1,9703	-2,0401	-1,9064	2027,00
9.	0	45	-1,8752	-1,9995	-2,0004	-1,8732	2027,00
10.	-5	45	-1,8811	-2,0067	-1,9913	-1,866	2027,00
11.	-10	45	-1,8879	-2,0129	-1,982	-1,8598	2027,00
12.	-15	45	-1,8937	-2,0193	-1,9721	-1,8533	2027,00
13.	-20	45	-1,8982	-2,0242	-1,9628	-1,848	2027,00

14.	-25	45	-1,9061	-2,0292	-1,9542	-1,8425	2027,00
15.	-30	45	-1,9086	-2,0332	-1,9473	-1,8407	2027,00
16.	-35	45	-1,91	-2,0362	-1,9409	-1,8375	2027,00
17.	0	45	-1,8785	-1,9988	-2,0011	-1,8741	2027,00
1.	0	-45	-1,8737	-2,0035	-1,9998	-1,8742	2027,00
2.	5	-45	-1,8806	-1,995	-1,9939	-1,8826	2027,00
3.	10	-45	-1,8863	-1,9866	-1,987	-1,8893	2027,00
4.	15	-45	-1,8922	-1,9789	-1,9813	-1,8949	2027,00
5.	20	-45	-1,8965	-1,9725	-1,9771	-1,8994	2027,00
6.	25	-45	-1,9003	-1,9649	-1,9732	-1,9045	2027,00
7.	30	-45	-1,9036	-1,9594	-1,9725	-1,9076	2027,00
8.	30	-45	-1,9064	-1,9551	-1,9703	-1,9098	2027,00
9.	0	-45	-1,8732	-2,0034	-1,9995	-1,8743	2027,00
10.	-5	-45	-1,866	-2,0137	-2,0067	-1,8663	2027,00
11.	-10	-45	-1,8598	-2,0202	-2,0129	-1,8591	2027,00
12.	-15	-45	-1,8533	-2,0259	-2,0193	-1,852	2027,00
13.	-20	-45	-1,848	-2,0311	-2,0242	-1,8463	2027,00
14.	-25	-45	-1,8425	-2,0355	-2,0292	-1,8401	2027,00
15.	-30	-45	-1,8407	-2,0386	-2,0332	-1,836	2027,00
16.	-35	-45	-1,8375	-2,041	-2,0362	-1,8316	2027,00
17.	0	-45	-1,8741	-2,0047	-1,9988	-1,8745	2027,00

U drugom testu, izvršeno je poređenje tačnosti dviju metoda zasnovanih na tzv. *generalisanom zakonu hlađenja* (metoda zasnovanom na algoritmu „*tri protvi jedan*“ i metoda prezentovanom u [15]) prilikom određivanja intenziteta  $U$  komponente vektora brzine  $\vec{V}_R$  u opsegu napadnih uglova  $\xi = -30 \div 30^\circ$  odnosno  $\xi = -35 \div 35^\circ$  sa korakom od  $5^\circ$  pri  $\theta = 45^\circ$  (sl. 5.6).

## 5.5. Rezultati obrade podataka eksperimentalnih mjerena prvog testa

### 5.5.1. Vrijednosti koeficijenata u matematičkim modelima zasnovanim na jednačinama King-a i Jorgensen-a i generalisanog zakona hlađenja

Iz izmjerenih vrijednosti napona na senzorima hot-wire-a u opsegu napadnih uglova  $-30^\circ \leq \xi \leq +30^\circ$ , navedenih u tabeli 5.II. prostupkom navedenim u poglavlju 5.2.

određene su vrijednosti koeficijenata neophodnih za rad drugog podprograma matematičkog modela rada *hot-wire-a*, zasnovanog na jednačinama *King* i *Jorgensen-a* ( $A_i, B_{si}, k_i, h_i, i=1,2,3,4$ ), odnosno koeficijenata neophodnih za rad drugog podprograma po *generalisanom zakonu hlađenja* ( $a_{im}, b'_{im}, i=1,2,3,4 ; m=1,2,3,4,5$ ). Vrijednosti koeficijenata iz *King/Jorgensen-ovog* modela prikazane su u tabeli 5.III, a *generalisanog zakona hlađenja* u tabeli 5.IV.

Tabela 5.III Izračunate vrijednosti koeficijenata  $A_i$  i  $B_i$  iz *King-ovog* zakona hlađenja i koeficijenata  $k_i$  i  $h_i$  iz *Jorgensen-ove* jednačine za svaki od senzora *hot-wire-a*, za opseg napadnih uglova vektora brzine  $\vec{V}_R$ ,  $\xi = -30 \div 30^\circ$

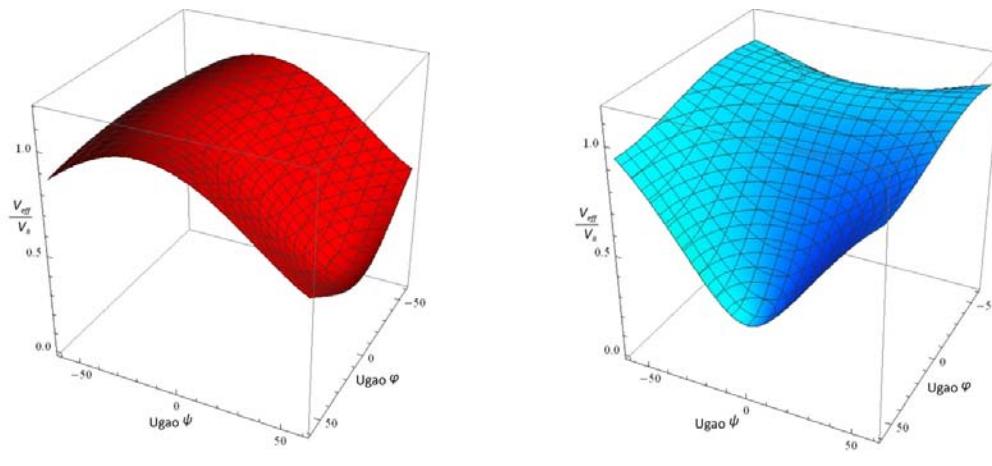
	Senzor „1“		Senzor „2“		Senzor „3“		Senzor „4“	
<i>King-ov zakon</i>	$A_1$	1,389676221	$A_2$	1,509072563	$A_3$	1,517069544	$A_4$	1,393448959
	$B_1$	0,657	$B_2$	0,7133	$B_3$	0,7018	$B_4$	0,6503
<i>Jednačina Jorgensen-a</i>	$k_1$	0,15	$k_2$	0,105	$k_3$	0,09	$k_4$	0,165
	$h_1$	1,18	$h_2$	1,15	$h_3$	1,2	$h_4$	1,5

Tabela 5.IV Izračunate vrijednosti koeficijenata  $a_{im}$  i  $b'_{im}$  iz *generalisanog zakona hlađenja* za svaki od senzora *hot-wire-a*, za opseg napadnih uglova vektora brzine  $\vec{V}_R$   $\xi = -30 \div 30^\circ$

Senzor „1“				Senzor „2“			
$b'_{11}$	-114744,252	$a_{11}$	0,685	$b'_{21}$	84298,140	$a_{21}$	1,557
$b'_{12}$	-233871,145	$a_{12}$	1,494	$b'_{22}$	188369,478	$a_{22}$	0,842
$b'_{13}$	-177146,457	$a_{13}$	-0,761	$b'_{23}$	157464,515	$a_{23}$	0,120
$b'_{14}$	-58966,286	$a_{14}$	-0,041	$b'_{24}$	58383,181	$a_{24}$	-0,885
$b'_{15}$	-7252,873	$a_{15}$	0,092	$b'_{25}$	8105,53	$a_{25}$	-0,076
Senzor „3“				Senzor „4“			
$b'_{31}$	-27233,554	$a_{31}$	0,553	$b'_{41}$	135451,443	$a_{41}$	1,556
$b'_{32}$	-47978,418	$a_{32}$	1,627	$b'_{42}$	308080,015	$a_{42}$	0,612

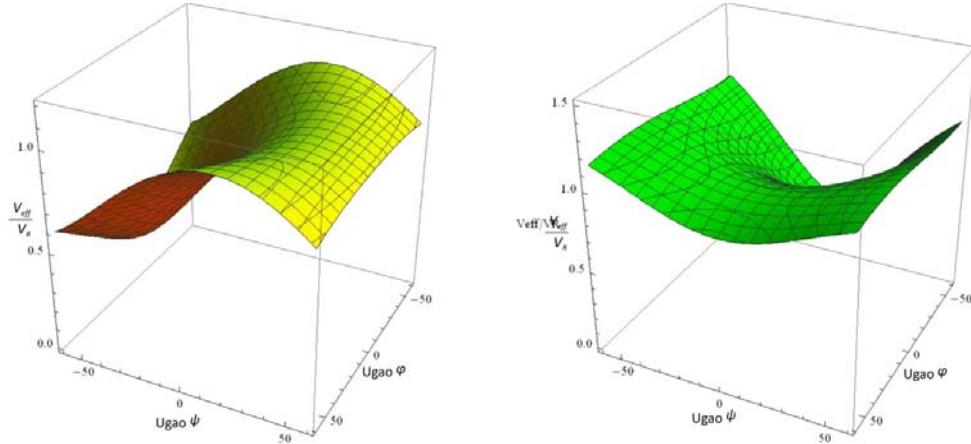
$b'_{33}$	-30227,343	$a_{33}$	1,094	$b'_{43}$	262970,601	$a_{43}$	-0,049
$b'_{34}$	-7800,833	$a_{34}$	0,159	$b'_{44}$	99856,119	$a_{44}$	0,856
$b'_{35}$	-636,635	$a_{35}$	-0,200	$b'_{45}$	14236,571	$a_{44}$	-0,068

Grafički prikaz odnosa  $V_{eff} / V_R$ , za slučaj da je efektivna brzina hlađenja na nekom od senzora hot-wire-a definisana obrascem Jorgensen-a (1.31), i za podatke iz tabele 5.III za svaki od senzora dat je na sl. 5.7.



a.

b.

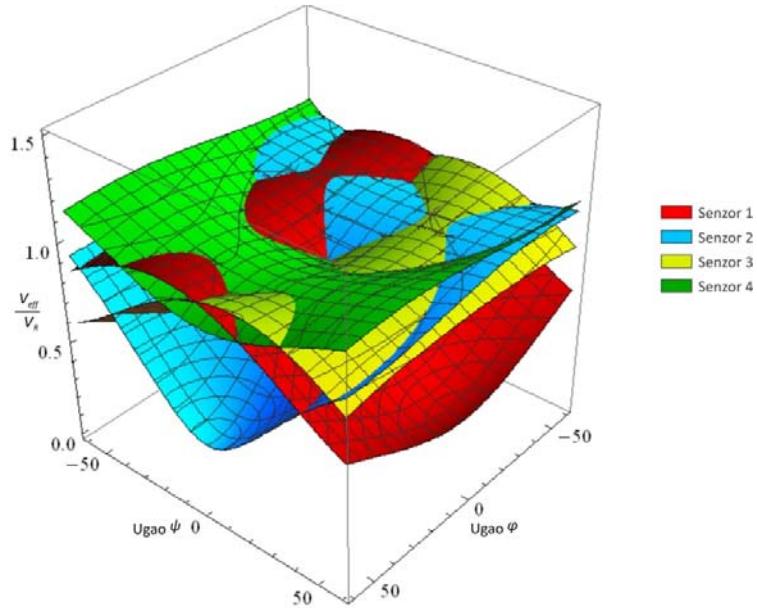


c.

d.

Sl. 5.7. Grafički prikaz odnosa  $V_{eff} / V_R$ , za slučaj da je efektivna brzina hlađenja na nekom od senzora hot-wire-a definisana obrascem Jorgensen-a, ugao nagiba senzora  $\alpha = 34^\circ$  a. senzor „1“,  $k_1 = 0,15, h_1 = 1,18$ ; b. senzor „2“,  $k_2 = 0,105, h_2 = 1,15$ ; c. senzor „3“,  $k_3 = 0,09, h_3 = 1,2$ ; d. senzor „4“  $k_4 = 0,165, h_4 = 1,5$

Grafički prikaz odnosa  $V_{eff}/V_R$ , za sve senzore sonde koja je korišćena prilikom eksperimenta na sl. 5.8.

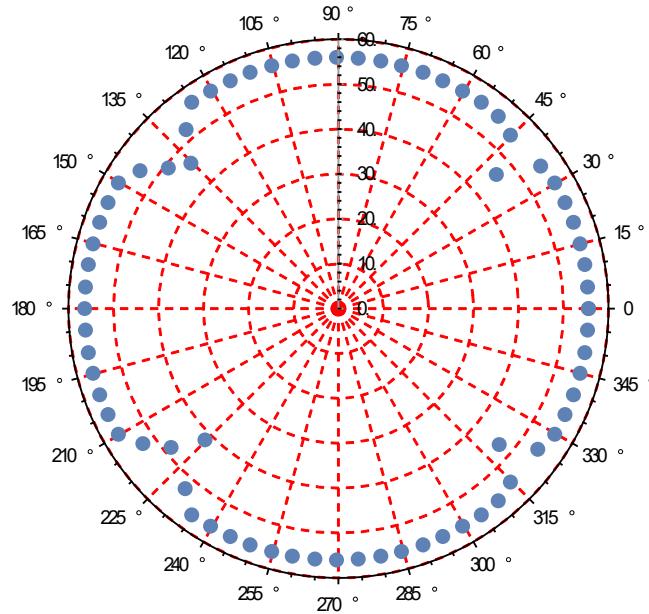


Sl. 5.8. Grafički prikaz odnosa  $V_{eff}/V_R$ , za slučaj da je efektivna brzina hlađenja na senzorima hot-wire-a definisana obrascem Jorgensen-a, za sva četiri senzora hot-wire-a

Prvi iteracioni ciklus drugog podprograma matematičkog modela rada hot-wire-a, može se koristiti za određivanje granice jedinstvenog rješenja za neku konkretnu sondu sa četiri senzora, ukoliko su nam pored nagiba senzora u sondi poznate i vrijednosti koeficijenata  $k_i$  i  $h_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) za svaki od senzora hot-wire sonde. Za naš eksperiment korišćena je sonda sa nagibom senzora od  $\alpha = 34^\circ$ , a vrijednosti koeficijenata  $k_i$  i  $h_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) navedene su u tabeli 5.III. Za navedene podatke, prvi iteracioni ciklus drugog podprograma matematičkog modela, izračunao je da je granica oblasti jedinstvenog rješenja za ovu sondu približno definisana uglovima  $\theta = 226^\circ$  i  $\xi_{cr} \approx 41,2^\circ$ , a grafički prikaz oblasti jedinstvenog rješenja za ovu sondu prikazan je na sl. 5.9.

Na osnovu izračunatih vrijednosti koeficijenata sadržanih u jednačinama King-a i Jorgensen-a i u generalisanom zakonu hlađenja, iz provedenih eksperimentalnih mjerjenja (tab. 5.II), u prvom testu, drugi podprogram prezentovanog matematičkog modela i njegov algoritam „tri protiv jedan“, odredio je vrijednosti komponenti vektora

brzine  $\vec{V}_R$  ( $U, V, W$ ), za u opsegu napadnih uglova  $\xi = -30^\circ \div 30^\circ$  sa korakom od  $5^\circ$ , i  $\theta = 0 \div 360^\circ$  sa korakom od  $45^\circ$ .



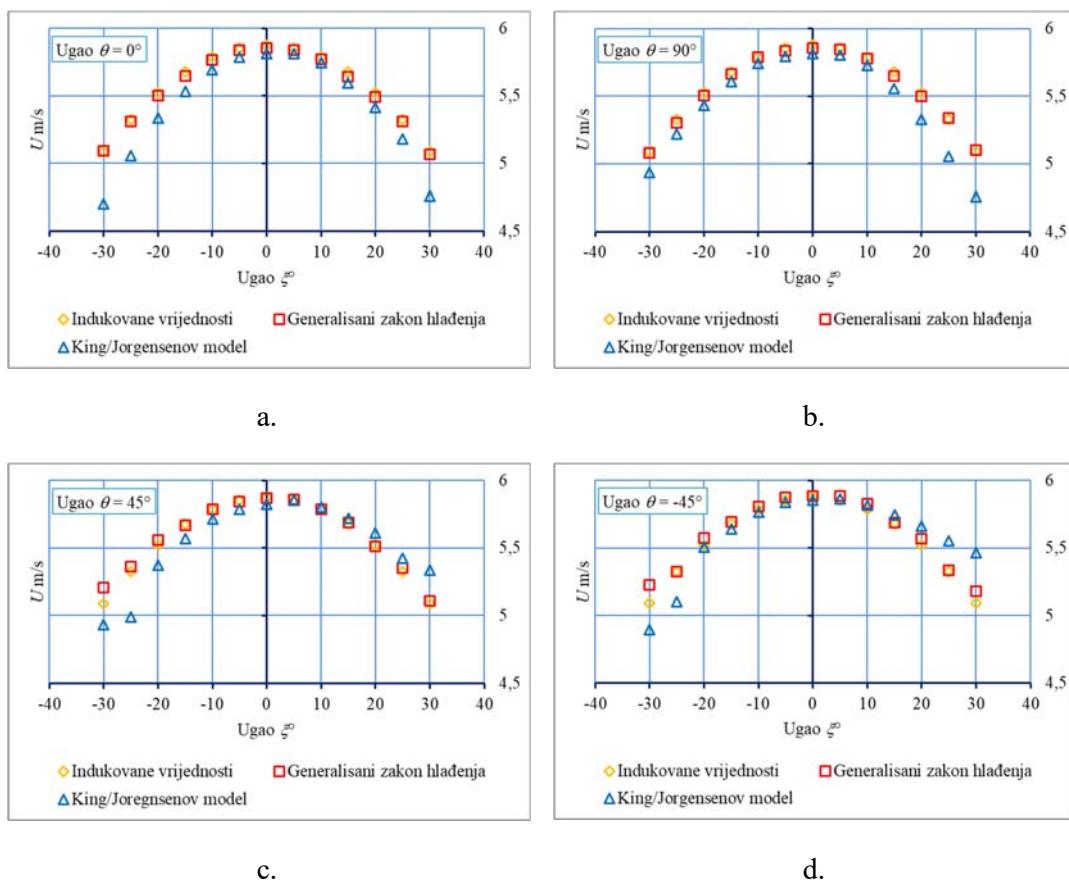
Sl. 5.9. Oblast jedinstvenog rješenja za sondu korišćenu u eksperimentu na osnovu podataka iz tab. 5.III

### 5.5.2. $U$ komponenta brzine

Izračunate vrijednosti intenziteta  $U$  komponente vektora brzine  $\vec{V}_R$ , pomoću drugog podprograma prezentovanog matematičkog modela, odnosno njegovog prvog iteracionog ciklusa i algoritma „*tri protiv jedan*“ kad je on zasnovan na *King/Jorgensen*-ovom modelu (jednačini odziva senzora (1.24) i definisanju vrijednosti efektivne brzine hlađenja (1.31)), odnosno *generalisanom zakonom hlađenja* (1.35), za različite napadne uglove vektora brzine  $\vec{V}_R$  prikazane su na sl. 5.10. Radi usporedbe, na slici je prikazan i intenzitet indukovane (stvarne, tražene) komponente brzine  $U$ .

Sa sl. 5.10. se može uočiti da su intenziteti komponente brzine  $U$  određeni *generalisanim zakonom hlađenja* znatno bolje reprezentovali stvarne (indukovane) vrijednosti komponente brzine  $U$  u odnosu na intenzitete određene drugim podprogramom matematičkog algoritma zasnovanom na *King/Jorgensen*-ovom modelu. Posebno je to uočljivo za vrijednost ugla  $\theta = 0^\circ$  i  $\xi = \pm 30^\circ$ , ali i za  $\theta = 90^\circ$  odnosno  $\theta = \pm 45^\circ$  i  $\xi = \pm 30^\circ$ .

Veća odstupanja King/Jorgensen-ovog modela za vrijednosti ugla  $\xi = \pm 25^\circ$  odnosno  $\xi = \pm 30^\circ$  za sve analizirane vrijednosti uglova  $\theta$  mogu se objasniti usvojenom, jednom konstantnom vrijednošću koeficijenata  $k_i$  i  $h_i$  ( $i = 1,2,3,4$ ) na svakom od senzora *hot-wire-a*, prilikom obrade eksperimentalnih podataka. Kao što smo već naveli ove vrijednosti se mijenjaju sa promjenom napadnog ugla vektora brzine  $\vec{V}_R$ , a u procesu obrade podataka drugim podprogramom prezentovanim matematičkim modelom i algoritmom „*tri protiv jedan*“ usvojene su njihove prosječne vrijednosti za svaki od senzora *hot-wire-a*.

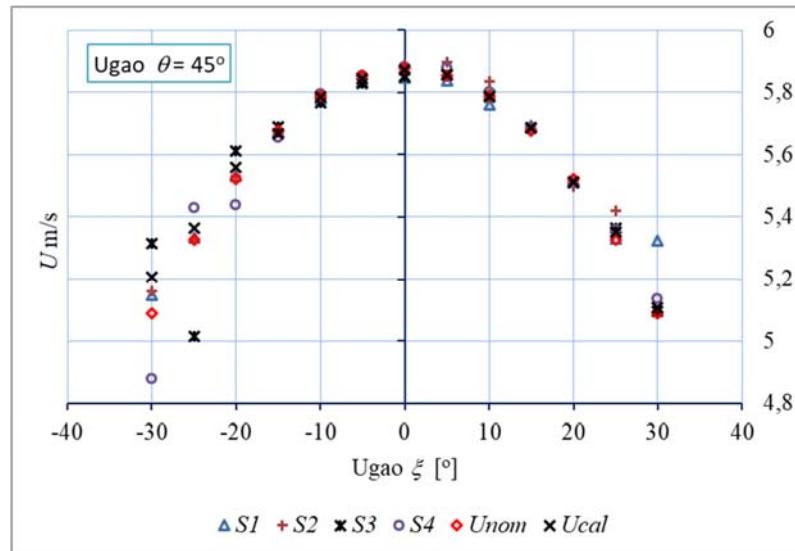


Sl. 5.10. Intenziteti  $U$  komponente vektora brzine  $\vec{V}_R$ , određeni pomoću prvog iteracionog ciklusa drugog podprograma matematičkog modela rada *hot-wire-a* za različite vrijednosti uglova  $\theta$  i  $\xi$  i eksperimentalne podatke iz tabele 5.II. a.  $\theta = 0^\circ$ ; b.  $\theta = 90^\circ$ ; c.  $\theta = 45^\circ$ ; d.  $\theta = -45^\circ$

Na sl. 5.11. prikazan je princip rada drugog podprograma matematičkog modela odnosno algoritma „*tri protiv jedan*“ kad je on zasnovan na *generalisanom zakonu hlađenja* (1.35). Rješenja četiri podsistema jednačina (4.32) za komponentu brzine  $U$

vektora brzine  $\vec{V}_R$ , označena su sa  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$  i  $S_4$ , indukovana vrijednost sa  $U_{nom}$  a finalno rješenje za neki ugao  $\xi$  (za opseg napadnih uglova vektora brzine  $-30^\circ \leq \xi \leq 30^\circ$  i  $\theta = 45^\circ$ ) označeno je sa  $U_{cal}$ . Kao što se može vidjeti sa sl. 5.11, algoritam „*tri protiv jedan*“ odbacuje najnepreciznije dobijeno rješenje iz sistema jednačina (4.32) (rješenje podistema jednačina  $S_4$  sa relativnom greškom od 4,45%), i od preostala tri rješenja podistema jednačina ( $S_1$ ,  $S_2$ , i  $S_3$ ) izračunava konačno rješenje  $U_{cal}$  (kao aritmetičku sredinu rješenja tri podistema jednačina sa  $S_1$ ,  $S_2$ , i  $S_3$ ).

Finalno rješenje  $U_{cal}$  (sa relativnom greškom od 2,32%) može u nekim slučajevima očigledno biti manje tačno od rješenja pojedinih podistema jednačina (4.32). Tako su npr. za ugao  $\xi = -30^\circ$ , rješenja podistema jednačina  $S_1$  i  $S_2$  (4.32) tačnija od finalnog rješenja. Sa sl. 5.6, vidi se da su pravci senzora „1“ i „2“ u ovom slučaju više poravnati sa pravcem vektora brzine  $\vec{V}_R$  u odnosu na ose senzora „3“ i „4“, tako da će podistemi jednačina (4.32) koji sadrži jednačine sa ova dva senzora ( $S_3$  i  $S_4$ ) davati i veću grešku prilikom eksperimentalnih mjerena. Slična situacija je i za slučaj napadnih uglova  $\xi = -25^\circ$  i  $\xi = -20^\circ$  (sl. 5.11).



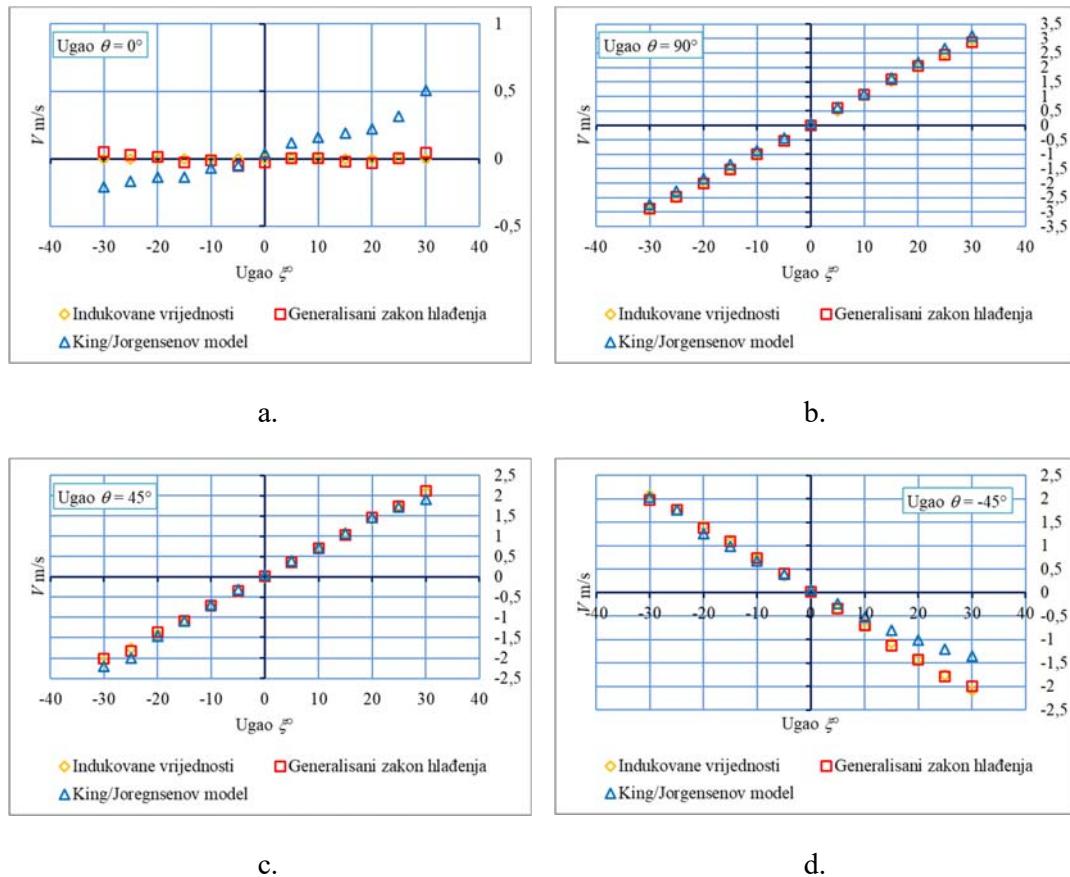
Sl. 5.11. Rješenja četiri podistema jednačina (4.32) za  $U$  komponente vektora brzine  $\vec{V}_R$ , (rješenja su označena sa  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$  i  $S_4$ ), nominalno ( $U_{nom}$ ) i finalno rješenje (  $U_{cal}$  ), dobijeni pomoću algoritma „*tri protiv jedan*“ zasnovanog na generalisanom zakonu hlađenja (1.35)

Finalno rješenje dobijeno algoritmom „tri protiv jedan“ je očigledno između krajnjih dobijenih rješenja tj. ne može da bude najgore od dobijenih rješenja četiri podsistema jednačina (4.32). Kao što se može uočiti sa sl. 5.11, sa porastom napadnog ugla  $\xi$ , u opštem slučaju rastu razlike u rješenjima četiri podsistema jednačina (4.32). Ovo se može pripisati nesavršenošću jednačina kojima se izražava zavisnost između hlađenja senzora i promjene napona na njegovim krajevima, ali i (kako smo već naveli) većim poravnanjem pravca vektora brzine sa osom pojedinih senzora iz jednačine (4.32). Kao posljedica toga, sistemi jednačina koji sadrže jednačine sa tih senzora biće više u grešci od drugih podsistema jednačina.

### 5.5.3. $V$ komponenta brzine

Rezultati obrade eksperimentalnih podataka za  $V$  komponente vektora brzine  $\vec{V}_R$ , pomoću prvog iteracionog ciklusa drugog podprograma prezentovanog matematičkog modela rada *hot-wire-a* kad je on zasnovan na *King/Jorgensen-ovom* modelu i tzv. *generalisanim zakonom hlađenja*, za različite napadne uglove  $\xi$  i  $\theta$  vektora brzine  $\vec{V}_R$  prikazane su na sl. 5.12. Radi usporedbe, na slici je prikazan i intenzitet indukovane (stvarne, tražene) komponente brzine  $V$ .

Sa sl. 5.12. uočljivo je znatno bolje slaganje komponenti brzine  $V$  određenih iz eksperimentalnih podataka, pomoću drugog podprograma prezentovanog matematičkog modela rada *hot-wire-a* baziranom na *King/Jorgensen-ovim* modelu, odnosno *generalisanim zakonom hlađenja* sa indukovanim vrijednostima komponente brzine  $V$ . Ponovo *generalisani zakon hlađenja* pokazuje nešto bolje rezultate (posebno pri vrijednosti  $\theta = 0^\circ$ ) u odnosu na *King/Jorgensen-ov* model. I ova odstupanja se generalno mogu pripisati načinu određivanja *yaw* ( $k_i$ ) i *pitch* ( $h_i$ ) koeficijenata koji su korišteni u prezentovanom matematičkom modelu.

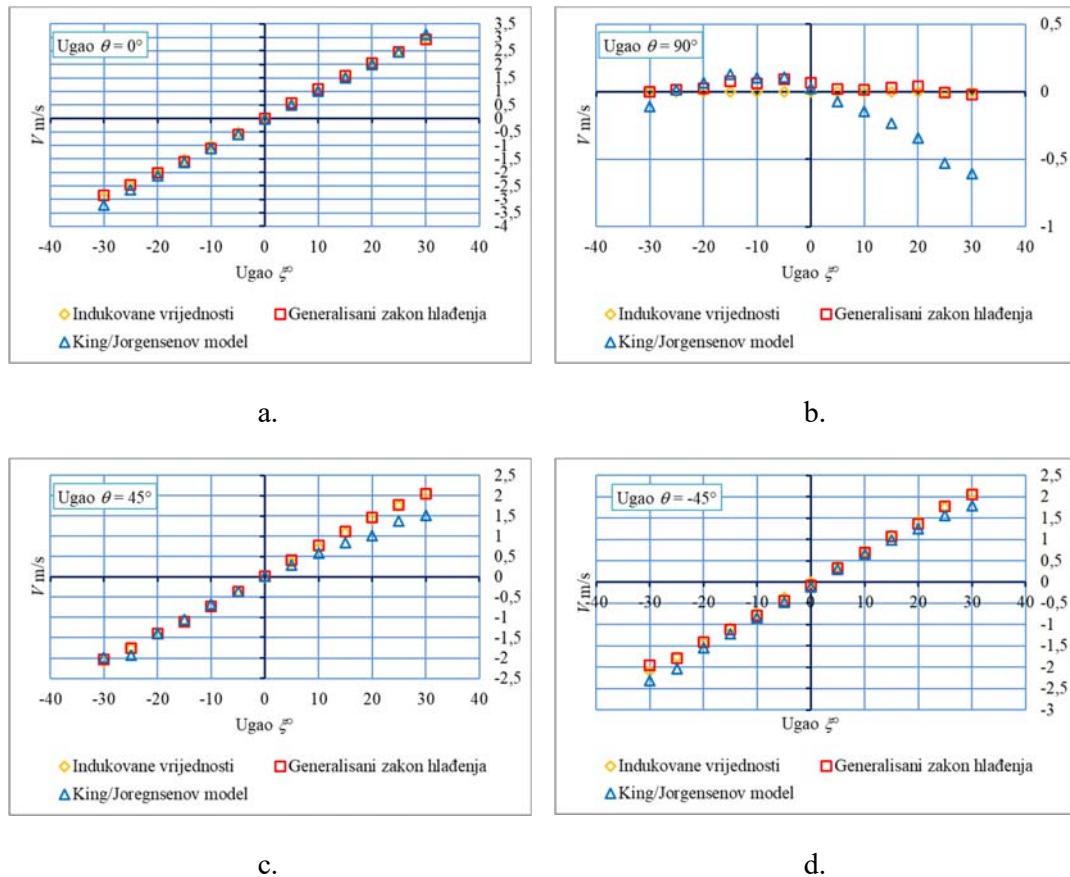


Sl. 5.12. Intenziteti  $V$  komponente vektora brzine  $\vec{V}_R$ , određeni pomoću prvog iteracionog ciklusa drugog podprograma prezentovanog matematičkog modela rada *hot-wire-a* za različite vrijednosti uglova  $\theta$  i  $\xi$  i eksperimentalne podatke iz tabele 5.II. a.

a.  $\theta = 0^\circ$ ; b.  $\theta = 90^\circ$ ; c.  $\theta = 45^\circ$ ; d.  $\theta = -45^\circ$

#### 5.5.4. $W$ komponenta brzine

Rezultati obrade eksperimentalnih podataka za  $W$  komponente vektora brzine  $\vec{V}_R$ , pomoću prvog iteracionog ciklusa drugog podprograma prezentovanog matematičkog modela rada *hot-wire-a* kad je on zasnovan na *King/Jorgensen-ovom* modelu i tzv. *generalisanim zakonom hlađenja*, za različite napadne uglove  $\xi$  i  $\theta$  vektora brzine  $\vec{V}_R$  prikazane su na sl. 5.13. Radi usporedbe, na slici je prikazan i intenzitet indukovane (stvarne, tražene) komponente brzine  $W$ .



Sl. 5.13. Intenziteti  $W$  komponente vektora brzine  $\vec{V}_r$ , određeni pomoću prvog iteracionog ciklusa drugog podprograma prezentovanog matematičkog modela rada *hot-wire-a* za različite vrijednosti uglova  $\theta$  i  $\xi$  i eksperimentalne podatke iz tabele 5.II. a.  
 a.  $\theta = 0^\circ$ ; b.  $\theta = 90^\circ$ ; c.  $\theta = 45^\circ$ ; d.  $\theta = -45^\circ$

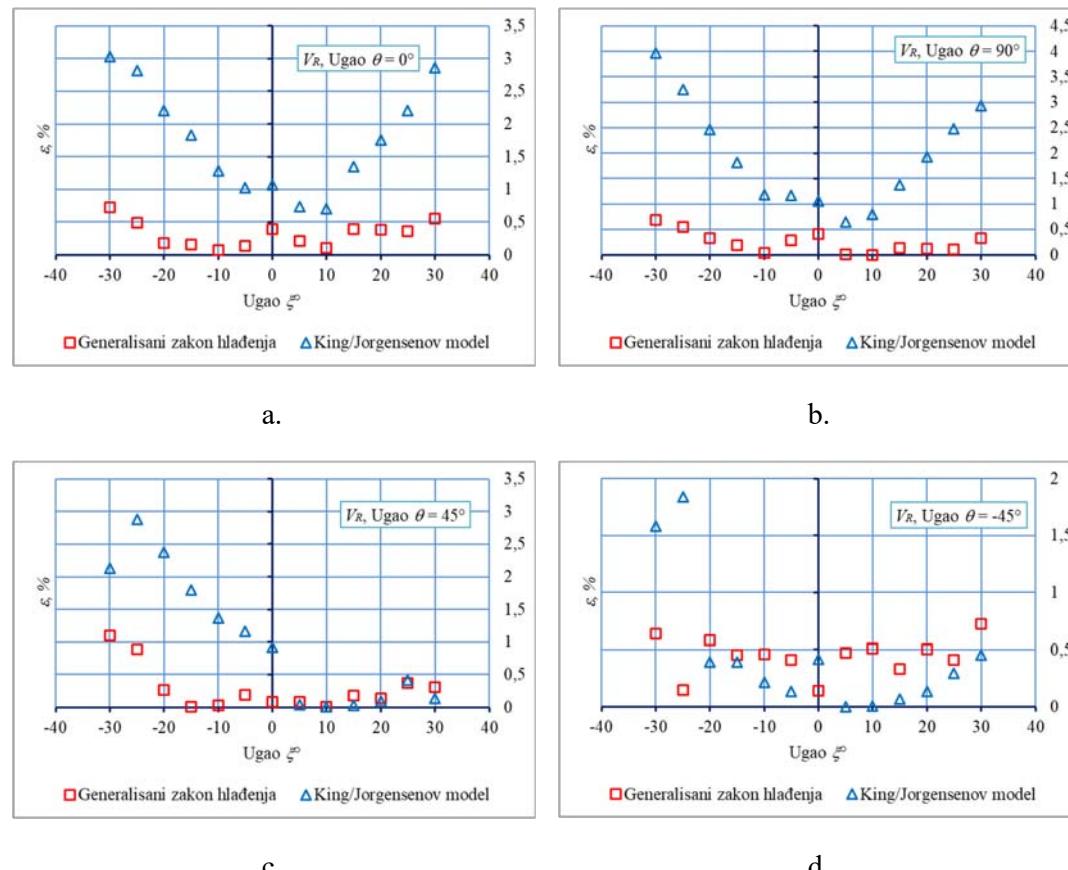
Analogno rezultatima dobijenim iz eksperimentalnih mjerena za komponentu brzine  $V$ , su i podaci dobijeni za brzinu  $W$  (sl. 5.13). Ponovo *generalisani zakon hlađenja* pokazuje nešto bolje rezultate (ali sad pri vrijednosti  $\theta = 90^\circ$ ) u odnosu na *King/Jorgensen-ov* model. I ova odstupanja se generalno mogu pripisati načinu određivanja *yaw* ( $k_i$ ) i *pitch* koeficijenta u *King-Jorgensen-ovom* modelu.

### 5.5.5. Relativna greška određivanja intenziteta vektora brzine $\vec{V}_r$ na osnovu izračunatih vrijednosti njenih komponenti

Nakon određivanja intenziteta komponenti vektora brzine  $\vec{V}_r$ , prvim iteracionim ciklusom drugog podprograma prezentovanog matematičkog modela rada *hot-wire-a*, izračunala se i relativna greška  $\varepsilon$  u određivanju njegovog intenziteta pomoću jednačine:

$$\varepsilon = \frac{|V_R - V_{Rcal}|}{V_R} \times 100\% \quad (5.19)$$

pri čemu je sa  $V_{Rcal}$  označen intenzitet izračunatog vektora brzine na osnovu izračunatih intenziteta komponenti  $U$ ,  $V$  i  $W$  prvim iterativnim ciklusom drugog podprograma prezentovanog matematičkog modela rada *hot-wire-a* zasnovanog na *King/Jorgensen-ovom modelu ili na generalisanom zakonu hlađenja*. Vrijednosti izračunate relativne greške  $\varepsilon$  prikazane su na sl. 5.14.



Sl. 5.14. Relativna greška  $\varepsilon$  pri određivanju intenziteta vektora brzine  $\bar{V}_R$ , pomoću prvog iteracionog ciklusa drugog podprograma prezentovanog matematičkog modela rada *hot-wire-a* za različite vrijednosti uglova  $\theta$  i  $\xi$  i eksperimentalne podatke iz marta 2016. a.  $\theta = 0^\circ$ ; b.  $\theta = 90^\circ$ ; c.  $\theta = 45^\circ$ ; d.  $\theta = -45^\circ$

Generalno, drugi podprogram matematičkog modela zasnovan na *generalisanom zakonu hlađenja* daje dosta bolje rezultate od drugog podprograma matematičkog modela zasnovanog na *King/Jorgensen-ovom modelu* i ovakva ocjena se može dati za sve testirane uglove  $\theta$ . Tako je npr. maskimalna greška pri određivanju  $\bar{V}_R$  u slučaju rada drugog podprograma matematičkog modela zasnovanog na *King/Jorgensen-ovom*

modelu iznosila oko 4% (za  $\theta = -90^\circ$  i  $\xi = -30^\circ$  sl. 5.14b) dok je u slučaju primjene *generalisanog zakona hlađenja* ta greška iznosila oko 1,1% (za  $\theta = 45^\circ$  i  $\xi = -30^\circ$  sl. 5.14c).

Uspješnom identifikacijom komponenti vektora brzine pomoću matematičkog modela rada *hot-wire-a* konstantne temperature za sonde sa četiri senzora iz rezultata eksperimentalnih mjerena potvrđene su hipoteze postavljene u disertaciji.

## 5.6. Rezultati obrade podataka eksperimentalnih mjerena drugog testa

### 5.6.1. Izračunate vrijednosti koeficijenata u matematičkom modelu zasnovanom na *generalisanom zakonu hlađenja*

U drugom testu, rezultati dobijeni pomoću drugog podprograma matematičkog modela tj. algoritma „*tri protiv jedan*“ zasnovanog na jednačinama *generalisanog zakona hlađenja* za komponentu brzine  $U$  vektora brzine  $\vec{V}_R$ , u opsegu napadnih uglova  $-30^\circ \leq \xi \leq 30^\circ$  i  $-35^\circ \leq \xi \leq 35^\circ$  i za  $\theta = 45^\circ$  (sl. 5.6), upoređeni su sa rezultatima jednog od najboljih poznatih metoda opisanim u [15]. Da bi se izračunale vrijednosti brzina za komponentu brzine  $U$  vektora brzine  $\vec{V}_R$ , u opsegu napadnih uglova  $-35^\circ \leq \xi \leq 35^\circ$  i za  $\theta = 45^\circ$  bilo je neophodno ponovo (na osnovu podataka eksperimentalnih mjerena navedenih u tabeli 5.II), odrediti vrijednosti koeficijenata neophodnih za rad drugog podprograma matematičkog algoritma po *generalisanom zakonu hlađenja* ( $a_{im}$ ,  $b'_{im}$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ ;  $m = 1, 2, 3, 4, 5$ ).

Nove vrijednosti koeficijenata iz *generalisanog zakona hlađenja* za opseg napadnih uglova vektora brzine  $\vec{V}_R$ ,  $\xi = -35 \div 35^\circ$ , a na osnovu izmjerениh vrijednosti napona iz tabele 5.II, prikazane su u tabeli 5.V.

Rezultati drugog testa u slučaju kad se ugao  $\xi$  mijenja u opsegu uglova  $-30^\circ \leq \xi \leq 30^\circ$  sa korakom od  $5^\circ$  su prikazani na sl. 5.15a, a za opseg uglova  $-35^\circ \leq \xi \leq 35^\circ$  na sl. 5.15b.

Kao što se može vidjeti sa sl. 5.15a, ( $-30^\circ \leq \xi \leq 30^\circ$ ) oba metoda daju dobru tačnost u gotovo svim mjernim tačkama. To međutim nije slučaj u opsegu uglova  $-35^\circ \leq \xi \leq 35^\circ$  (sl. 5.15b) za koji u gotovo svim mjernim tačkama (osim za ugao  $\xi = 15^\circ$ ) drugi podprogram prezentovanog matematičkog modela tj. algoritam „*tri protiv jedan*“ ( $U_{nom}$ ) daje tačnije rezultate. Za vrijednosti uglova  $\xi \geq 20^\circ$  tačnost se nije mogla uporediti jer

metod prezentovan u [15] nije konvergirao. Slični rezultati su dobijeni i za komponente  $V$  i  $W$  vektora brzine  $\vec{V}_R$  za  $\vartheta = 45^\circ$ .

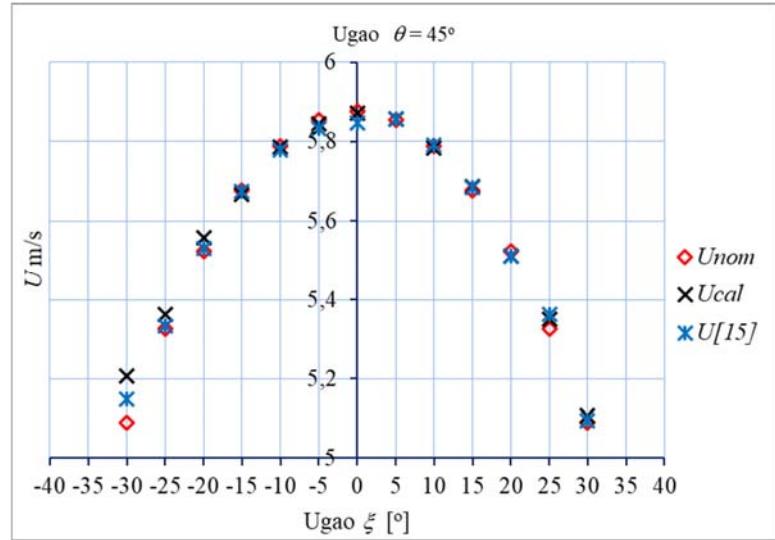
Tabela 5.V Izračunate vrijednosti koeficijenata  $a_{im}$  i  $b'_{im}$  iz generalisanog zakona hlađenja za svaki od senzora hot-wire-a, za opseg napadnih uglova vektora brzine  $\vec{V}_R$   $\xi = -35 \div 35^\circ$

Senzor „1“				Senzor „2“			
$b'_{11}$	-380882,638	$a_{11}$	0,6360	$b'_{21}$	-495235,167	$a_{21}$	1,4626
$b'_{12}$	-823012,828	$a_{12}$	1,4388	$b'_{22}$	-1002790,508	$a_{22}$	0,7407
$b'_{13}$	-666036,322	$a_{13}$	- 0,7117	$b'_{23}$	-760586,126	$a_{23}$	0,1001
$b'_{14}$	-239214,998	$a_{14}$	-0,0359	$b'_{24}$	-256071,368	$a_{24}$	-0,7571
$b'_{15}$	-32165,592	$a_{15}$	0,0382	$b'_{25}$	-32283,623	$a_{25}$	0,0017
Senzor „3“				Senzor „4“			
$b'_{31}$	-93066,596	$a_{31}$	0,5371	$b'_{41}$	38100648,573	$a_{41}$	1,6382
$b'_{32}$	-185019,858	$a_{32}$	1,6033	$b'_{42}$	83122766,787	$a_{42}$	3,3345
$b'_{33}$	-137168,332	$a_{33}$	1,0606	$b'_{43}$	67989124,098	$a_{43}$	- 0,1217
$b'_{34}$	-44879,085	$a_{34}$	0,1572	$b'_{44}$	24710236,061	$a_{44}$	0,1777
$b'_{35}$	-5456,128	$a_{35}$	-0,2018	$b'_{45}$	3367026,496	$a_{44}$	-0,5585

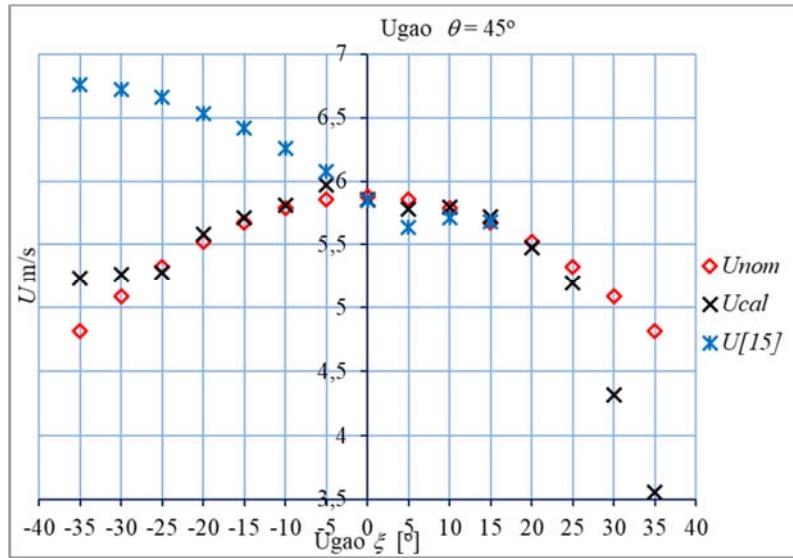
Očigledno je da je drugi podprogram matematičkog modela tj. algoritam „*tri protiv jedan*“ mnogo tačniji za više vrijednosti ugla  $\xi$  u odnosu na metod prezentovan u [15].

Metod prezentovan u [15] ( $U[15]$ ) koristi samo dva rješenja sistema jednačina (4.32) (to su rješenja sistema jednačina  $S_1$  i  $S_2$ ) selektujući ono koje je tačnije.

Nesavršenost primjenjenih zakona hlađenja, prilikom obrade eksperimentalnih rezultata mjerjenja, drugim podprogramom prezentovanog matematičkog modela, ne utiče podjednako na svaki od četiri podsistema jednačina (4.32). Što god je vektor brzine fluida  $\vec{V}_R$  više poravnat sa osom pojedinih senzora biće i veća greška zbog kalibracione procedure i obrnuto, što god je napadni ugao vektora brzine u pravcu ose sonde manji to će se rješenja četri podsistema jednačina (4.32) manje razlikovati.



a.



b.

Sl. 5.15. Poređenje tačnosti određivanja  $U$  komponente vektora brzine  $\vec{V}_R$  dobijenih pomoću algoritma „tri protiv jedan“ ( $U_{cal}$ ) i metoda prezentovanog u [15] ( $U[15]$ ) za  $\theta = 45^\circ$ : a. u opsegu  $-30^\circ \leq \xi \leq 30^\circ$ , b. u opsegu  $-35^\circ \leq \xi \leq 35^\circ$  [100]

Sa porastom napadnog ugla vektora brzine  $\vec{V}_R$  u odnosu na osu sonde, ose pojedinih senzora će biti više ili manje poravnate sa pravcem vektora brzine  $\vec{V}_R$ , što će uticati na tačnost rješenja pojedinih podsistema jednačina (4.32). Drugim riječima tačnost jednih podsistema jednačina će rasti, a drugih opadati. Što god je veći broj podsistema jednačina imaćemo veću mogućnost da nađemo ono rješenje koje je najtačnije. Ovo je razlog zašto je drugi podprogram prezentovanog matematičkog modela tj. algoritam „tri

*protiv jedan“ pokazivao veću tačnost od metoda prezentovanog u [15] za više vrijednosti napadog ugla  $\xi$ .*

Iz prezentovanih rezultata se takođe može vidjeti da je u velikom broju slučajeva, bar jedno od četiri rješenja podsistema jednačina (4.32) tačnije od konačnog rješenja dobijenog algoritmom „*tri protiv jedan*“. Ovo ukazuje na mogućnost da bi se formiranjem još kompleksnijeg algoritma od prezentovanog mogla postići i veća tačnost što će biti predmet daljih istraživanja.

## 6. ZAKLJUČAK I NOVI ISTRAŽIVAČKI ZADACI

### 6.1. Poređenje dobijenih rezultata numeričkih simulacija i eksperimentalnih mjerena sa postavljenom hipotezom

Provedenim numeričkim simulacijama prezentovanim matematičkim modelom rada *hot-wire*-a konstantne temperature kao i uspješnim određivanjem komponenti vektora brzine fluida iz rezultata eksperimentalnih mjerena potvrđene su tvrdnje postavljene u hipotezi disertacije.

Za svaki od senzora *hot-wire*-a formirana je odgovarajuća nelinearna jednačina koja je opisivala zavisnost promjene električnog otpora senzora od promjene intenziteta i pravca vektora brzine fluida.

Iz jednačina za senzore formirana su četiri nelinearna sistema jednačina sa po tri nelinearne jednačine. Iz rezultata numeričkih testiranja matematičkog modela [97], [98], [99] i [100], vidljivo je da su rješenja ovih sistema nelinearnih jednačina omogućavala maksimalno do osam mogućih različitih rješenja za vektor brzine fluida od kojih je samo jedno fizikalno ispravno. Numeričke simulacije provedene matematičkim modelom, pokazale su da se fizikalno ispravno rješenje tj. vektor brzine fluida može identifikovati u dosta širokoj oblasti napadnih uglova vektora brzine, čak i izvan oblasti granice jedinstvenog rješenja i to za različite konstrukcije *hot-wire* sondi, pri čemu je ponašanje senzora u sondi sa četiri senzora izloženih strujanju fluida proizvoljnog pravca i intenziteta bilo opisano jednačinama *King*-a (1.24) i *Jorgensen*-a (1.31). U prezentovanim simulacijama pokazalo se da je fizikalno ispravno rješenje ono koje egzistira kao rješenje u sva četiri sistema nelinearnih jednačina, čime su potvrđene postavljene hipoteze.

Rad predloženog matematičkog modela rada *hot-wire*-a i algoritma „*tri protiv jedan*“ testiran je i na realnim podacima dobijenim eksperimentalnim mjeranjima, i to kad je matematički model, odnosno njegov drugi podprogram zasnovan na različitim jednačinama koje definišu vezu između promjene napona na senzorima *hot-wire*-a i promjene pravca i intenziteta vektora brzine. Dobijeni rezultati, u oba testa, pokazali su da u praksi on uspješno može da identificuje vektor brzine fluida u dosta širokoj oblasti napadnih uglova. Bolje rezultate pokazao je test matematičkog modela odnosno njegovog prvog iteracionog ciklusa drugog podprograma i algoritma „*tri protiv jedan*“ zasnovan na tzv. *generalisanom zakonu hlađenja*, zbog veće tačnosti pri određivanju kalibracionih koeficijenata.

## 6.2. Praktični i teorijski doprinos provedenih istraživanja

Sa matematičkim modelom rada *hot-wire-a*, biće moguće vršiti simulacije rada različitih konstrukcija *hot-wire-a* konstantne temperature sa četiri senzora, a njegov drugi podprogram i algoritam „*tri protiv jedan*“ omogućava novi način određivanja komponenti vektora brzine fluida iz podataka eksperimentalnih mjerena. U prezentovanom testu, tačnost rezultata dobijenih obradom eksperimentalnih podataka pomoću matematičkog modela bila je slična ili viša od tačnosti koja se može postići sa jednim od najboljih poznatih metoda. Osnovana prednost matematičkog modela u odnosu na upoređivani metod, je mogućnost analize dobijenih rješenja s ciljem identifikacije i odbacivanja onog koje najviše odstupa od srednje vrijednosti rješenja. za obradu iz matematičkog modela.

Na osnovu rezultata obrade podataka eksperimentalnih mjerena, može se zaključiti da se matematičkim modelom može uspješno identifikovati vektor brzine fluida, sa velikom tačnošću u dosta širokoj oblasti mogućih napadnih uglova vektora brzine fluida. S obzirom na postignutu tačnost pri obradi rezultata eksperimentalnih mjerena, matematički model rada *hot-wire-a* odnosno njegov drugi podprogram i algoritam „*tri protiv jedan*“ može se primjenjivati za obradu rezultata mjerena *hot-wire anemometrima* sa četiri senzora, provođenje numeričkih simulacija rada *hot-wire-a* kad se ponašanje *hot-wire-a* izloženog strujanju fluida opisuje različitim jednačinama, itd. Pored toga, formirani matematički model, uz male izmjene, biće moguće koristiti i za druge sonde sa više senzora, kod kojih je moguće formiranje različitih kombinacija sondi sa tri senzora (sonde sa pet, šest i više senzora).

Matematički model rada *hot-wire-a* omogućava definisanje granica jedinstvenog rješenja za sonde različite konfiguracije sa četiri senzora, čime se može približno definisati ugaona oblast pouzdanog mjerena ovih sondi.

## 6.3. Novi istraživački zadaci

U narednom periodu predviđeno je testiranje rada matematičkog modela odnosno njegovog drugog podprograma i algoritma „*tri protiv jedan*“ nad eksperimentalnim podacima dobijenim mjeranjima u opsegu napadnih uglova sonde sa četiri senzora koji se nalaze na granici jedinstvenog rješenja za tu sondu i preko te granice. Takođe je predviđeno testiranje drugog podprograma predloženog matematičkog modela rada *hot-wire-a* i algoritma „*tri protiv jedan*“ na sondama sa 5 i više senzora, za što će biti potrebne izvjesne modifikacije matematičkog modela odnosno njegovog drugog

podprograma i algoritma „*tri protiv jedan*“. Iz prezentovanih rezultata se takođe može vidjeti da je u velikom broju slučajeva, bar jedno od četiri rješenja podsistema jednačina (4.32) tačnije od konačnog rješenja dobijenog algoritmom „*tri protiv jedan*“. Ovo ukazuje na mogućnost da bi se formiranjem još kompleksnijeg algoritma od prezentovanog mogla postići i veća tačnost što će biti predmet daljih istraživanja.

## 7. LITERATURA

- [1] A. Singha and R. Sadr, "In situ calibration of foru-wire hot -wire probe for atmospeheric measurement," *Experimental Thermal and Fluid Science*, vol. 44, pp. 82-89, 2013.
- [2] P. V. Vukoslavčević and J. M. Wallace, "Using direct numerical simulation to analyze and improve hot-wire probe sensor and array configuration for simultaneous measurement of the velocity vector and the velocity gradient tensor," *Phisics of Fluids*, vol. 25, 2013.
- [3] A. Talamelli, A. Segalini, R. Orlu, P. Schlatter and H. M. Alferedsson, "Correcting hot-wire spatial resolution effects in third- and fourthorder," *Exp Fluids*, vol. 54:1496, 2013.
- [4] E. Özahi, M. Ö. Çarpinlioğlu and M. Y. Gündö, "Simple methods for low speed calibration of hot-wire anemometers," *Flow Measurement and Instrumentation*, vol. 21, pp. 166-170, 2010.
- [5] S. S. Sattarzadeh, A. Kalpakli and R. Örlü, "Hot-wire calibration at low velocities: Revisiting the vortex shedding method," *Hindawi Publishing Corporation*, vol. 2013, p. 6, 2013.
- [6] P. Freymuth, Bibliography of Thermal Anemometry, TSI Incorporated, 1992.
- [7] M. L. Fingerson, "Thermal anemometry, current state, and future directions," *Rev. Sci. Instrum*, vol. 65 (2), pp. 285-301, 1994.
- [8] L. V. King, "On the convection of hheat from small cylinders in a stream of fluid: Determinationof the convection constants of small platinum wires with applicationst to hot-wire anemometry," *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, vol. 214, pp. 373-432, 1914.
- [9] C. P. Stainback and A. K. Nagabushana, "Review of hot-wire anemometry techniques and the range of their applicability for various flows," *Electronic Journal of Fluids Engineering, Transactions of the ASME*, vol. 167, pp. 1-54, 1993.
- [10] J. Boussinesq, "An equation for the phenomena of heat convection and an estimate of the cooling power of fluids," *Journal de Mathematiques*, vol. 1, no. 285-332, 1905.
- [11] W. Nunes dos Santos, "Advances on the hot wire technique," *Journal of the*

- [12] M. F. N. Al-Deen and H. H. Bruun, "A comparative study of single normal, X type and split-film anemometer probe measurements," *Meas. Sci. Technol.*, vol. 8, p. 885–893, 1997.
  - [13] G. Comte-Bellot, "Hot-wire anemometry," *Annu. Rev. Fluid Mech.*, pp. 209-231, 1976.
  - [14] I. Lekakis, "Calibration and signal interpretation for single and multiple hot-wire/hot-film probes," *Meas. Sci. Technol.*, vol. 7, pp. 1313-1333, 1996.
  - [15] P. V. Vukosljević and D. V. Petrović, Multiple hot-wire probes, measurements of turbulent velocity and vorcity vector fields, Podgorica: Montenegrin Academy of Science and Arts, 2000.
  - [16] C. Tropea, A. L. Yarin and J. F. Foss, Springer handbook of experimental fluid mechanics, Springer Handbook, 2007.
  - [17] C. D. Collis and J. M. Williams, "Two-dimensional convection from heated wires at low Reynolds numbers," *J. Fluid Mech.*, pp. 357-384, 1959.
  - [18] Bruun, Hot-wire anemometry, principles and signal analysis, Oxford, New York, Tokyo: Oxford University press, 1996.
  - [19] G. Buresti and A. Talamelli, "On the error sensitivity of calibration procedures for normal hot-wire probes," *Meas. Sci. Technol.*, vol. 3, pp. 17-26, 1992.
  - [20] H. H. Bruun, .. A. M. Khan, H. H. Al-Kayiem and A. A. Fardad, "Velocity calibration relationships for hot-wire anemometry," *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, vol. 21, pp. 225-232, 1988.
  - [21] H. F. Champagne, A. C. Sleicher and H. Wehrmann, "Turbulence measurements with inclined hot-wires, Part 1. Heat transfer experiments with inclined hot-wire," *J. Fluid Mech.*, Vols. 28, part 1, pp. 153-175, 1967.
  - [22] G. C. A. Webster, "A note on the sensitivity to yaw of a hot-wire anemometer," *J. Fluid Mech.*, pp. 307-312, 1962.
  - [23] H. H. Bruun, "Interpretation of hot-wire probe signals in subsonic airflows," *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, vol. 12, pp. 1116-1128, 1979.
  - [24] J. R. Adrian, E. R. Johnson, B. G. Jones, P. Merati and A. T.-C. Tung, "Aerodynamic disturbances of hot-wire probes and directional sensitivity," *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, vol. 17, pp. 62-71, 1984.
-

- [25] H. H. Bruun, N. Nabhani, H. H. Al-Kayiem, A. A. Fardad, A. M. Khan and E. Hogarth, "Calibration and analysis of X hot-wire probe signals," *Meas. Sci. Technol.*, vol. 1, pp. 782-785, 1990a.
- [26] H. H. Bruun, N. Nabhani, A. A. Fardad and H. H. Al-Kayiem, "Velocity component measurements by X hot-wire anemometry," *Meas. Sci. Technol.*, vol. 1, pp. 1314-1321, 1990b.
- [27] F. E. Jørgensen, "The computer-controlled constant-temperature anemometer. Aspects of set-up, probe calibration, data acquisition and data conversion," *Meas. Sci. Technol.* 7, vol. 7, p. 1378, 1996.
- [28] S. A. Sherif and R. H. Pletcher, "An analytical procedure for predicting the response of constant temperature hot-wire and film anemometers," *Measurement*, pp. 193-20125, 1999.
- [29] J. P. Moro, P. V. Vukoslavčević and V. Blet, "A method to calibrate a hot-wire X-probe for applications in low-speed, variable-temperature flow," *Meas. Sci. Technol.*, vol. 14, p. 1054–1062, 2003.
- [30] A. van Dijk and F. Nieuwstadt, "The calibration of (multi-)hot-wire probes. 2. Velocity-calibration," *Experiments in Fluids* , vol. 36, pp. 550-564, 2004.
- [31] L. Paulsen, "Triple hot-wire technique for simultaneous measurements of instantaneous velocity components in turbulent flows," *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, vol. 16, p. 554, 1983.
- [32] K. Wittmer, W. Devenport and J. Zsoldos, "A four-sensor hot-wire probe system for three-component velocity measurement," *Experiments in Fluids*, vol. 24, pp. 416-423, 1998.
- [33] M. Acrivellis, "Measurements by means of triple-sensor probes (turbulent flows)," *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, vol. 13, pp. 986-992, 1980.
- [34] J. Andreopoulos, "Improvements of the performance of triple hot wire pobes," *Rev. Sci. Instrum.*, vol. 54, pp. 733-740, 1983.
- [35] K. Mathioudakis and F. A. E. Breugelmans, "Use of triple hot wires to measure unsteady flows with large direction changes," *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, vol. 18, pp. 414-419, 1985.
- [36] I. C. Lekakis, R. J. Adrian and B. G. Jones, "Measurement of velocity vectors with orthogonal and non-orthogonal triple-sensor probes," *Experiments in Fluids* 7, vol. 7, pp. 228-240, 1989.

- [37] J. Bruns and P. Dengel, "A miniature triple hot-wire probe for wall bounded flows," *Experiments in Fluids*, vol. 24, pp. 479-488, 1998.
  - [38] L. Pompeo and H. Thomann, "Quadruple hot-wire probes in a simulated wall flow," *Experiments in Fluids*, vol. 14, no. 3, pp. 145-152, 1993.
  - [39] Y. Zhu and R. A. Antonia, "Spatial resolution of a 4-X-wire vorticity probe," *Meas. Sci. Technol.*, vol. 7, pp. 1492-1497, 1996.
  - [40] P. Vukoslavčević, "A hot-wire probe configuration and data reduction method to minimize velocity gradient errors for simultaneous measurement of three velocity components in turbulent flows," *Exp. Fluids.*, vol. 53, pp. 481-488, 2012.
  - [41] M. Samet and S. Einaval, "Directional sensitivity of unplied slanted-wire probes," *Rev.Sci.Instrum.*, vol. 58, pp. 835-843, 1987.
  - [42] A. A. M. Moulin, M. M. Gaster, C. Woodburn and J. R. Bar, "A directionally sensitive hot-wire anemometer," *Experiments in Fluids*, vol. 22, pp. 458-462, 1997.
  - [43] W. Kiihn and B. DreDler, "Experimental investigations on the dynamic behaviour of hot-wire probes," *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, vol. 18, pp. 614-622, 1985.
  - [44] M. Swaminathan, R. Bacic, G. Rankin and K. Sridhar, "Improved calibration of hot-wire anemometers," *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, vol. 16, pp. 335-338, 1983.
  - [45] K. Bremhorst and D. Gilmore, "Comparison of dynamic and static hot wire anemometer calibrations for velocity perturbation measurements," *Journal of Physics E: Scientific Instruments*, vol. 9, pp. 1097-1100, 1976.
  - [46] P. Mulhearn and J. Finnigan, "A simple device for dynamic testing of X-configuration hot-wire anemometer probes," *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, vol. 11, pp. 679-682, 1978.
  - [47] H. Bruun, "A note on static and dynamic calibration of constant-temperature hot-wire probes," *J. F h a Mech. (1976)*, Vols. 76, part 1, pp. 145-155, 1976.
  - [48] A. Perry and G. Morrison, "Static and dynamic calibrations of constant temperature hot-wire systems," *J. Fluid Mech. (1971)*, vol. 47, Vols. 47, part 4, pp. 765-777, 1971.
  - [49] G. Morrison, A. Perry and A. Samuel, "Dynamic calibration of inclined and crossed hot wires," *J. Fluid Mech.*, Vols. 52, part 3, pp. 465-474, 1972.
  - [50] R. Lueptow, K. Breuer and J. Haritonidis, "Computer-aided calibration of X-
-

- probes using a look-up table," *Experiments in Fluids*, vol. 6, pp. 115-118, 1988.
- [51] M. Samet and S. Einav, "A hot-wire technique for simultaneous measurement of instantaneous velocities in 3D flows," *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, vol. 20, pp. 683-690, 1987b.
- [52] G. Lemonis and T. Dracos, "A new calibration and data reduction method for turbulence measurement by multihotwire probes," *Experiments in Fluids*, vol. 18, pp. 319-328, 1995.
- [53] F. Stellay, G. Gujz and D. Barbagallo, "A general approach for multiple-sensor hot-wire probes," *Meas. Sci. Technol.*, vol. 8, pp. 422-428, 1997.
- [54] H. Bruun and C. Tropea, "The calibration of inclined hot-wire probes," *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, vol. 18, pp. 405-413, 1985.
- [55] A. Abdel-Rahman, G. Hitchman, P. Slawson and A. Strong, "An X-array hot-wire technique for heated turbulent flows of low velocity," *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, vol. 22, pp. 638-644, 1989.
- [56] O. M. Bakken and P.-A. Krogstad, "A velocity dependent effective angle method for calibration of X-probes at low velocities," *Experiments in Fluids*, vol. 37, pp. 146-152, 2004.
- [57] A. Abdel-Rahman, "On the yaw-angle characteristics of hot-wire anemometers," *Now Meas. Instrum.*, Vols. 6, No.4, pp. 271-278, 1995.
- [58] M. Samet and S. Einav, "Directional sensitivity of unplied normal-wire probes," *Rev. Sci. Instrum.*, vol. 56 (12), pp. 2299-2305, 1985.
- [59] F. E. Jorgensen, "Directional sensitivity of wire and fiber film probes," DISA-Information Report No. 11, 1971.
- [60] H. H. Bruun and C. Tropea, "S.F.B. 80 Report No. M-170," Karlsruhe University, Karlsruhe, November 1980.
- [61] F. Champagne and C. A. Sleicher, "Turbulence measurements with inclined hot-wires Part 2. Hot-wire response equations," *J. Fluid Mech.*, Vols. 28, part 1, pp. 177-182, 1967b.
- [62] G. Comte-Bellot, A. Strohl and E. Alcaraz, "G. Comte-Bellot, A. Strohl and E. Alcaraz," *Journal of Applied Mechanics*, vol. 38, no. 4, pp. 767-774, 1971.
- [63] A. E. Perry, "Hot-wire Anemometry," Calredon, Oxford, 1982, pp. 93-150.

- [64] W. W. Willmarth and T. J. Bogar, "Survey and new measurements of turbulent structure near the wall," *The Physics of Fluids*, vol. 20, no. 10, p. S9–S21, 1977.
  - [65] F. D. Johnson and H. Eckelmann, "Has a small-scale structure in turbulence been experimentally verified," *The Physics of Fluids*, Vols. 26, 2408, no. 9, 1983.
  - [66] Y. Chew and S. Ha, "The directional sensitivities of crossed and triple hot-wire probes," *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, vol. 21, pp. 613-620, 1988.
  - [67] A. M. Al-Garn, "Low speed calibration of hot-wire anemometers," *Flow Measurement and Instrumentation*, vol. 18, pp. 95-98, 2007.
  - [68] K. Bremhorst, "Measurement of instantaneous fluid temperature and two fluid velocity components using hot-wire anemometers," *IEEE transactions on instrumentation and measurement*, pp. 96-97, 1974.
  - [69] S. Tewari and Y. Jaluria, "Calibration of constant-temperature hot-wire anemometers for very low velocities in air," *Rev. Sci.Instrum.*, vol. 61 (12), pp. 3834-3845, 1990.
  - [70] J. V. J. H. Lienhard V and K. N. Helland, "An experimental analysis of fluctuating temperature measurements using hot-wires at different overheat," *Experiments in Fluids* 7, vol. 7, pp. 265-270, 1989.
  - [71] H. Bruun, "On the temperature dependence of constant temperature hotwire probes with small wire aspect ratio," *Journal of Physics E: Scientific Instruments*, vol. 8, pp. 972-951, 1975.
  - [72] A. Abdel-Rahman, C. Tropea, P. Slawson and A. Strong, "On temperature compensation in hot-wire anemometry," *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, vol. 20, pp. 315-319, 1987.
  - [73] D. C. Collis and M. J. Williams, "Two-dimensional convection from heated wires at low Reynolds numbers," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 6, no. 3, pp. 357-384, 1959.
  - [74] A. Abdel-Rahman, "On temperature and yaw-angle sensitivities of hot-wire probes," *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, vol. 21, pp. 720-721, 1988.
  - [75] M. Hultmark and A. J. Smits, "Temperature corrections for constant temperature and constant current hot-wire anemometers," *Meas. Sci. Technol.*, vol. 21, p. 4, 2010.
  - [76] N. K. Tutu and R. Chevray, "Cross-wire anemometry in high intensity turbulence," *J. Fluid Mech.*, vol. 71, pp. 785-800, 1975.
-

- [77] J. Andreopoulos, "Statistical errors associated with probe geometry and turbulence intensity in triple hot-wire anemometry," *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, Vol. 1.6, 1983., vol. 16, pp. 1264-1271, 1983.
- [78] A. Shabbir, P. Beuther and W. K. George, "X-wire response in turbulent flows of high-intensity turbulence and low mean velocities," *Experimental Thermal and Fluid Science*, vol. 12, pp. 52-56, 1996.
- [79] P. Vukoslavčević, D. Petrović and J. Wallace, "An analytical approach to the uniqueness problem of hot-wire probes to measure simultaneously three velocity components," *Meas.Sci.Technol.*, vol. 15, pp. 1848-1854, 2004.
- [80] J. Bhatia, F. Durst and J. Jovanović, "Corrections of hot-wire anemometer measurements near walls," *J. Fluid Mech.*, vol. 122, pp. 411-431, 1982.
- [81] O. Turan, R. Azad and T. Atamanchuk, "Wall effect on the hot-wire signal without flow," *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, vol. 20, pp. 1278-1280, 1987.
- [82] M. Nishioka, "Hot-wire technique for measuring velocities at extremely low wind-speed," *Bulletin of JSME*, vol. 16, pp. 1887-1899, 1973.
- [83] E. Alcaraz and J. Mathieu, "Mesure des vitesses moyennes pres d'une paroi par anemométrie à fil chaud," *C.R. Acad. Sci. Paris*, vol. A 280, pp. 737-740, 1975.
- [84] F. Gessner and G. Moller, "Response behaviour of hot wires in shear flow," *J. Fluid Mech.*, Vols. 47, part 3, pp. 449-468, 1971.
- [85] A. Tsinober, E. Kit and T. Dracos, "Experimental investigation of the field of velocity gradients in turbulent flows," *J. Fluid Mech.*, vol. 242, pp. 169-192, 1992.
- [86] M. Khan, K. MacKenzie and H. Bruun, "The effects of blockage correction in hot-wire probe calibration facilities," *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, vol. 20, pp. 1031-1035, 1987.
- [87] B. J. Hoole and J. R. Calvert, "The use of a hot wire anemometer in turbulent flows," *The Aeronautical Journal*, vol. 71, no. 679, pp. 511-513, 1967.
- [88] N. Ko and P. Davies, "Interference effect of hot wires," *IEEE transactions on instrumentation and measurement*, pp. 76-78, 1971.
- [89] W. W. Willmarth, "Geometric interpretation of the possible velocity vectors obtained with multiple-sensor probes," *Phys. Fluids*, vol. 28 (2), pp. 462-465, 1985.

- [90] K. Dobbeling, B. Lenze and W. Leuckel, "Basic considerations concerning the construction and usage of multiple hot-wire probes for highly turbulent three-dimensional flows," *Meas. Sci. Technol.*, vol. 1, pp. 924-933, 1990b.
- [91] I. C. Lekakis, Coherent structures in fully developed turbulent pipe flow, Universituy of Illinois at Urbana Champaign, 1988.
- [92] K. Dobbeling, B. Lenze and W. Leuckel, "Computer-aided calibration and measurements with a quadruple hotwire probe," *Experiments in Fluids*, vol. 8, pp. 257-262, 1990a.
- [93] F. Holzapfel, B. Lenze and W. Leuckel, "Assessment of a quintuple hotwire measurement technique for highly turbulent flows," *Experiments in Fluids*, vol. 18, pp. 100-106, 1994.
- [94] H. Rosemann, R. Stager and H.-P. Kerplin, "Development and application of a quadruple hot-wire technique for turbulent flows," *Meas.Sci.Technol.*, vol. 7, pp. 1477-1491, 1996.
- [95] G. Pailhas and J. Cousteix, "Method for analyzing four-hot-wire probe measurements," *La Recherche Aerospatiale (English Edition)*, vol. 2, pp. 79-86, 1986.
- [96] D. Petrović, P. Vukoslavčević and J. Wallace, "Enlarging the uniqueness cone of the nine-sensor,T-configuratio probe measure the velocity vector and the velocity gradient tensor," *Meas.Sci.Technol.*, vol. 21, pp. 1-9, 2010.
- [97] V. Šajn, M. Kotur and F. Kosel, "Algortihm for velocity vector calculation for constant temperature hot-wire anemometer," in *Kuhljevi dnevi*, 2009.
- [98] V. Šajn, M. Kotur and F. Kosel, "Mathematical algorithm for calculating the velocitiy vectors of fluid by CTA in spherical coordinates," *Journal of Mechanics Engineering and Automation*, Vols. 2, number 8, pp. 476-486, 2012.
- [99] M. Kotur, F. Kosel and V. Šajn, "The mathematical algoritm for a multi-chanel CTA anemometer in spherical coordinates," in *DEMI 2013*, Banja Luka, 2013.
- [100] M. Kotur, P. Petrović and V. Šajn, "Determination of 3-D velocity field from the four hot-wire output signals using "Three against one" algorithm," *Thermal Science*, Vols. 22, No 1B, pp. 1-11, 2018.

## **P R I L O G**

**Dokaz o ispunjenosti dodatnih uslova za odbranu  
doktorske disertacije na Univerzitetu u Banjoj Luci**

(prema tački 1. Odluke o dodatnim uslovima za odbranu doktorske disertacije na Univerzitetu  
u Banjoj Luci, donesenoj od strane Senata Univeziteta u Banjoj Luci, broj 01/04-3.138-40/17,  
od 26.01.2017. godine)

Kotur Milovan  
Cerska 55,  
78000 Banja Luka

## BIOGRAFIJA

Milovan Kotur rođen je u Gradišci, 1974. godine. Osnovnu i srednju mašinsko-tehničku školu završio je u Gradišci. Maturirao je 1993. godine sa odličnim uspjehom kao učenik generacije. Mašinski fakultet u Banjoj Luci upisao je iste godine, a diplomirao je 2000. godine. Studiranje je završio kao student generacije, a prosječna ocjena tokom studija iznosila je 9,17.

Po završetku studiranja zapošljava se u AD „Termomontaža“ Banja Luka, gdje radi na poslovima projektanta sistema za grijanje, ventilaciju i klimatizaciju do marta 2003. godine, kada zasniva radni odnos na Mašinskom fakultetu u Banjoj Luci. Septembra 2003. godine izabran je u zvanje asistenta na predmetu Mehanika I (Statika). Krajem 2003. godine upisao je postdiplomske studije na Mašinskom fakultetu u Banjoj Luci. Septembra 2005. godine izabran je u zvanje asistenta na predmetu Termodinamika, a angažovan je kao i asistent i na drugim predmetima iz oblasti termotehnike (Grijanje, Klimatizacija, Eksergetske metode termodinamičkog vrednovanja, Energetska efikasnost i Komfor radne sredine, Sistemi grijanja, Sistemi klimatizacije, Sistemi grijanja, klimatizacije i venitilacije i hlađenje). Magistarski rad pod nazivom „Prilog optimizaciji sistema grijanja i klimatizacije velikih objekata“ odbranio je 11.07.2008. godine. Prosječna ocjena tokom postdiplomskih studija iznosila je 10,00.

Učestvovao je u izradi više domaćih i međunarodnih naučno-istraživačkih projekata. Autor je i koautor na više naučnih i stručnih radova objavljenih u BiH i inostranstvu. Član je Odbora za energetsku efikasnost Saveza opština i gradova Republike Srpske i Saveza energetičara Republike Srpske. Služi se engleskim jezikom, oženjen je i ima jedno dijete.

**IZJAVA O AUTORSTVU**

**Izjavljujem  
da je doktorska disertacija**

Naslov rada Matematički model za određivanje vektora brzine za sonde sa četiri senzora hot-wire anemometra konstantne temperature  
Naslov rada na engleskom jeziku Mathematical model for determination of velocity vector by constant temperature hot-wire anemometers with four sensors

- rezultat sopstvenog istraživačkog rada,
- da doktorska disertacija, u cijelini ili u dijelovima, nije bila predložena za dobijanje bilo koje diplome prema studijskim programima drugih visokoškolskih ustanova,
- da su rezultati korektno navedeni i
- da nisam kršio/a autorska prava i koristio intelektualnu svojinu drugih lica.

U Banjoj Luci 04. IV 2018

Potpis doktoranta



## Izjava 2

### Izjava kojom se ovlašćuje Univerzitet u Banjoj Luci da doktorsku disertaciju učini javno dostupnom

Ovlašćujem Univerzitet u Banjoj Luci da moju doktorsku disertaciju pod naslovom

Matematički model za određivanje vektora brzine za sonde sa četiri senzora hot-wire anemometra konstantne temperature

koja je moje autorsko djelo, učini javno dostupnom.

Doktorsku disertaciju sa svim prilozima predao/la sam u elektronskom formatu pogodnom za trajno arhiviranje.

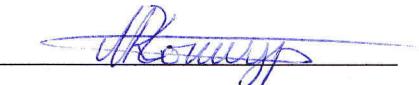
Moju doktorsku disertaciju pohranjenu u digitalni repozitorijum Univerziteta u Banjoj Luci mogu da koriste svi koji poštuju odredbe sadržane u odabranom tipu licence Kreativne zajednice (*Creative Commons*) za koju sam se odlučio/la.

1. Autorstvo
2. Autorstvo – nekomercijalno
3. Autorstvo – nekomercijalno – bez prerade
4. Autorstvo – nekomercijalno – dijeliti pod istim uslovima
5. Autorstvo – bez prerade
6. Autorstvo – dijeliti pod istim uslovima

(Molimo da zaokružite samo jednu od šest ponuđenih licenci, kratak opis licenci dat je na poledini lista).

U Banjoj Luci 04.IV.2018

Potpis doktoranta



### Izjava 3

#### Izjava o identičnosti štampane i elektronske verzije doktorske disertacije

Ime i prezime autora

Milovan Kotur

Naslov rada

Matematički model za određivanje vektora brzine za sonde  
sa četiri senzora hot-wire anemometra konstantne temperature  
dr Viktor Šajn, docent

Mentor

Komentor

dr Pivo Petrović, redovni profesor

Izjavljujem da je štampana verzija moje doktorske disertacije identična elektronskoj verziji koju sam predao/la za digitalni repozitorijum Univerziteta u Banjoj Luci.

U Banjoj Luci 04.NV 2018.

Potpis doktoranta

